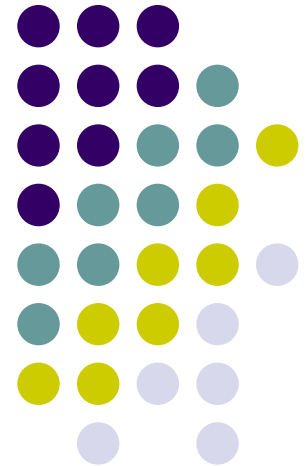


Ψηφιακή μετάδοση στη βασική ζώνη

Baseband digital transmission





Ψηφιακά σήματα

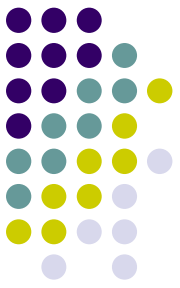
- Το ψηφιακό σήμα δεν είναι τίποτε άλλο από μια **διατεταγμένη σειρά συμβόλων** παραγόμενη από μια διακριτή πηγή πληροφορίας
- Η πηγή παράγει τα σύμβολα από ένα **αλφάβητο** M διαφορετικών συμβόλων με **ρυθμό** r (σύμβολα/sec)
- Εάν υπάρχουν δύο μόνο σύμβολα, $M=2$, τα αντιστοιχούμε στα δυαδικά ψηφία 0 και 1 και τα αποκαλούμε **bit**

Ψηφιακά συστήματα επικοινωνίας



- Ο σκοπός ενός ψηφιακού συστήματος επικοινωνίας είναι η μεταφορά του μηνύματος
 - Το εύρος ζώνης του διαύλου θέτει άνω όριο στο ρυθμό μετάδοσης
 - και ο θόρυβος εμφανίζεται στην έξοδο ως λανθασμένα σύμβολα
- Στα ψηφιακά συστήματα επικοινωνιών, ο **ρυθμός μετάδοσης** και η **πιθανότητα λάθους** παίζουν ρόλο αντίστοιχο του εύρους ζώνης και της σηματοθορυβικής σχέσης των αναλογικών επικοινωνιών

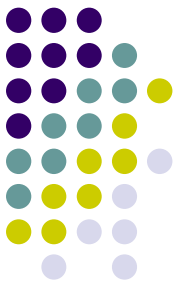
Ψηφιακά σήματα βασικής ζώνης



- Η αναπαράσταση ενός ψηφιακού σήματος βασικής ζώνης (digital baseband signal) συνήθως γίνεται με τη μορφή **τραίνου παλμών** διαμορφωμένων κατά πλάτος (PAM) $x(t) = \sum_k a_k p(t - kD)$ όπου a_k είναι το πλάτος του k -στου συμβόλου και αντιστοιχεί σε μία από M διακριτές τιμές
- Ο αδιαμόρφωτος παλμός $p(t)$ μπορεί να είναι ορθογωνικός ή να έχει οποιαδήποτε άλλη μορφή με τον περιορισμό

$$p(t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & t = \pm D, \pm 2D, \dots \end{cases}$$

Ανάκτηση ψηφιακού σήματος βασικής ζώνης



- Ο προηγούμενος περιορισμός εξασφαλίζει ότι το σήμα πληροφορίας ανακτάται με δειγματοληψία στα σημεία $t=KD$, $K=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$x(KD) = \sum_k a_k p(KD - kD) = a_k$$

- Ο ορθογωνικός παλμός ικανοποιεί τη συνθήκη αυτή
- Το ίδιο και οποιοσδήποτε χρονικά περιορισμένος παλμός διάρκειας μικρότερης του D
 - εάν $p(t)=0$, για $|t| \geq D/2$.



Ρυθμός σηματοδότησης

- Το D είναι η απόσταση μεταξύ παλμών
 - δεν είναι η διάρκεια του παλμού
- Ο ρυθμός σηματοδότησης r μετριέται σε **baud** (σύμβολα ανά δευτερόλεπτο) και είναι

$$r \triangleq 1/D$$

- Στην περίπτωση δυαδικής σηματοδότησης $M=2$, $D=T_b$ είναι η διάρκεια του bit, οπότε ο ρυθμός σε **bps** (bits per second) είναι

$$r_b = 1/T_b$$

- Αναπαριστώντας το κάθε σύμβολο με n bit

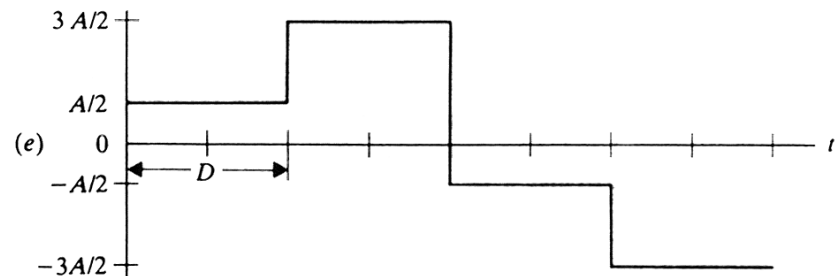
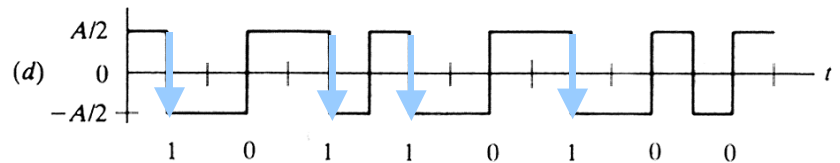
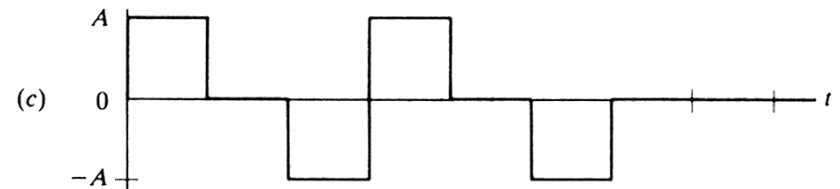
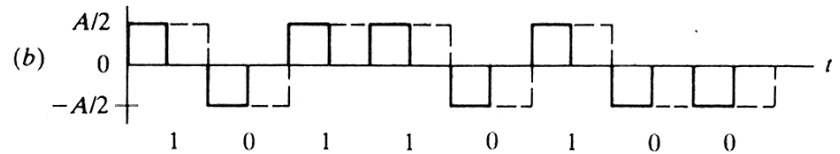
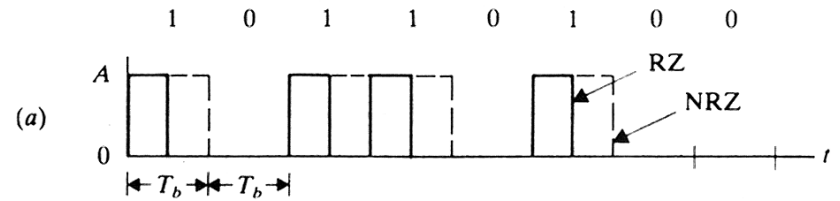
$$M = 2^n$$

$$r = r_b / n = r_b / \log_2 M$$

Μορφές σηματοδότησης



- Μονοπολική $[0, A]$
RZ, NRZ
- Πολική $[-A/2, A/2]$
RZ, NRZ
- Διπολική $[-A, 0, A]$
AMI
- Manchester
- Πολική τετραδική





Μορφές σηματοδότησης

- Μονοπολική (Unipolar)

- Κυματομορφή on-off όπου $a_k = A$ αντιστοιχεί στο bit 1 και $a_k = 0$ στο 0
- Στη μορφή **return-to-zero (RZ)** η διάρκεια του παλμού είναι $T_b/2$, ενώ στη μορφή **non return-to-zero (NRZ)** η διάρκεια είναι T_b
 - Η NRZ θέτει μεγαλύτερη ενέργεια ανά παλμό και απαιτεί συγχρονισμό για να διακριθούν τα συνεχόμενα 1
- Δημιουργεί ρεύμα dc

- Πολική (Polar)

- Παλμοί αντίθετης πολικότητας πλάτους $a_k = \pm A/2$ σε μορφή RZ ή NRZ
- Δε δημιουργεί ρεύμα dc εάν τα 0 και 1 είναι ισοπίθανα



Μορφές σηματοδότησης

- Διπολική (Bipolar) ή AMI (Alternate Mark Inversion)
 - Διαδοχικά 1 αναπαριστώνται από παλμούς εναλλασσόμενης πολικότητας
 - Κατάλληλη για μετάδοση (δεν απαιτεί γνώση της πολικότητας)
 - Δεν δημιουργεί ρεύμα dc εάν τα 0 και 1 είναι ισοπίθανα
- Manchester ή split phase
 - Το 1 αναπαριστάνεται με θετικό παλμό μισής διάρκειας ακολουθούμενο από αρνητικό παλμό μισής διάρκειας
 - Μηδενική dc συνιστώσα
 - Εύκολη ανάκτηση ρολογιού
 - Απαιτεί γνώση της πολικότητας



Μορφές σηματοδότησης

- Πολική τετραδική
 - Χρήση τεσσάρων σταθμών για αναπαράσταση των συνδυασμών 00, 01, 10 και 11
 - Διαφορετικοί κώδικες για την αντιστοιχία στάθμης και σειράς bit
 - Διπλάσια διάρκεια παλμών $D=2T_b$
 - Μισός ρυθμός baud $r=r_b/2$
 - Μικρότερη απαίτηση σε εύρος ζώνης

Μετάδοση ψηφιακού σήματος



- Κατά τη μετάδοση του ψηφιακού σήματος προστίθεται θόρυβος και παραμορφώνονται οι παλμοί
- Με βαθυπερατό φίλτρο να απομακρύνει τις εκτός ζώνης αλλοιώσεις, το σήμα στην είσοδο του δέκτη είναι

$$y(t) = \sum_k a_k \tilde{p}(t - t_d - kD) + n(t)$$

όπου

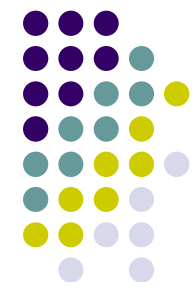
t_d η καθυστέρηση μετάδοσης και

$\tilde{p}(t)$ είναι η μορφή του αλλοιωμένου μετά τη μετάδοση παλμού

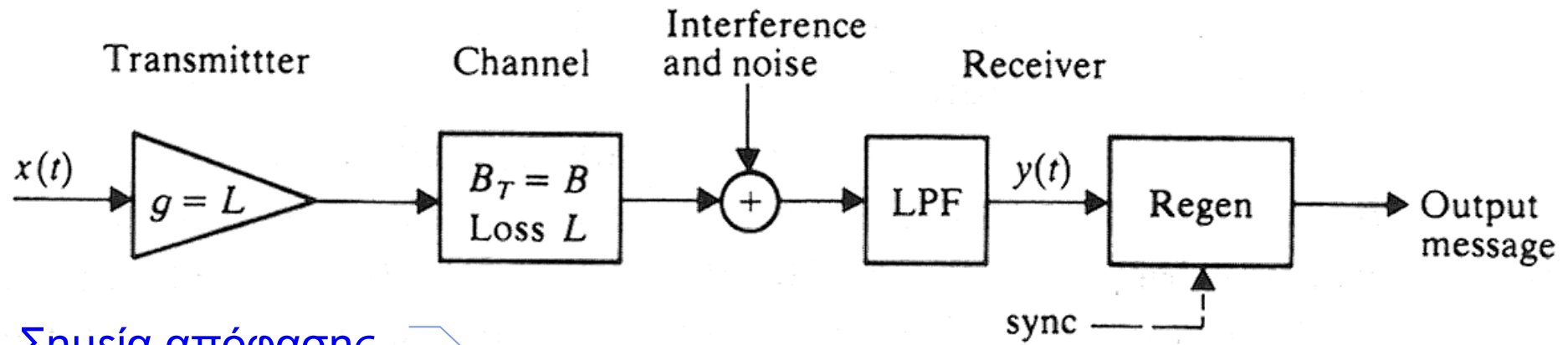
Φώραση ψηφιακού σήματος



- Η ανάκτηση του σήματος πληροφορίας γίνεται μέσω αναγεννητή (regenerator)
- Το κύκλωμα συγχρονισμού δίνει τις βέλτιστες στιγμές $t_K = KD + t_d$ για δειγματοληψία
- Ο αναγεννητής αποφασίζει για το σύμβολο που στάλθηκε

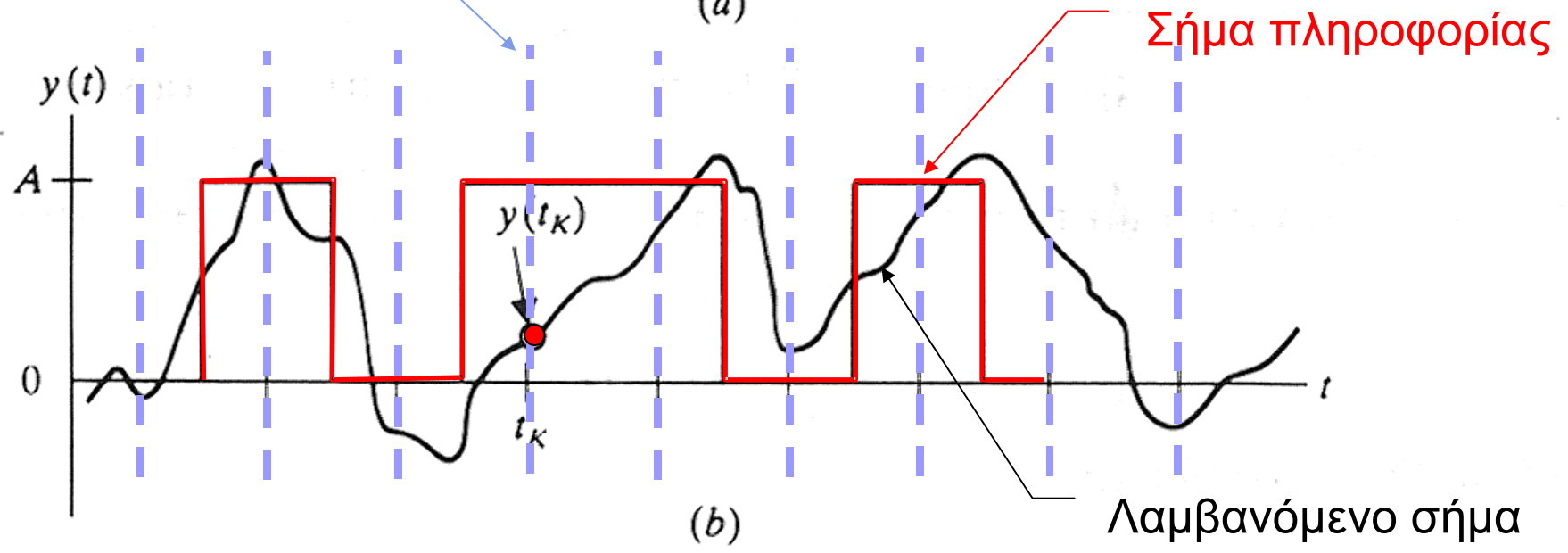


Δομικό διάγραμμα



Σημεία απόφασης

(a)





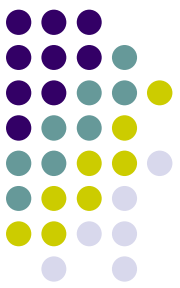
Φώραση ψηφιακού σήματος

- Με την υπόθεση ότι $\tilde{p}(0) = 1$ προκύπτει

$$y(t_K) = a_K + \sum_{k \neq K} a_k \tilde{p}(KD - kD) + n(t_K)$$

όπου

- ο πρώτος όρος είναι το επιθυμητό **σήμα**,
- ο τελευταίος όρος είναι η επίδραση του **θορύβου**, και
- ο μεσαίος όρος, είναι η **διασυμβολική παρεμβολή (ISI – intersymbol interference)**
 - περιγράφει την επίδραση των άλλων παλμών στο επιθυμητό σήμα



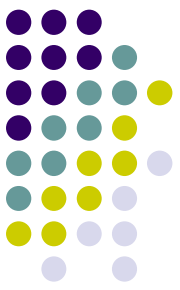
Λάθη μετάδοσης

- Ο συνδυασμός της ISI και του θορύβου οδηγούν σε λάθη φώρασης
 - Ο αναγεννητής πρέπει να αποφασίσει για το ποιο σύμβολο στάλθηκε a_K με βάση την τιμή $y(t_K)$ στο σημείο t_K
 - Το βαθυπερατό φίλτρο μειώνει την επίδραση του θορύβου, αλλά αυξάνει την ISI εξαπλώνοντας τη διάρκεια των παλμών
- → Υφίσταται θεμελιώδης περιορισμός στη σχέση μεταξύ της διασυμβολικής παρεμβολής, του εύρους ζώνης μετάδοσης και του ρυθμού σηματοδότησης



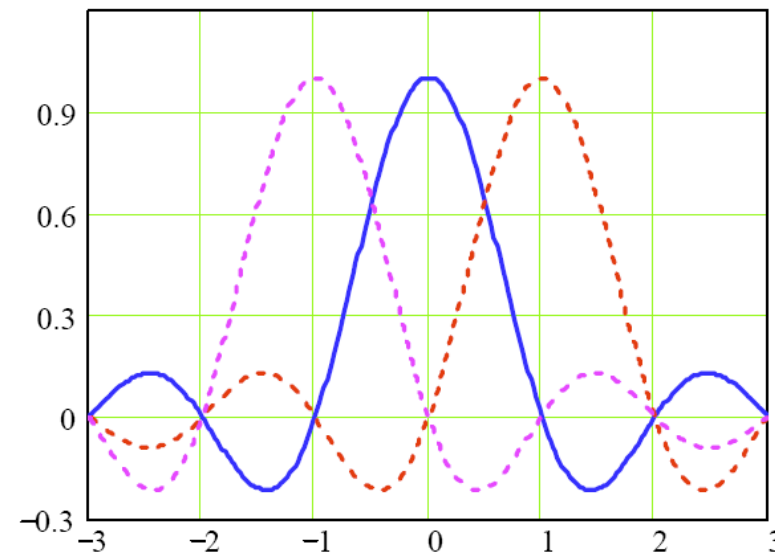
Θεώρημα Nyquist

- Δοθέντος ιδανικού βαθυπερατού φίλτρου εύρους ζώνης B , είναι δυνατή η μετάδοση ανεξάρτητων συμβόλων με ρυθμό $r \leq 2B$ baud χωρίς διασυμβολική παρεμβολή.
- Δεν είναι δυνατή η μετάδοση ανεξάρτητων συμβόλων με ρυθμό $r > 2B$.



Θεώρημα Nyquist

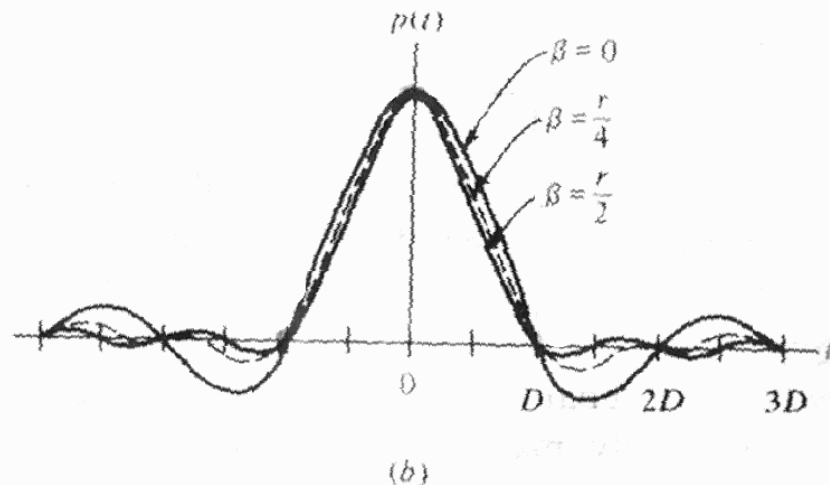
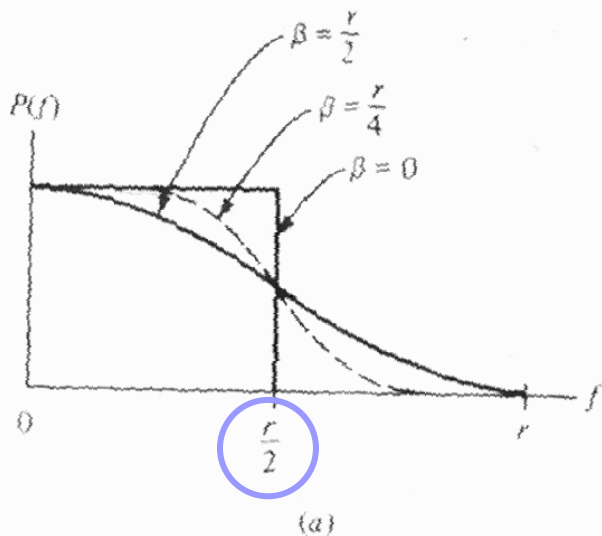
- Για μετάδοση με ρυθμό $r=2B$ ο παλμός πρέπει να έχει τη μορφή παλμού sinc, $p(t) = \text{sinc}(rt) = \text{sinc}(t/D)$
 - παρότι δεν είναι χρονικά περιορισμένος, εμφανίζει περιοδικούς μηδενισμούς στα $t = \pm D, \pm 2D, \dots$
 - έχει φάσμα περιορισμένου εύρους ζώνης $P(f)=0, |f| > r/2$ που δεν παραμορφώνεται με τη διάβαση μέσω βαθυπερατού φίλτρου $B \geq r/2$



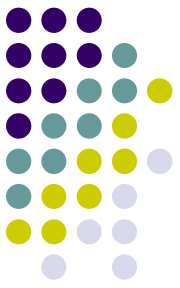


Μορφοποίηση παλμών

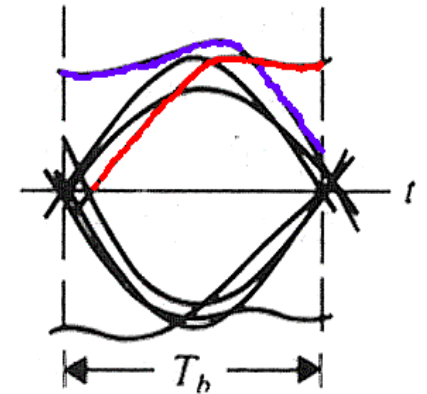
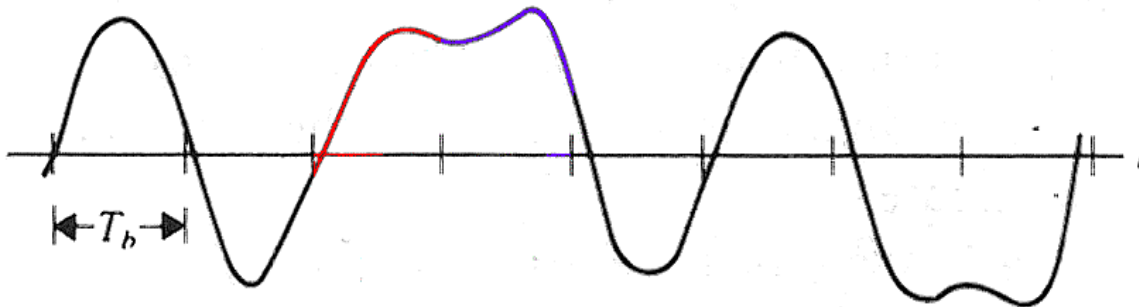
- Οι παλμοί sinc έχουν άπειρη διάρκεια ...
- ... μια πιο πρακτική λύση είναι παλμοί ανυψωμένου συνημίτονου (raised cosine) που έχουν μεγαλύτερη απόσβεση ουρών



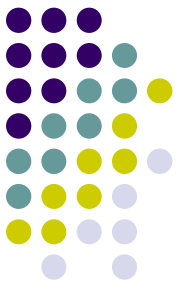
Διάγραμμα ματιού



- Παρατήρηση του λαμβανόμενου σήματος σε παλμογράφο με κατάλληλο συγχρονισμό και σάρωση

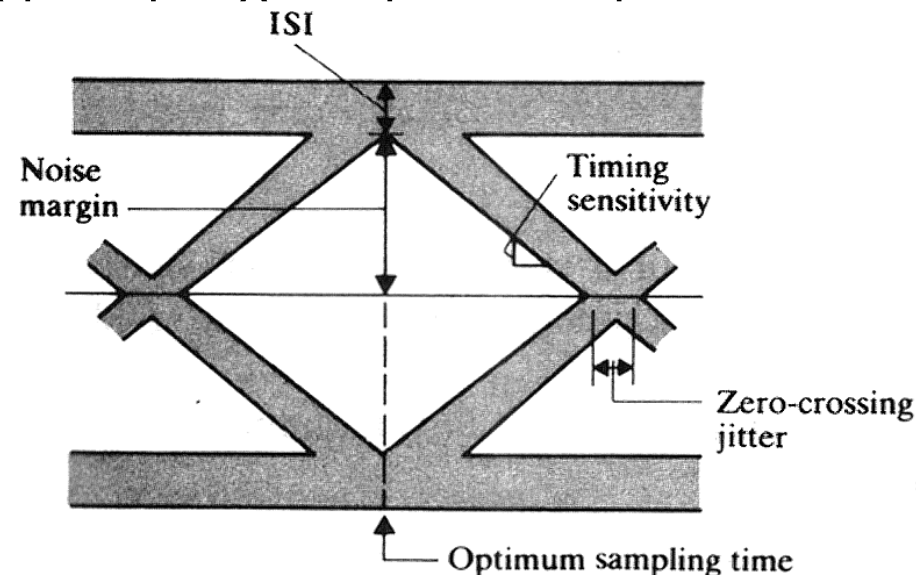


- Δίνει σημαντική πληροφορηση για
 - τη βέλτιστη στιγμή δειγματοληψίας (τιμή συμβόλου)
 - αντιστοιχεί στο μέγιστο άνοιγμα
 - την ανάκτηση του χρονισμού (διάρκεια συμβόλου)
 - συνήθως από τους μηδενισμούς του σήματος



Διάγραμμα ματιού

- Στο μέγιστο άνοιγμα ματιού η διασυμβολική παρεμβολή (ISI) κλείνει εν μέρει το μάτι και μειώνει το **περιθώριο θορύβου (noise margin)**
- Στα σημεία μηδενισμού οι παραμορφώσεις δημιουργούν **τρέμουλο (jitter)**
 - Η κλίση του ματιού στην περιοχή αυτή δείχνει την ευαισθησία σε λάθη χρονισμού



Πυκνότητα φάσματος ισχύος ψηφιακής PAM



- Το φάσμα του παλμού οδηγεί στο φάσμα του ψηφιακού σήματος PAM

- Εάν $E[a_k a_i] = \begin{cases} \sigma_a^2 & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases}$

το φάσμα του σήματος PAM μπορεί να υπολογισθεί από τη σχέση

$$G_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{D} |P(f)|^2$$

που ισχύει για οποιοδήποτε σήμα PAM όταν τα a_k είναι **ασυσχέτιστα** και έχουν **μηδενική μέση τιμή**

Πυκνότητα φάσματος ισχύος ψηφιακής PAM



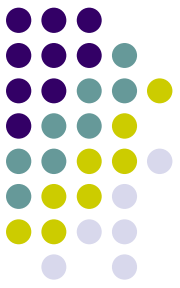
- Για **μονοπολική** σηματοδότηση δεν ισχύει η υπόθεση της μηδενικής μέσης τιμής και εν γένει τα σύμβολα δεν είναι ασυσχέτιστα
- Εάν $R_a(n) = E[a_k a_{k-n}]$ η **αυτοσυσχέτιση πλάτους (amplitude autocorrelation)** το φάσμα του ψηφιακού σήματος PAM μπορεί να υπολογισθεί από τη σχέση

$$G_x(f) = \frac{1}{D} |P(f)|^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_a(n) \exp(-j2\pi n f D)$$

- Για ασυσχέτιστο συρμό bit

$$R_a(n) = \begin{cases} \sigma_a^2 + m_a^2, & n = 0 & \text{συνολική ισχύς} \\ m_a^2, & n \neq 0 & \text{ισχύς DC} \end{cases}$$

Πυκνότητα φάσματος ισχύος ψηφιακής ΡΑΜ



- επομένως

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} R_a(n) \exp(-2\pi n f D) = \sigma_n^2 + m_a^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(-j2\pi n f D)$$

και επειδή

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(-j2\pi n f D) = \frac{1}{D} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{D}\right)$$

- τελικά προκύπτει

$$G_x(f) = \sigma_a^2 r |P(f)|^2 + m_a^2 r^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} |P(nr)|^2 \delta(f - nr)$$

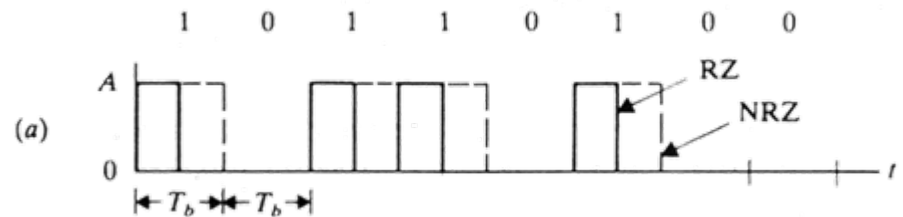
όπου $r = 1/D$



Παράδειγμα

- Για μονοπολική σηματοδότηση RZ

$$P(f) = \frac{1}{2r_b} \operatorname{sinc} \frac{f}{2r_b}$$



- Με ισοπίθανες, ανεξάρτητες εμφανίσεις bit

$$\overline{a_k^2} = A^2 / 2$$

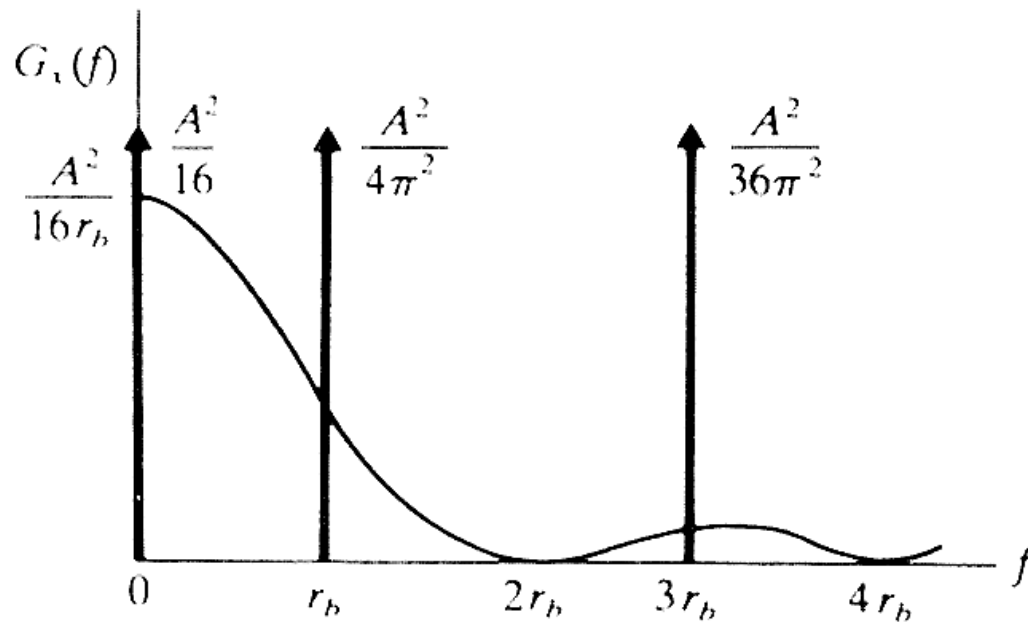
$$m_a^2 = \sigma_a^2 = A^2 / 4$$

- ΟΠΌΤΕ

$$G_x(f) = \sigma_a^2 r |P(f)|^2 + m_a^2 r^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} |P(nr)|^2 \delta(f - nr)$$

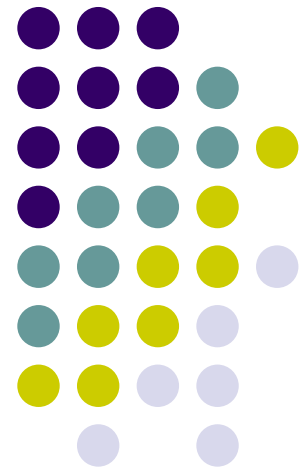
$$\Rightarrow G_x(f) = \frac{A^2}{16r_b} \operatorname{sinc}^2 \frac{f}{2r_b} + \frac{A^2}{16} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nr_b) \operatorname{sinc}^2 \frac{n}{2}$$

Φάσμα της ΡΑΜ με μονοπολική RZ σηματοδότηση

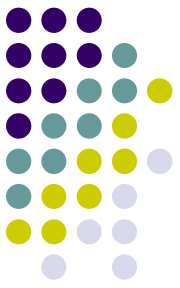


- οι κρουστικές συναρτήσεις στις μονές συχνότητες δείχνουν ότι μπορούμε να ανακτήσουμε εύκολα το ρολόι

Θόρυβος και λάθη

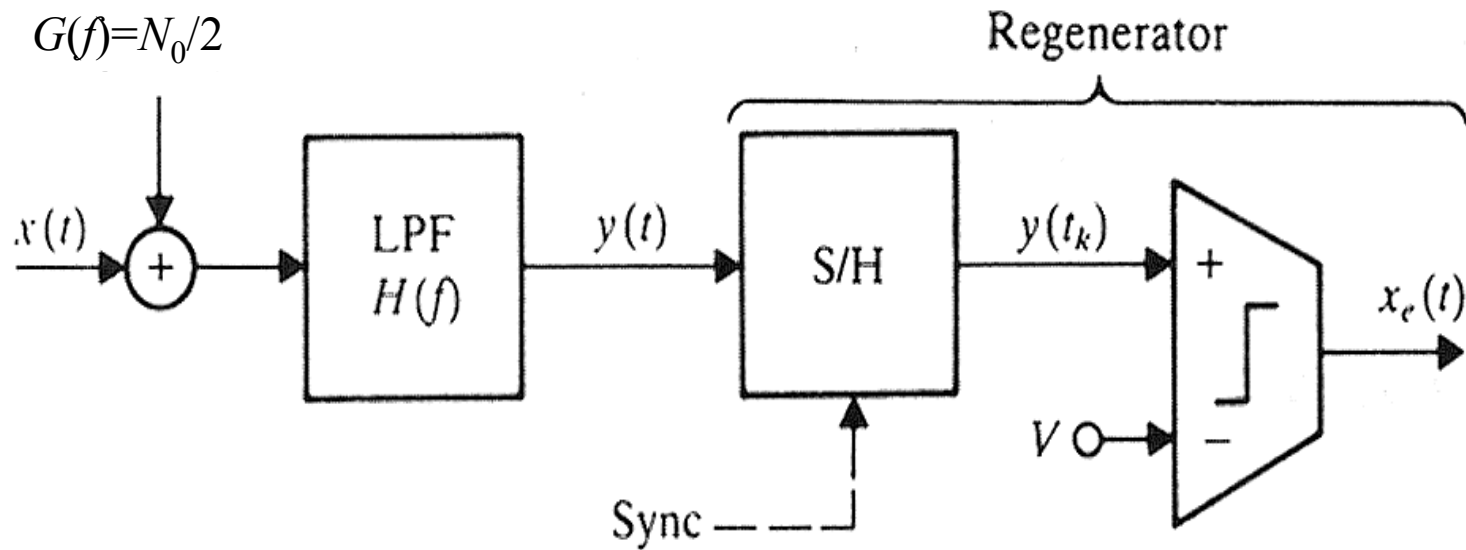
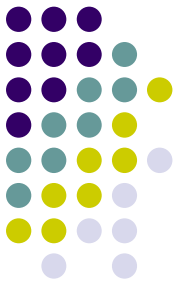


Ψηφιακός δέκτης σημάτων βασικής ζώνης

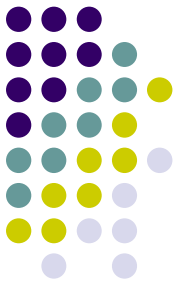


- Υποθέτουμε δίαυλο χωρίς παραμορφώσεις παρουσία προσθετικού λευκού θορύβου (AWGN)
- Το λαμβανόμενο σήμα διέρχεται μέσω βαθυπερατού φίλτρου, που δεν εισάγει διασυμβολική παρεμβολή (ISI), για την αφαίρεση του πλεονάζοντος θορύβου
- Ο ψηφιακός δέκτης σημάτων βασικής ζώνης είναι ένας μετατροπέας αναλογικού-σε-ψηφιακό (analog-to-digital converter)
 - Μετατρέπει το **θορυβώδες** αναλογικό σήμα σε ψηφιακό σήμα **χωρίς θόρυβο**, αλλά με περιστασιακά **λάθη**

Διαδικός δέκτης



Φώραση μονοπολικού σήματος



- Κύκλωμα sample-and-hold (S/H) σκανδαλίζεται τη βέλτιστη στιγμή
- Αναπαραγωγή ψηφιακού σήματος συγκρίνοντας με τιμή κατωφλίου V
 - εάν το σήμα μεγαλύτερο του V ο συγκριτής εξάγει 1
 - εάν το σήμα μικρότερο του V ο συγκριτής εξάγει 0
- Ο συνδυασμός S/H και συγκριτή δρα ως **αναγεννητής (regenerator)**
 - **Χωρίς λάθη, το σήμα ανακτάται πλήρως!**

Αναγέννηση μονοπολικού σήματος



- Λαμβάνουμε

1 εάν $y(t_k) > V$

0 εάν $y(t_k) < V$

