

Εργαστηριακή Άσκηση 6 Διαμόρφωση FM

Σκοπός της έκτης σειράς ασκήσεων είναι η χρήση του MATLAB για επίλυση απλών προβλημάτων αναλογικής διαμόρφωσης. **Προτού ξεκινήσετε την άσκηση θα πρέπει να μελετήσετε με προσοχή την παράγραφο 2.5 του τεύχους των εργαστηριακών ασκήσεων του μαθήματος.** Το MATLAB (www.mathworks.com) είναι ένα διαδραστικό εμπορικό πρόγραμμα (Windows, Linux, Unix) με το οποίο μπορείτε να κάνετε εύκολα αριθμητικές πράξεις με πίνακες. Στο Εργαστήριο Προσωπικών Υπολογιστών (ΕΠΥ) της Σχολής θα βρείτε εγκατεστημένη την έκδοση R2009a. Μπορείτε επίσης να έχετε πρόσβαση στο MATLAB μέσω της ιστοσελίδας <https://cloudfront0.central.ntua.gr/sgd/hierarchy.jsp> του Κέντρου Υπολογιστών (ΚΗΥ) του ΕΜΠ (αφού περάσετε έλεγχο ταυτότητας με τον κωδικό και συνθηματικό που σας έχει δοθεί). Εκεί είναι εγκατεστημένη η έκδοση R2010b και το περιβάλλον είναι Linux. Η πρόσβαση μέσω του ΚΗΥ θα σας είναι χρήσιμη για προετοιμασία από το σπίτι.

Για να εισέλθετε στο σταθμό εργασίας του ΕΠΥ, χρησιμοποιείτε το όνομα χρήστη labuser και κωδικό πρόσβασης labuser ή ότι άλλο σας δοθεί από τους επιτηρητές. Εάν στην οθόνη δεν εμφανίζεται σχετικό παράθυρο διαλόγου για την εισαγωγή στο σύστημα, πιάστε ταυτόχρονα τα πλήκτρα Alt+Ctrl+Del. Στις συγκεκριμένες ασκήσεις, το λειτουργικό σύστημα που θα χρησιμοποιηθεί είναι τα Windows XP.

Εισαγωγή

Το διαμορφωμένο κατά FM σήμα είναι $s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right]$, όπου η σταθερά k_f είναι η ευαισθησία συχνότητας.

Με την βοήθεια της απόκλισης συχνότητας $\Delta f = \max \{ |k_f m(t)| \}$ και του κανονικοποιημένου σήματος $x(t) = \frac{m(t)}{\max \{ |m(t)| \}}$ το σήμα FM μπορεί να γραφεί ως $s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi \Delta f \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \right]$.

Ο λόγος διαμόρφωσης ορίζεται ως $D = \frac{\Delta f}{W} = \frac{k_f \max \{ |m(t)| \}}{W}$ όπου W το εύρος ζώνης του σήματος.

Μια καλή προσέγγιση για τον απαιτούμενο εύρος ζώνης μετάδοσης του σήματος FM δίδεται από τον κανόνα του Carson

$$B_T = \begin{cases} 2(\Delta f + W) = 2(D+1)W & D \gg 1 \text{ ή } D \ll 1 \\ 2(\Delta f + 2W) = 2(D+2)W & 2 < D < 10 \end{cases}$$

Η αποδιαμόρφωση του σήματος FM μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά ως η παραγωγή της φάσης της μιγαδικής περιβάλλουσας σήματος. Το σήμα FM μπορεί να γραφεί ως $s(t) = A_c \cos [2\pi f_c t + \theta(t)]$ με τη φάση να είναι $\theta(t) = 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau$. Προφανώς, το σήμα πληροφορίας προκύπτει ως $m(t) = \frac{1}{2\pi k_f} \frac{d}{dt} \theta(t)$. Όμως, η φάση $\theta(t)$ είναι η γωνία της μιγαδικής περιβάλλουσας $\tilde{s}(t) = A_c e^{j\theta(t)}$, η οποία μπορεί να υπολογισθεί εύκολα, με τη βοήθεια του μετασχηματισμού Hilbert, μέσω του ορισμού του αναλυτικού σήματος $s_+(t) = s(t) + j\hat{s}(t) = \tilde{s}(t)e^{j2\pi f_c t}$.

Μέρος 1: Διαμόρφωση FM με τόνους

Αντιγράψτε τον κώδικα του παραδείγματος 2.5 της παραγράφου 2.5 από το εργαστηριακό τεύχος σε ένα καινούριο αρχείο M-file και αποθηκεύστε το στο φάκελο εργασίας σας (My Documents\MATLAB). Στο παράδειγμα 2.5, το προς μετάδοση σήμα είναι άθροισμα ημιτονικών, οπότε το διαμορφωμένο κατά FM σήμα υπολογίζεται με τη βοήθεια του αναλυτικού τύπου και στη συνέχεια αποδιαμορφώνεται με τη βοήθεια μιας κατάλληλης συνάρτησης του MATLAB. Ως εφαρμογή των όσων μάθατε θα τροποποιήσετε τον κώδικα του παραδείγματος, ώστε να επιτύχετε το ίδιο αποτέλεσμα, αλλά με τη βοήθεια άλλων συναρτήσεων και τεχνικών.

Ξεκινήστε με τις ακόλουθες μικρές αλλαγές στον κώδικα

1. Θέσατε τη συχνότητα δειγματοληψίας σε 20 kHz και τη συχνότητα του φέροντος στα 5 kHz.
2. Τροποποιείτε τις συχνότητες του σήματος εισόδου ώστε να είναι 40 και 400 Hz, αντίστοιχα.
3. Θέσατε την απόκλιση συχνότητας `freqdev` ίση με 480 Hz.
4. Υπολογίστε τη μέγιστη απόλυτη τιμή `xmax` του σήματος πληροφορίας `x` καθώς και την ευαισθησία συχνότητας `kf`.
5. Υπολογίστε τους δείκτες διαμόρφωσης ως $b_1=A_1 \cdot k_f / F_1$ και $b_2=A_2 \cdot k_f / F_2$ αντικαθιστώντας¹ τους υπολογισμούς που περιέχονται στον κώδικα του παραδείγματος 2.5.
6. Υπολογίστε τον λόγο διαμόρφωσης D και την εκτίμηση κατά Carson για το απαιτούμενο εύρος ζώνης του σήματος FM.
7. Αντικαταστήστε το `freqdev` με `kf` στη γραμμή 19 του κώδικα του παραδείγματος.
8. Γράψτε `freqz` αντί `FREQZ` για να μην εμφανίζει το MATLAB ένα μήνυμα προειδοποίησης “Warning: Could not find an exact (case-sensitive) match for 'FREQZ'”.
9. Απλοποιήστε τον κώδικα της γραμμής 33 χρησιμοποιώντας το όρισμα ‘same’ στη σύνταξη της `conv`.

Επιβεβαιώστε την ορθή λειτουργία του τροποποιημένου κώδικα συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά του φυλλαδίου. Αποθηκεύσατε την τελευταία εκδοχή του κώδικά σας ως αρχείο M-file στο φάκελο εργασίας σας (My Documents\MATLAB). Χρησιμοποιήστε για το αρχείο το όνομα `lab6_1_nnnnn.m`, όπου `nnnnn` τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας.

Τώρα θα αντικαταστήσετε τη συνάρτηση `fmmod` του MATLAB με την οποία γίνεται η αποδιαμόρφωση του σήματος με ισοδύναμο κώδικα που επιτελεί την ίδια λειτουργία. Προς τούτο θα υπολογίσετε το αναλυτικό σήμα με τη βοήθεια της συνάρτησης `hilbert`, μετά τη μιγαδική περιβάλλουσα και τέλος τη φάση. Για τον υπολογισμό αυτό διατίθεται η συνάρτηση `angle` του MATLAB η οποία επιστρέφει τη γωνία ενός μιγαδικού αριθμού σε ακτίνια στο διάστημα $\pm\pi$. Η φάση ενός σήματος είναι εν γένει μια συνεχής συνάρτηση, οπότε οι ασυνέχειες που εισάγει η `angle` πρέπει να απαλειφτούν. Για το σκοπό αυτό υπάρχει η συνάρτηση `unwrap`. Αφού συμβουλευθείτε τη βοήθεια του MATLAB για τις παραπάνω συναρτήσεις προσθέστε τις κατάλληλες εντολές που θα αντικαταστήσουν την `fmmod`. Επιβεβαιώστε την ορθή λειτουργία του τροποποιημένου κώδικα συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά που λάβατε προηγουμένως.

Υποβάλετε την εργασία σας

Αποθηκεύσατε την τελευταία εκδοχή του κώδικά σας ως αρχείο M-file στο φάκελο εργασίας σας (My Documents\MATLAB). Χρησιμοποιήστε για το αρχείο το όνομα `lab6_2_nnnnn.m`, όπου `nnnnn` τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας και υποβάλετε την εργασία σας για βαθμολόγηση ως εξής:

1. Επιλέξτε από την ιστοθέση του μαθήματος την [Εργαστηριακή Άσκηση 6](#) στην ενότητα “Υποβολή αναφορών”.
2. Στη σελίδα που θα εμφανισθεί κάντε κλικ στο κουμπί “Browse”.
3. Αναζητήστε το αρχείο σας στο φάκελο εργασίας (My Documents\MATLAB) και επιλέξτε το.

¹ Η ευαισθησία συχνότητας k_f και απόκλιση συχνότητας Δf και της θεωρίας είναι συντελεστές αναλογίας για το σήμα $m(t)$ και την κανονικοποιημένη εκδοχή του $x(t)$, αντίστοιχα. Το σήμα στο παράδειγμα 2.5 δεν είναι κανονικοποιημένο.

4. Κάντε κλικ στο κουμπί “Αποστολή του αρχείου” για να ανεβάσετε την εργασία σας στον εξυπηρετητή.
5. Εάν θέλετε να κάνετε κάποια διόρθωση, ακολουθήστε την ίδια διαδικασία ανεβάσματος.
6. Μην οριστικοποιήσετε την υποβολή γιατί μετά δε θα μπορέσετε να υποβάλετε την απάντηση του επόμενου μέρους της άσκησης.

Στην πράξη η αποδιαμόρφωση του σήματος FM γίνεται με τη βοήθεια του κυκλώματος κλίσης και φωρατή περιβάλλουσας. Το κύκλωμα κλίσης έχει απόκριση της μορφής $|H(f)|=K_0+K_1(f-f_c)$ για θετικές συχνότητες, $|H(f)|=-K_0+K_1(f+f_c)$ για αρνητικές συχνότητες, όπου η κλίση K_1 μπορεί να είναι θετική ή αρνητική, και η φάση μεταβάλλεται γραμμικά ως προς τη συχνότητα. Η διάβαση σήματος FM μέσω του κυκλώματος κλίσης οδηγεί σε μετατροπή FM σε AM και φωρατής περιβάλλουσας μπορεί να ανακτήσει το σήμα πληροφορίας. Για περισσότερες πληροφορίες συμβουλευθείτε τις διαφάνειες του μαθήματος.

Γράψτε κώδικα που να υλοποιεί τη λειτουργία του κυκλώματος κλίσης ως φίλτρο Parks-McClellan τάξης 512 με ζώνη διάβασης την προβλεπόμενη από τον κανόνα του Carson και απόκριση που μεταβάλλεται γραμμικά από 0 έως 1. Επιβεβαιώστε σχεδιάζοντας την απόκριση και τη φάση ότι αμφοτέρως μεταβάλλονται γραμμικά στην περιοχή διέλευσης. Στη συνέχεια γράψτε κώδικα που να αποδιαμορφώνει το σήμα FM χρησιμοποιώντας την τεχνική μετατροπής FM σε AM. Για τον φωρατή περιβάλλουσας χρησιμοποιείτε τη συνάρτηση hilbert σε συνδυασμό με την αφαίρεση της DC συνιστώσας (δείτε Εργ. Άσκηση 4). Επιβεβαιώστε την ορθή λειτουργία του τροποποιημένου κώδικα συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά που λάβατε προηγουμένως.

Εάν συγκρίνετε προσεκτικά τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων θα παρατηρήσετε ότι το αποδιαμορφωμένο σήμα που προκύπτει με τη δεύτερη μέθοδο είναι ελαφρώς χειρότερο.

Ερώτηση 1: Πού οφείλεται η προηγούμενη διαφορά; Πώς αντιμετωπίζεται το θέμα αυτό στην πράξη; Γράψτε την απάντησή σας σε ένα αρχείο κειμένου lab6_nnnnn.txt, όπου nnnnn τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας, χρησιμοποιώντας το Notepad από το μενού των Windows (Start → Programs → Accessories → Notepad) και αποθηκεύστε το στον φάκελο My Documents. Θα υποβάλετε το αρχείο αυτό ηλεκτρονικά στο τέλος, αφού απαντήσετε και τις επόμενες ερωτήσεις, οπότε μπορείτε να τα αφήσετε ανοικτά.

Υποβάλετε την εργασία σας

Αποθηκεύσατε την τελευταία εκδοχή του κώδικά σας ως αρχείο M-file στο φάκελο εργασίας σας (My Documents\MATLAB). Χρησιμοποιήστε για το αρχείο το όνομα lab6_3_nnnnn.m, όπου nnnnn τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας και υποβάλετε την εργασία σας για βαθμολόγηση όπως περιγράφηκε προηγουμένως.

Στο τελευταίο διάγραμμα εμφανίζονται σε λογαριθμική κλίμακα 90 περίπου φασματικές συνιστώσες του διαμορφωμένου σήματος FM όπως αυτές προκύπτουν από την ανάλυση σε σειρά σύμφωνα με την θεωρία. Μια συντηρητική εκτίμηση για το αναγκαίο για τη μετάδοση του διαμορφωμένου σήματος FM εύρος ζώνης είναι να περιληφθούν όλες εκείνες τις συνιστώσες που έχουν πλάτος μεγαλύτερο του 0.1 (αντιστοιχούν σε ισχύ μεγαλύτερη του 0.01). Μια ποιο ακριβής εκτίμηση είναι να περιληφθούν όλες εκείνες τις συνιστώσες που έχουν πλάτος μεγαλύτερο του 0.01.

Ερώτηση 2: Ποιο είναι το αναγκαίο εύρος ζώνης σύμφωνα με τις παραπάνω θεωρήσεις και πόσο το εύρος ζώνης που υπολογίσατε με τον κανόνα του Carson; Γράψτε την απάντησή σας στο αρχείο κειμένου lab6_nnnnn.txt, όπου nnnnn τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας.

Επαναλάβετε τον θεωρητικό υπολογισμό του φάσματος για απόκλιση συχνότητας 960 Hz.

Ερώτηση 3: Ποιο είναι τώρα το αναγκαίο εύρος ζώνης σύμφωνα με τις παραπάνω θεωρήσεις και πόσο το εύρος ζώνης που υπολογίσατε με τον κανόνα του Carson; Γράψτε την απάντησή σας στο αρχείο κειμένου lab6_nnnnn.txt, όπου nnnnn τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας.

Μέρος 2: Διαμόρφωση FM αναλογικού σήματος

Θα εφαρμόσετε τώρα ότι μάθατε προηγουμένως στην περίπτωση ενός δειγματοληπτημένου αναλογικού σήματος. Κατεβάστε από την ιστοσελίδα του μαθήματος το αρχείο `sima_1p.mat` και αποθηκεύστε το στο φάκελο εργασίας σας (`My Documents\MATLAB`). Το αρχείο περιέχει δείγματα αναλογικού σήματος `sima_1p`, τη συχνότητα δειγματοληψίας F_s καθώς και διάλυσμα συχνοτήτων αποκοπής `fc`. Το σήμα `sima_1p` είναι βαθυπερατό, έχει συχνότητα δειγματοληψίας 8.192 Hz και διάρκεια περίπου 0.7 sec.

Αντιγράψτε τον κώδικα του παραδείγματος 2.6 της παραγράφου 2.5 από το εργαστηριακό τεύχος σε ένα καινούριο αρχείο M-file και αποθηκεύστε το στο φάκελο εργασίας σας (`My Documents\MATLAB`).

Ξεκινήστε με τις ακόλουθες αλλαγές στον κώδικα

1. Χρησιμοποιείτε τη συνάρτηση `interp` αντί της `upsample` προκειμένου να αυξήσετε τον ρυθμό δειγματοληψίας του σήματος `sima_1p`. Η χρήση της `interp` σας απαλλάσσει από την ανάγκτη διάβασης μέσω βαθυπερατού φίλτρου, οπότε θα πρέπει να αφαιρέσετε τις σχετικές γραμμές κώδικα και να παράγετε το σήμα `s` απ' ευθείας από το `sima_1p`.
2. Θέσατε τη συχνότητα τη συχνότητα του φέροντος στα 12.5 kHz.
3. Θέσατε την απόκλιση συχνότητας `freqdev` ίση με 480 Hz.
4. Υπολογίστε τον λόγο διαμόρφωσης D και την εκτίμηση κατά Carson για το απαιτούμενο εύρος ζώνης του σήματος FM.
5. Αντικαταστήστε την `fmdemod` με κώδικα που υπολογίζει την παράγωγο της φάσης της μιγαδικής περιβάλλουσας.
6. Απλοποιήστε τον κώδικα των γραμμών 36 και 46 χρησιμοποιώντας το όρισμα `'same'` στη σύνταξη της `conv`.

Επιβεβαιώστε την ορθή λειτουργία του τροποποιημένου κώδικα συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά του φυλλαδίου. Αποθηκεύσατε την τελευταία εκδοχή του κώδικά σας ως αρχείο M-file στο φάκελο εργασίας σας (`My Documents\MATLAB`). Χρησιμοποιήστε για το αρχείο το όνομα `lab6_4_nnnnn.m`, όπου `nnnnn` τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας.

Τώρα θα αντικαταστήσετε τη συνάρτηση `fmod` του MATLAB με την οποία γίνεται η διαμόρφωση του σήματος με ισοδύναμο κώδικα που επιτελεί την ίδια λειτουργία. Προς τούτο θα υπολογίσετε το αριθμητικά το ολοκλήρωμα του σήματος πληροφορίας που εμφανίζεται στον μαθηματικό ορισμό του σήματος FM. Ο υπολογισμός του ολοκληρώματος είναι εξαιρετικά απλός. Μπορείτε να το υπολογίσετε επαναληπτικά ξεκινώντας με την τιμή μηδέν και προσθέτοντας την εκάστοτε επόμενη τιμή δείγματος πολλαπλασιασμένη με την απόσταση μεταξύ δειγμάτων $t_s=1/F_s$. Εναλλακτικά, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την συνάρτηση `cumtrapz` του MATLAB. Αφού συμβουλευθείτε τη βοήθεια του MATLAB προσθέστε τις κατάλληλες εντολές που θα αντικαταστήσουν την `fmod`. Επιβεβαιώστε την ορθή λειτουργία του τροποποιημένου κώδικα συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά που λάβατε προηγουμένως.

Υποβάλετε την εργασία σας

Αποθηκεύσατε την τελευταία εκδοχή του κώδικά σας ως αρχείο M-file στο φάκελο εργασίας σας (`My Documents\MATLAB`). Χρησιμοποιήστε για το αρχείο το όνομα `lab6_5_nnnnn.m`, όπου `nnnnn` τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας και υποβάλετε την εργασία σας για βαθμολόγηση όπως περιγράφηκε προηγουμένως στο Μέρος 1.

Επαναλάβετε την εκτέλεση του κώδικα και συγκρίνετε προσεκτικά τα αποτελέσματα για απόκλιση συχνότητας 500 και 2.500 Hz και στάθμη θορύβου 25 και 40 db (4 περιπτώσεις αντίστοιχες των σχημάτων του φυλλαδίου). Θα παρατηρήσετε ότι το αποδιαμορφωμένο σήμα είναι καλύτερο στην περίπτωση που η απόκλιση συχνότητας είναι μεγαλύτερη.

Ερώτηση 4: Δώστε μια εξήγηση για την παραπάνω παρατήρηση. Γράψτε την απάντησή σας στο αρχείο κειμένου lab6_nnnnn.txt, όπου nnnnn τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας.

Αφαιρέστε το ζωνοπερατό φίλτρο πριν την αποδιαμόρφωση και επαναλάβετε την εκτέλεση του κώδικα για απόκλιση συχνότητας 500 και 2.500 Hz και στάθμη θορύβου 25 και 40 db. Θα παρατηρήσετε ότι το αποδιαμορφωμένο σήμα είναι χειρότερο σε σχέση με τα αποτελέσματα που είχατε λάβει προηγουμένως.

Ερώτηση 5: Δώστε μια εξήγηση για την παραπάνω παρατήρηση. Γράψτε την απάντησή σας στο αρχείο κειμένου lab6_nnnnn.txt, όπου nnnnn τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας.

Ερώτηση 6: Μπορείτε να παραλείψετε το βαθυπερατό φίλτρο (γραμμές 41 έως 46 του αρχικού κώδικα) που ως είσοδο έχει το αποδιαμορφωμένο σήμα FM; Γράψτε την απάντησή σας στο αρχείο κειμένου lab6_nnnnn.txt, όπου nnnnn τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας.

Προσθέστε κώδικα μετά την αποδιαμόρφωση του σήματος FM ώστε να γίνει μείωση του ρυθμού δειγματοληψίας στον αρχικό τόσο για το αποδιαμορφωμένο σήμα όσο και για το σήμα πληροφορίας. Χρησιμοποιήστε προς τούτο τη συνάρτηση `decimate`. Η τελευταία εντολή του κώδικα τώρα δεν έχει λόγο ύπαρξης και μπορείτε να τη διαγράψετε.

Ερώτηση 7: Μπορείτε μετά την τελευταία αλλαγή να παραλείψετε το βαθυπερατό φίλτρο και γιατί; Γράψτε την απάντησή σας στο αρχείο κειμένου lab6_nnnnn.txt, όπου nnnnn τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας.

Υποβάλετε την εργασία σας

Αποθηκεύσατε την τελευταία εκδοχή του κώδικά σας ως αρχείο M-file στο φάκελο εργασίας σας (My Documents\MATLAB). Χρησιμοποιήστε για το αρχείο το όνομα lab6_6_nnnnn.m, όπου nnnnn τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας και υποβάλετε την εργασία σας για βαθμολόγηση όπως περιγράφηκε προηγουμένως στο Μέρος 1 της άσκησης.

Ολοκληρώστε την υποβολή των αρχείων

1. Υποβάλατε το αρχείο lab6_nnnnn.txt ακολουθώντας την προηγούμενη διαδικασία.
2. Εάν χρειαστεί μπορείτε να κάνετε διορθώσεις υποβάλλοντας εκ νέου τα διορθωμένα αρχεία.
3. Όταν είστε σίγουροι, προχωρήστε στην οριστικοποίηση κάνοντας κλικ στο κουμπί “Αποστολή για βαθμολόγηση” και απαντήστε καταφατικά στην ερώτηση που θα ακολουθήσει.