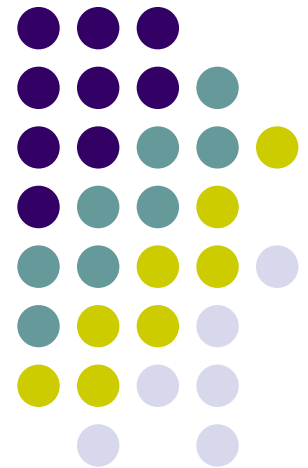
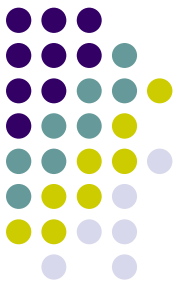


Παλμοκωδική Διαμόρφωση

Pulse Code Modulation (PCM)



Pulse-code modulation (PCM)

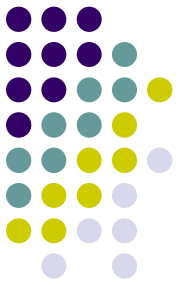


- Η PCM είναι ένας στοιχειώδης τρόπος διαμόρφωσης που **δεν** χρησιμοποιεί φέρον!
- Το μεταδιδόμενο (διαμορφωμένο) σήμα PCM είναι μια ψηφιακή αναπαράσταση του αναλογικού σήματος
 - το πλάτος του σήματος δειγματοληπτείται
 - κβαντίζεται, και
 - μεταδίδεται ως σειρά συμβόλων, συνήθως, δυαδικών (bit)
- Ο δέκτης από τους λαμβανόμενους παλμούς ανακτά τη ψηφιακή ακολουθία συμβόλων και ανακατασκευάζει το αναλογικό σήμα μέσω μετατροπέα D/A

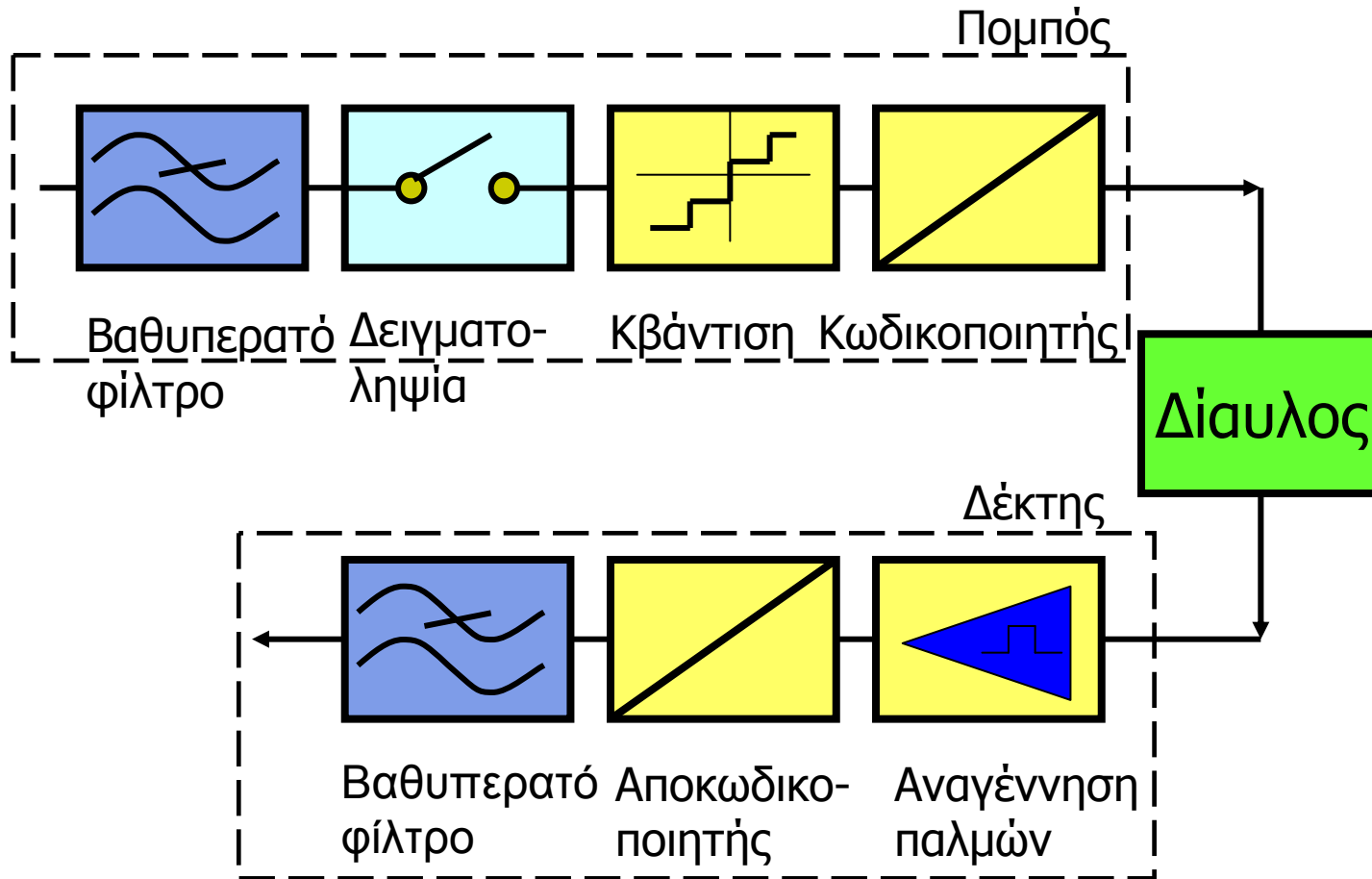


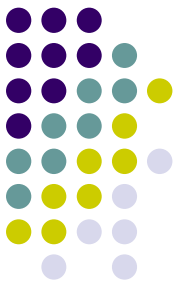
Ιστορικό

- Δοκιμάσθηκε για πρώτη φορά το 1948 στα Bell Labs για τη μετάδοση αναλογικού σήματος φωνής 4 kHz ως ψηφιακού σήματος 64 kbps
- Σε συνδυασμό με TDM, η PCM άρχισε να χρησιμοποιείται στο τηλεφωνικό σύστημα
 - 1962 στις ΗΠΑ: 24 κανάλια φωνής σε φορέα 1,5 Mbps
 - 1969 στην Ευρώπη, 30 κανάλια φωνής σε φορέα 2 Mbps
- Η PCM διευκολύνει τη ψηφιακή μετάδοση από σημείο σε σημείο (σε σειρά ζεύξεων)
- Εκτός από την τηλεφωνία, η PCM χρησιμοποιείται στον ψηφιακό ήχο σε προσωπικούς υπολογιστές και στα CD (δεν συνηθίζεται στα DVD)



Δομικό διάγραμμα PCM



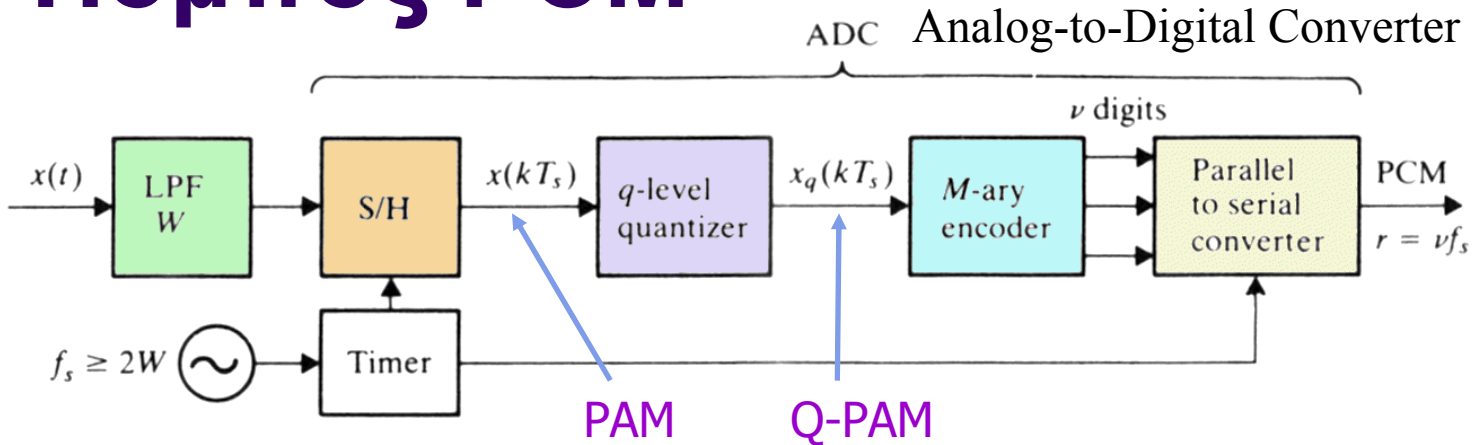


Λειτουργία πομπού PCM

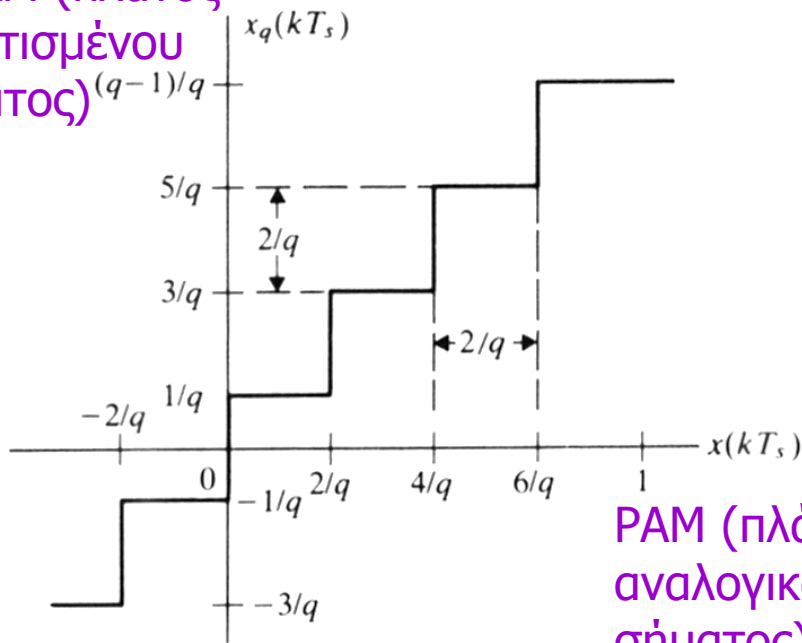
- Το αναλογικό σήμα $x(t)$ διέρχεται από βαθυπερατό φίλτρο και λαμβάνονται τα δείγματα $x(kT_s)$ με κύκλωμα sample and hold (S/H)
- Ο κβαντιστής στρογγυλεύει τα δείγματα $x(kT_s)$ στην πλησιέστερη διακριτή τιμή από ένα σύνολο q σταθμών κβάντισης
 - Τα προκύπτοντα δείγματα $x_q(kT_s)$ είναι διακριτά στο χρόνο και στο πλάτος
- Ο κωδικοποιητής μετατρέπει τα κβαντισμένα δείγματα σε ψηφιακές κωδικές λέξεις των ν bit χρησιμοποιώντας M -κη σηματοδότηση
- Ο μετατροπέας παράλληλου σε σειριακό μετατρέπει τις κωδικές λέξεις σε συρμό bit



Πομπός PCM



Q-PAM (πλάτος κβαντισμένου σήματος)



M : σύμβολα

q : στάθμες κβαντισμού

ν : αριθμός bit

r : ρυθμός εξόδου



Πομπός PCM

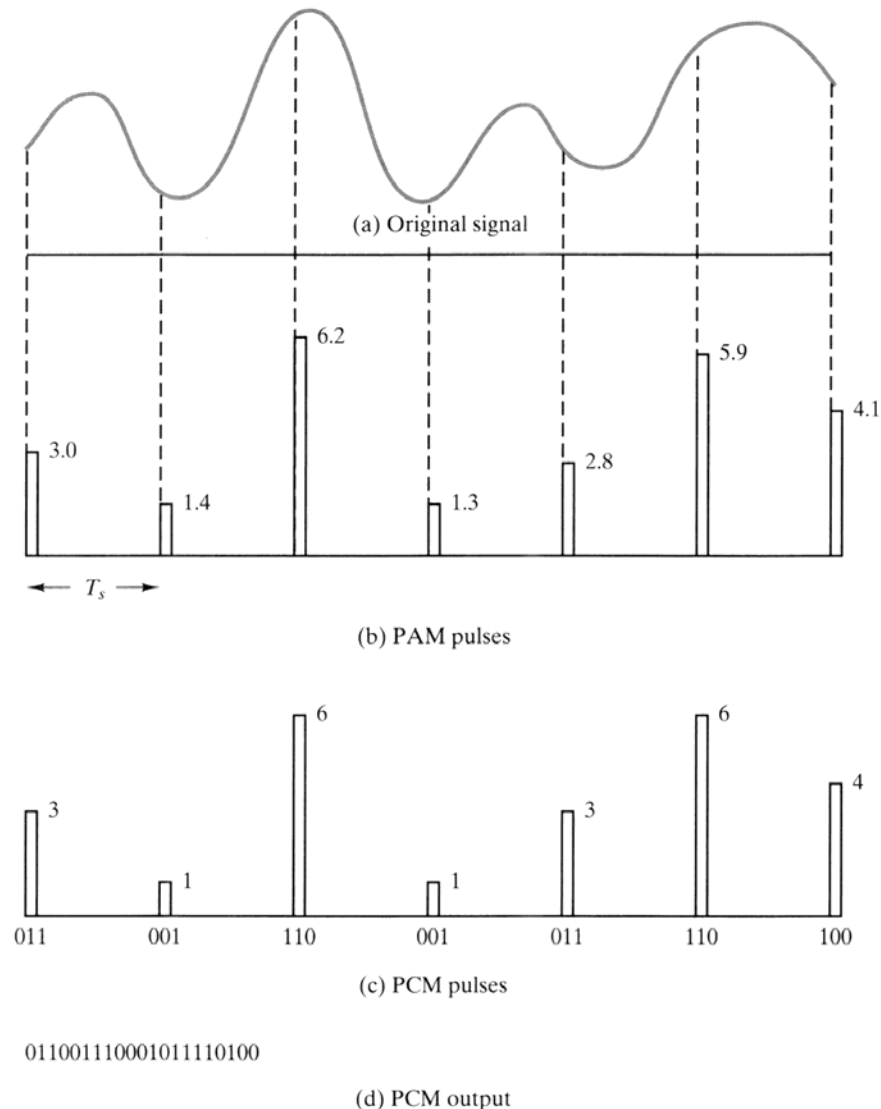
- Οι παράμετροι M , ν και q επιλέγονται ώστε να ικανοποιούν τη σχέση

$$q = M^\nu \Leftrightarrow \nu = \log_M q$$

- Για δυαδική σηματοδότηση $M=2$ οπότε $q=2^\nu$
- Ο ρυθμός σηματοδότησης είναι $r = \nu f_s$ με $f_s \geq 2W$
- Και το εύρος ζώνης $B_T \geq \frac{r}{2} = \frac{\nu f_s}{2} \geq \nu W$

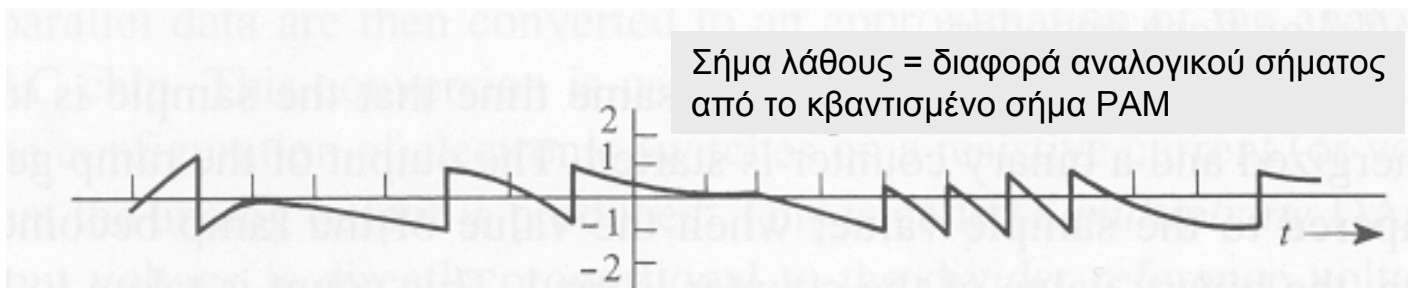
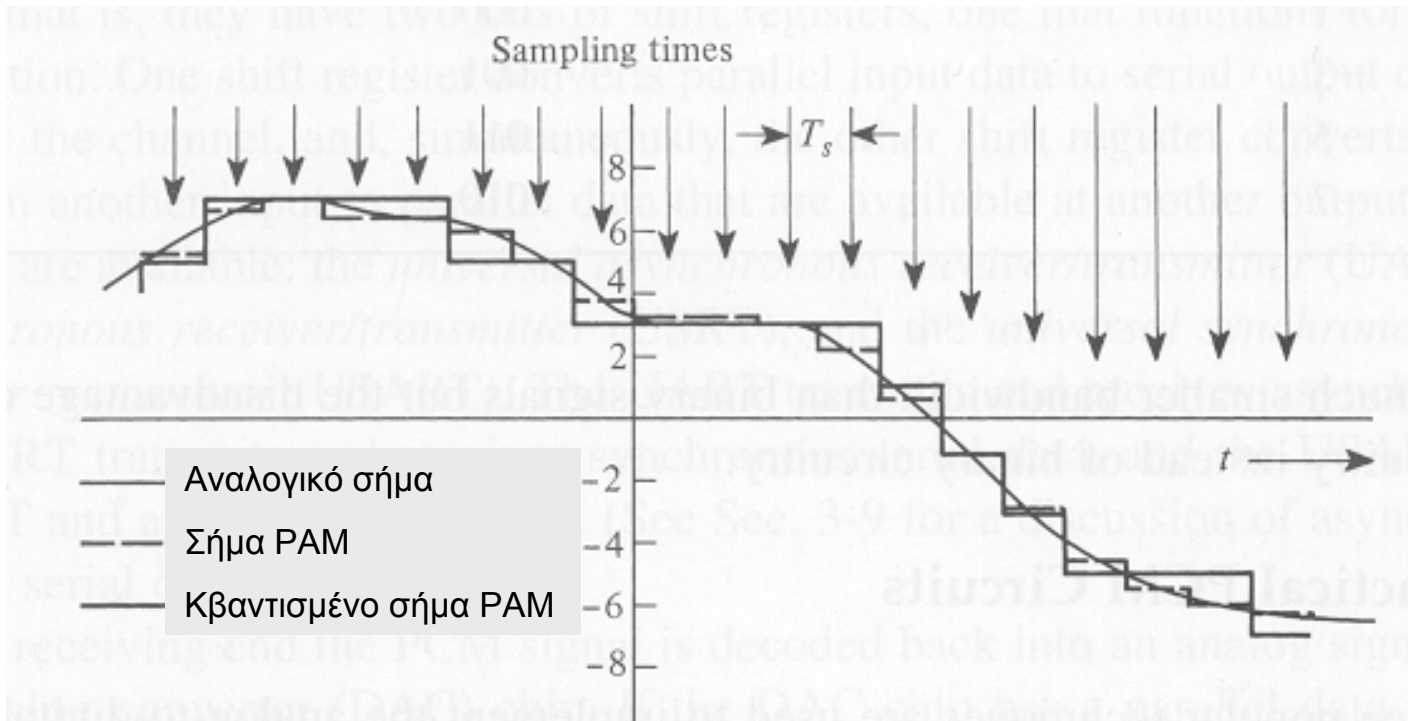
Κβάντιση

- Το σήμα έχει συνεχείς τιμές εντός της δυναμικής του περιοχής
- Το σήμα PAM έχει συνεχείς τιμές σε διακριτές χρονικές στιγμές
- Το κβαντισμένο σήμα Q-PAM έχει πεπερασμένες τιμές (εδώ οι λέξεις 3 bit)





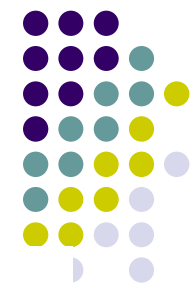
Κυματομορφές PCM



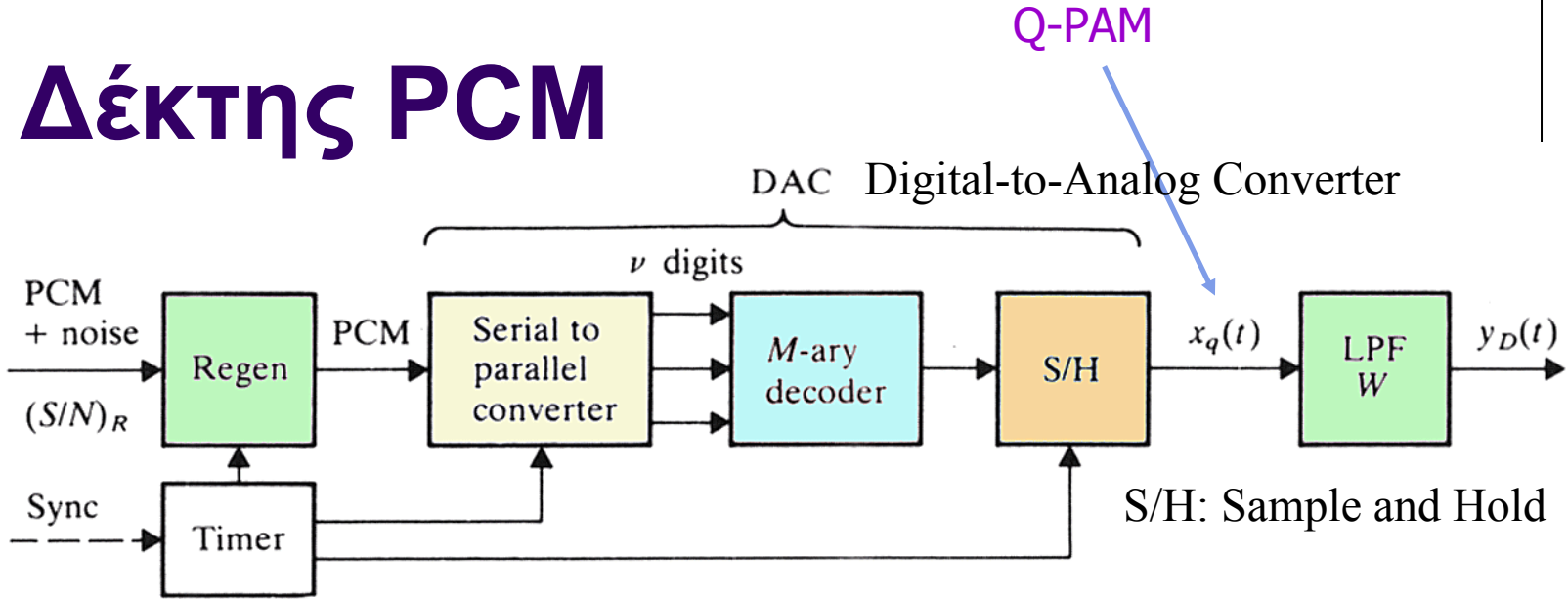


Λειτουργία δέκτη PCM

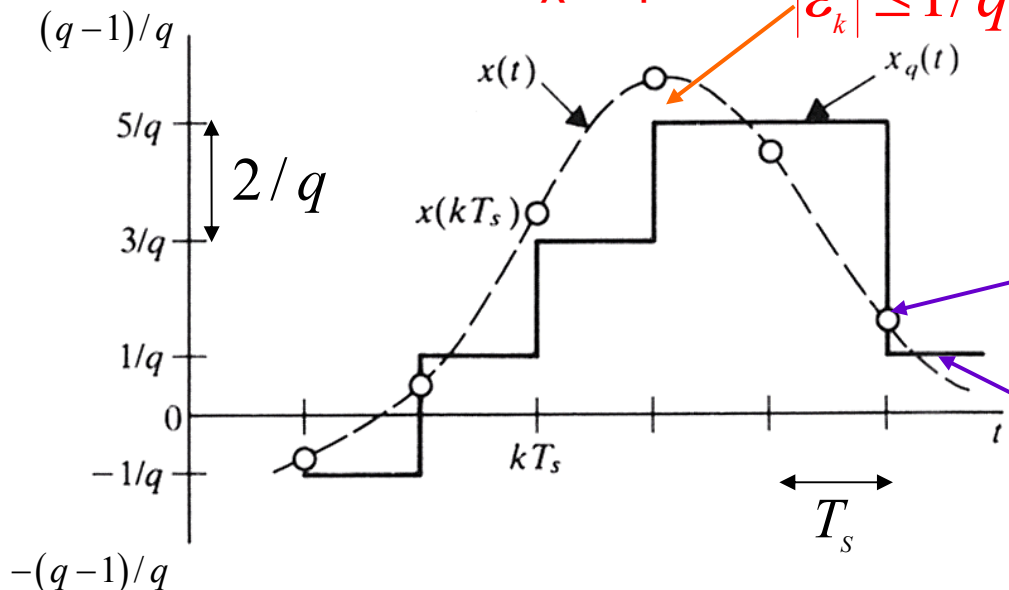
- Το λαμβανόμενο σήμα περιέχει θόρυβο, αλλά ο αναγεννητής παράγει μια καθαρή μορφή **χωρίς λάθη**
 - εάν η σηματοθορυβική σχέση είναι μεγάλη
- Ο μετατροπέας ψηφιακού προς αναλογικό (DAC)
 - Μετατρέπει τα σειριακά σύμβολα σε παράλληλα
 - Αποκωδικοποιεί τα M -κα σύμβολα
 - Παράγει την αναλογική κυματομορφή $x_q(t)$ μέσω κυκλώματος S/H



Δέκτης PCM



Το σφάλμα κβαντισμού έχει όριο $|\epsilon_k| \leq 1/q$



PAM (πλάτος αναλογικού σήματος)

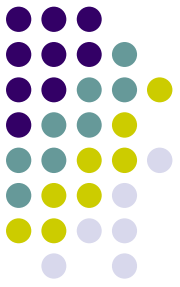
Q-PAM (πλάτος κβαντισμένου σήματος)



Λειτουργία δέκτη PCM

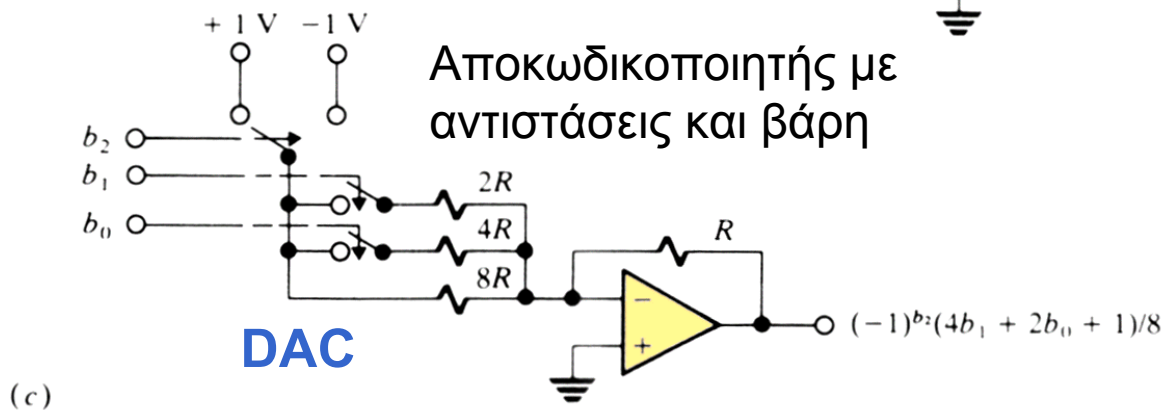
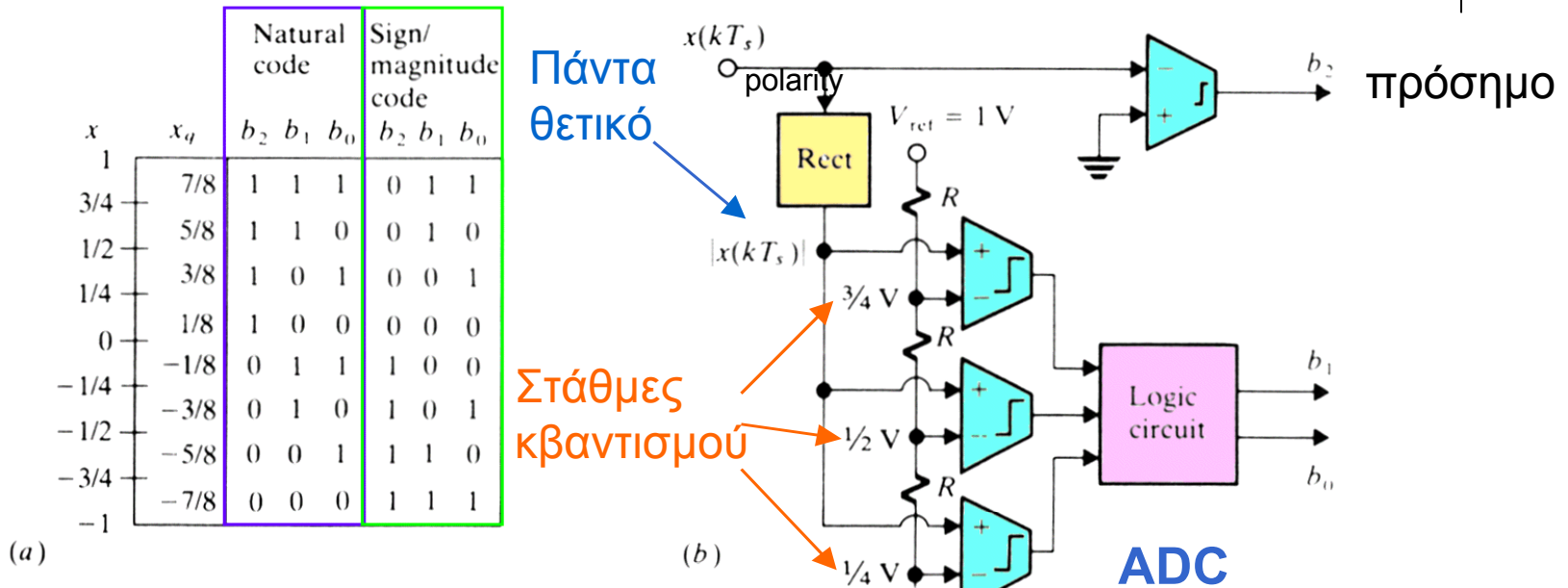
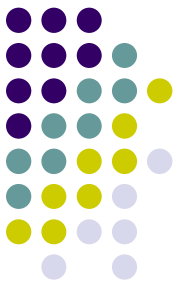
- Η $x_q(t)$ είναι μια κλιμακωτή (staircase) προσέγγιση του σήματος πληροφορίας $x(t)$
- Το βαθυπερατό φίλτρο την εξομαλύνει παράγοντας το σήμα $y_D(t)$
 - Που διαφέρει από το σήμα πληροφορίας στο ποσοστό που τα κβαντισμένα δείγματα διαφέρουν από τα πραγματικά
- Η τέλεια ανακατασκευή του σήματος στο PCM είναι αδύνατη ακόμη και χωρίς την ύπαρξη θορύβου

Κωδικοποίηση, αποκωδικοποίηση

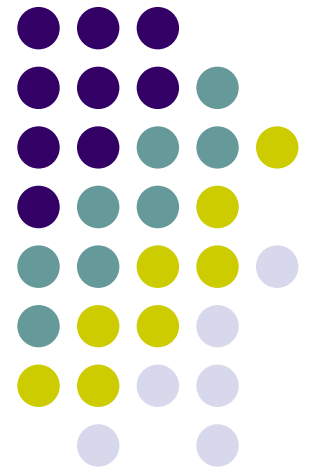


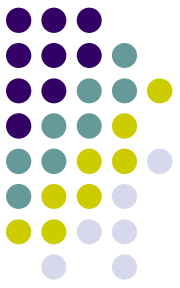
- Ο κωδικοποιητής μπορεί να υλοποιηθεί με χρήση συγκριτών
 - Το σήμα συγκρίνεται με συγκεκριμένες στάθμες και η κωδική λέξη προκύπτει από κατάλληλο λογικό κύκλωμα
- Ο αποκωδικοποιητής μπορεί να υλοποιηθεί με κύκλωμα αποτελούμενο από διακόπτες, αντιστάσεις και τελεστικό ενισχυτή

Κωδικοποίηση, αποκωδικοποίηση PCM ($\nu=3$)



Κβάντιση





Θόρυβος κβαντισμού

- Ακόμη και χωρίς θόρυβο η τέλεια αναπαραγωγή του σήματος πληροφορίας είναι αδύνατη λόγω του κβαντισμού που υφίστανται τα δείγματα
 - Ο μετατροπέας ADC εισάγει μόνιμα λάθη που εμφανίζονται ως **θόρυβος** κατά την αποδιαμόρφωση



Σφάλμα κβαντισμού

- Για την ανάλυση είναι βολικότερο να αναπαρασταθεί το σήμα PCM ως τραίνο παλμών (συναρτήσεις δέλτα) αντί ως κλιμακωτή προσέγγιση (ορθογωνικοί παλμοί)

$$x_{\delta}(t) = \sum_k [x(kT_s) + \varepsilon_k] \delta(t - kT_s)$$

- Το σφάλμα κβαντισμού είναι η διαφορά μεταξύ των κυματομορφών Q-PAM και PAM

$$\varepsilon_k = x_q(kT_s) - x(kT_s)$$



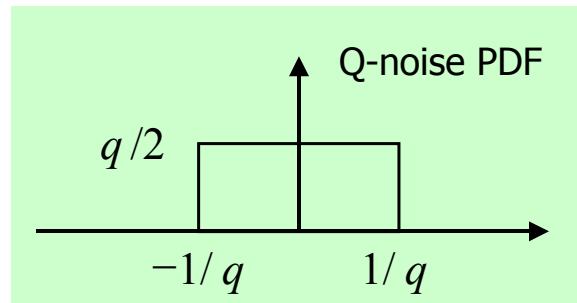
Σφάλμα κβαντισμού

- Για μεγάλο πλήθος σταθμών q , τα σφάλματα κβαντισμού ε_k είναι ασυσχέτιστα και ανεξάρτητα του σήματος πληροφορίας $x(t)$
- Το σφάλμα κβαντισμού μπορεί να ειδωθεί ως θόρυβος με ισχύ τη μέση τετραγωνική τιμή $\overline{\varepsilon_k^2}$



Ισχύς θορύβου κβαντισμού

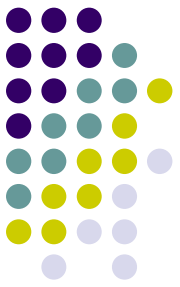
- Με ισαπέχοντες στάθμες έχουμε $|\varepsilon_k| \leq 1/q$
- το σφάλμα κβαντισμού μπορεί να θεωρηθεί ως ομοιόμορφα κατανομημένη τυχαία μεταβλητή στο διάστημα $-1/q \leq \varepsilon_k \leq 1/q$



- οπότε η ισχύς του θορύβου κβαντισμού είναι

$$\overline{\sigma_q^2} = \overline{\varepsilon_k^2} = \frac{q}{2} \int_{-1/q}^{1/q} \varepsilon^2 d\varepsilon = \frac{1}{3q^2}$$

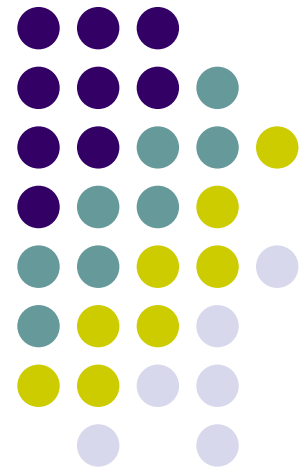
Λόγος σήματος προς θόρυβο κβαντισμού (SQNR)



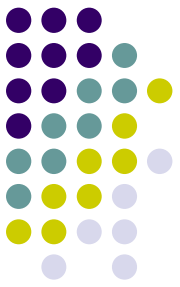
- Λόγος σήματος προς θόρυβο κβαντισμού (signal to quantization noise – SQNR) ορίζεται ως η ισχύς του σήματος προς την ισχύ του θορύβου κβαντισμού

$$SQNR = \frac{S_x}{\sigma_q^2} = 3q^2 S_x$$

Σηματοθρομβική σχέση

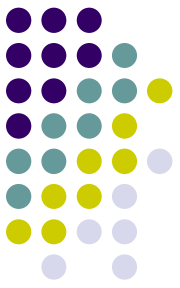


Σηματοθορυβική σχέση εξόδου



- Υποθέτουμε μετάδοση **χωρίς λάθη**
- Η έξοδος του βαθυπερατού φίλτρου είναι
$$y_D(t) = x(t) + \sum_k \varepsilon_k \text{sinc}(f_s t - k)$$
και έχει τη μορφή σήματος με προσθετικό θόρυβο
- Ο όρος του θορύβου είναι το σήμα λάθους
$$\sum_k \varepsilon_k \text{sinc}(f_s t - k) = x_q(t) - x(t)$$
- οπότε η σηματοθορυβική σχέση εξόδου ταυτίζεται με το λόγο σήματος προς θόρυβο κβαντισμού (SQNR)

Σηματοθρομβική σχέση εξόδου



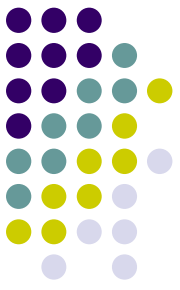
- Η ισχύς του σήματος πληροφορίας στην έξοδο του δέκτη PCM είναι

$$S_D = \overline{x^2} = S_x \leq 1$$

- Επειδή $q=2^\nu$, εκφράζοντας τη σηματοθρομβική σχέση σε db

$$\begin{aligned} SNR_o &= 10 \log_{10} (3 \cdot 2^{2\nu} S_x) \\ &= 4.8 + 6.0\nu + 10 \log_{10} (S_x) \\ &\leq 4.8 + 6.0\nu \quad \text{dB} \end{aligned}$$

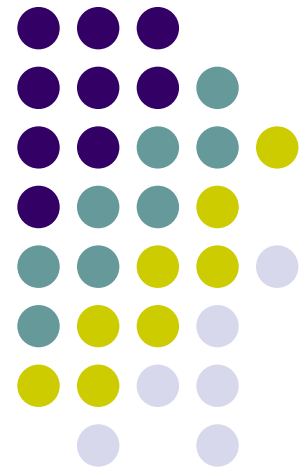
με την ισότητα να ισχύει για $S_x=1$



Μη ομοιόμορφη κβάντιση

- Για συστήματα PCM φωνής έχουμε $v=8$, και $SNR_o \leq 52,8 \text{ db}$
- Όμως, για μουσική ο λόγος $|x(t)|_{\max} / \sigma_x$ είναι μεγάλος επομένως $S_x = \sigma_x^2 \ll 1$
- Σε συστήματα HiFi $v=14$, αλλά $SNR_o \approx 60 \text{ db}$, αντί του ορίου $88,8 \text{ db}$
 - Τα ισχυρά σήματα κβαντίζονται με περιττή περίσσεια
 - Τα ασθενή σήματα κβαντίζονται ανεπαρκώς
- Αντί αύξησης των σταθμών κβαντισμού
→ μη ομοιόμορφη κβάντιση

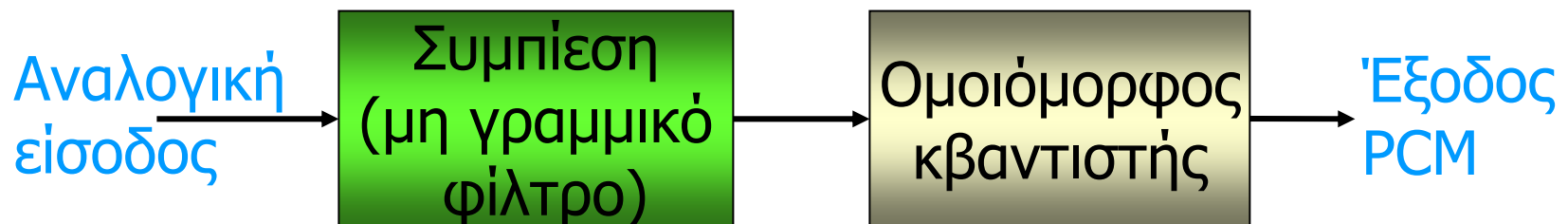
Μη ομοιόμοφη κβάντιση





Μη γραμμικοί κβαντιστές

- Αντιμετώπιση του δυναμικού εύρους σημάτων
- Διατήρηση του εύρους ζώνης
- Υλοποίηση με συμπίεση του σήματος ακολουθούμενη από ομοιόμορφη κβάντιση
- compander = compressor – expander
 - Συμπιέζει το σήμα πριν την κβάντιση, αποσυμπιέζει μετά την αποκωδικοποίηση





Συμπίεση-Αποσυμπίεση

- Για σήματα φωνής σε συστήματα τηλεφωνίας PCM χρησιμοποιούνται συμπίεστές
 - Νόμου μ (μ -law) στις ΗΠΑ και Ιαπωνία

$$y = \frac{\ln(1 + \mu|x|)}{\ln(1 + \mu)} \operatorname{sgn}(x), \quad |x| \leq 1$$

- Νόμου A (A-law) στην Ευρώπη

$$y = \begin{cases} \frac{A|x|}{1 + \ln A} \operatorname{sgn}(x), & |x| < 1/A \\ \frac{1 + \ln(A|x|)}{1 + \ln A} \operatorname{sgn}(x), & 1/A \leq |x| \leq 1 \end{cases}$$



Συμπίεση-Αποσυμπίεση

- Η αποσυμπίεση είναι η αντίστροφη πράξη της συμπίεσης
 - Νόμου μ (μ -law)

$$x = \frac{(1 + \mu)^{|y|} - 1}{\mu} \operatorname{sgn}(y), \quad |y| \leq 1$$

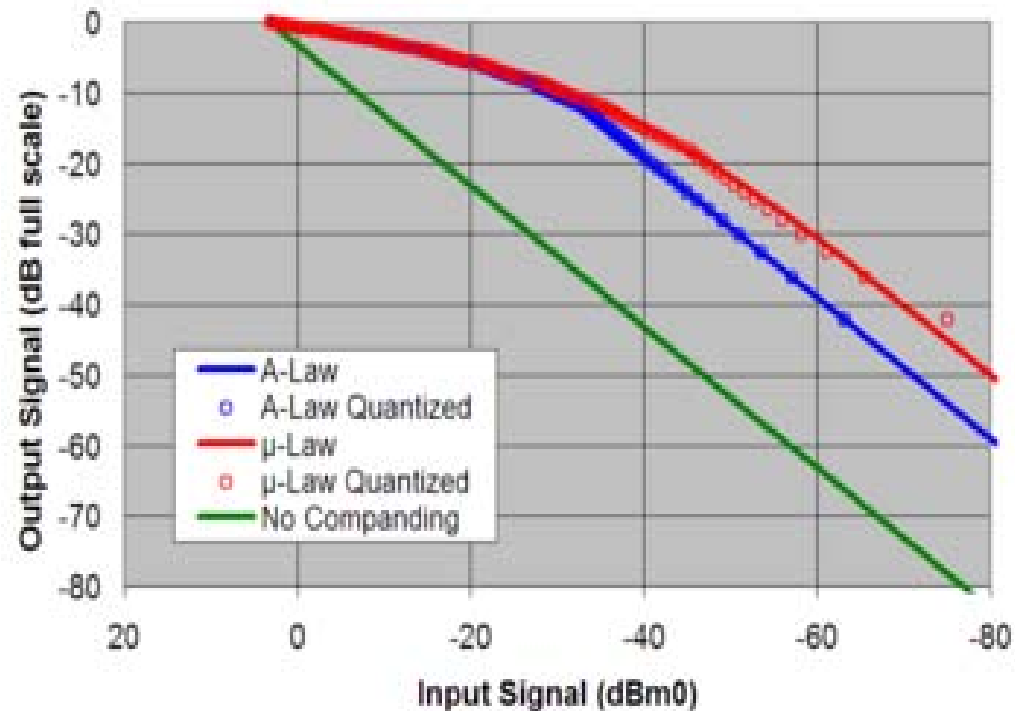
- Νόμου A (A-law)

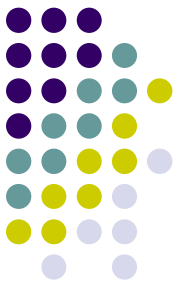
$$x = \operatorname{sgn}(x) \begin{cases} |y| \frac{1 + \ln A}{A}, & |y| < \frac{1}{1 + \ln A} \\ \frac{\exp(|y|(1 + \ln A - 1))}{A} & \frac{1}{1 + \ln A} \leq |y| < 1 \end{cases}$$

Επίδοση PCM με συμπίεση/αποσυμπίεση



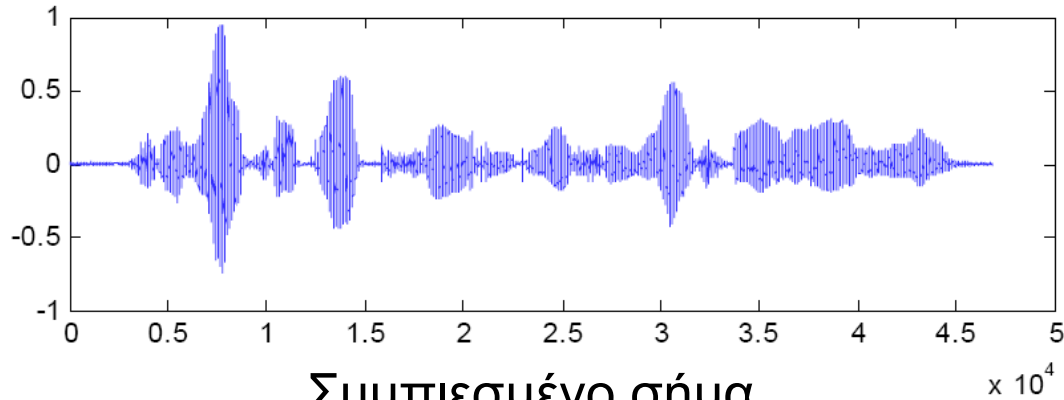
- Με τη συμπίεση μειώνεται το δυναμικό εύρος του σήματος και έτσι αυξάνεται η αποδοτικότητα της κωδικοποίησης
- Το αποτέλεσμα είναι καλύτερος λόγος σήματος προς παραμόρφωση σε σχέση με ομοιόμορφη κβάντιση για δεδομένο αριθμό bit



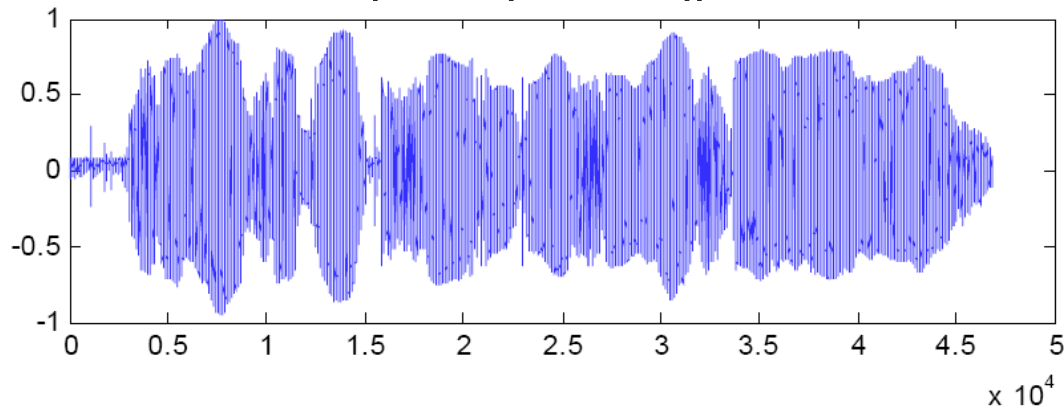


Παράδειγμα συμπίεσης

Αρχικό σήμα ήχου



Συμπίεσμένο σήμα

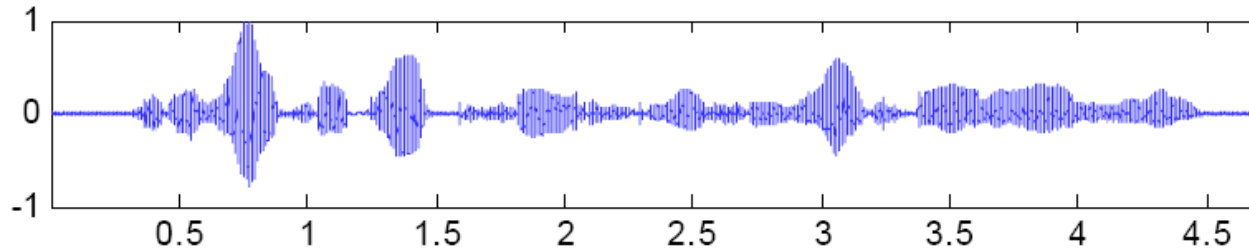


- Το μέγιστο πλάτος του σήματος παραμένει το ίδιο!
- Ποιο από τα δύο είναι πιο ανθεκτικό στο θόρυβο;

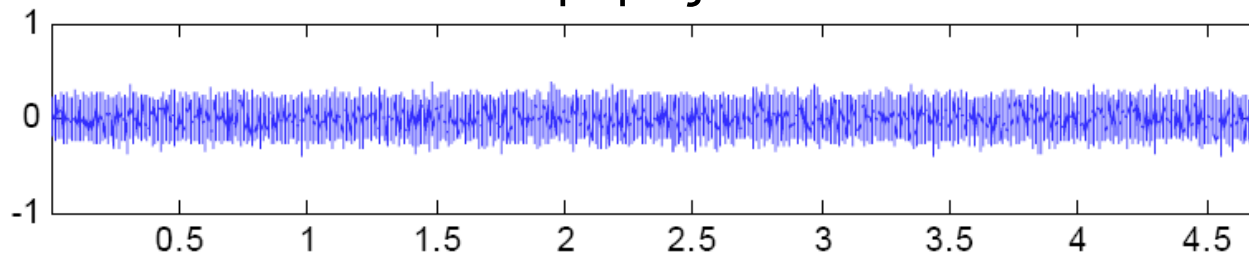
Μετάδοση χωρίς συμπίεση



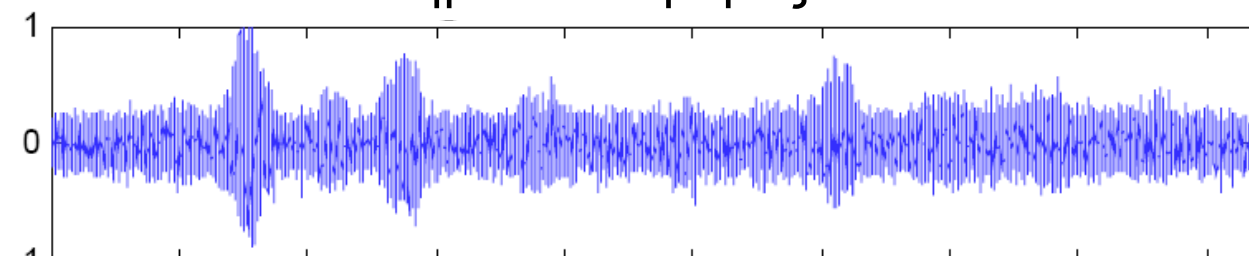
Αρχικό σήμα ήχου



Θόρυβος



Σήμα και θόρυβος

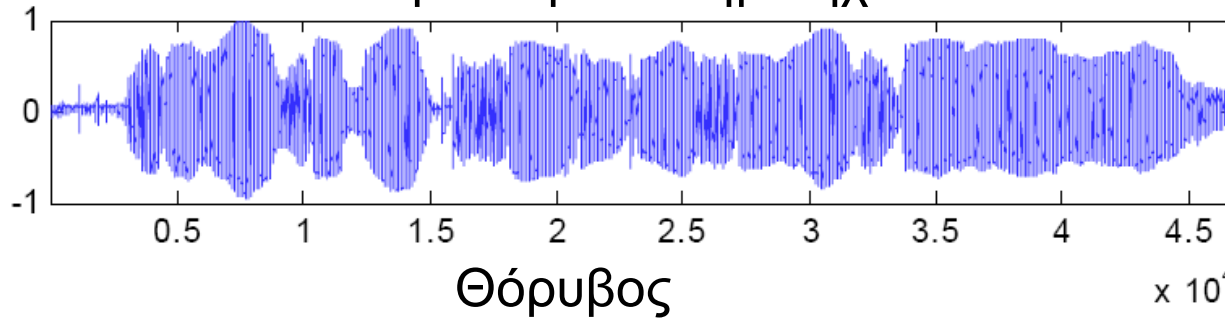


$\times 10^4$

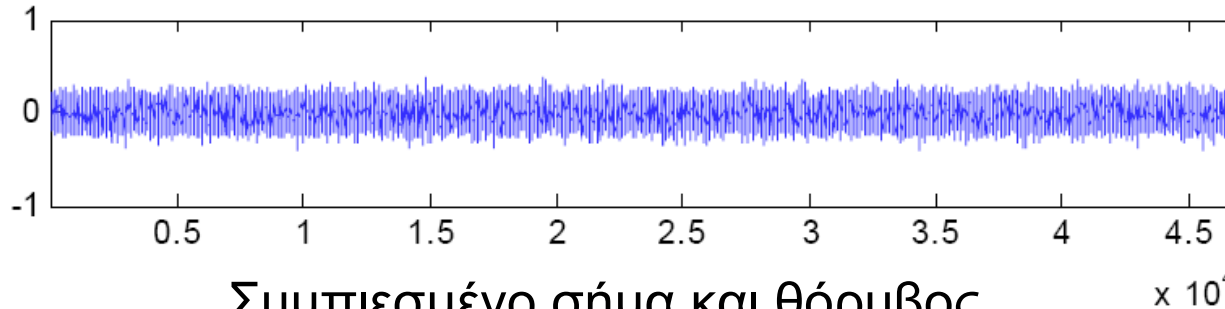
Μετάδοση με συμπίεση



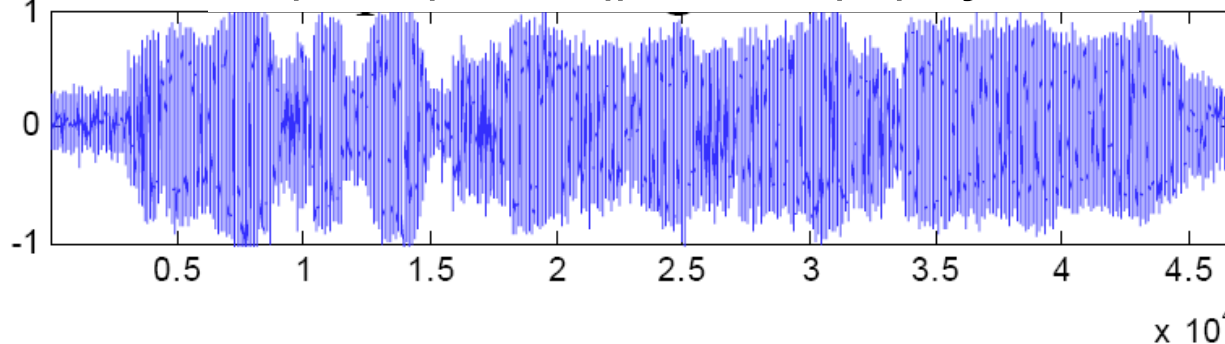
Συμπιεσμένο σήμα ήχου



Θόρυβος



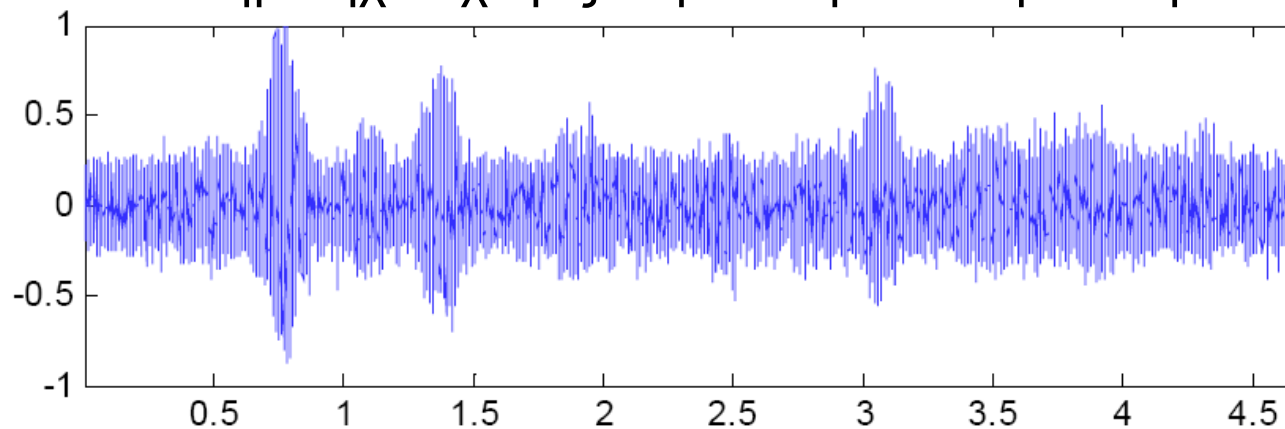
Συμπιεσμένο σήμα και θόρυβος



Μετά την αποσυμπίεση



Σήμα ήχου χωρίς συμπίεση/αποσυμπίεση



Σήμα ήχου με συμπίεση/αποσυμπίεση

