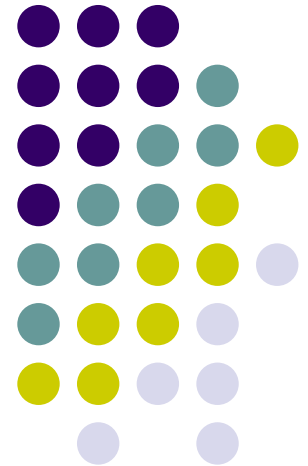
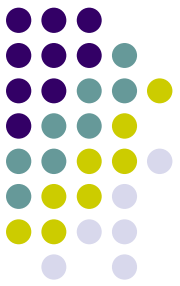


# Αποδιαμόρφωση σημάτων CW με θόρυβο

---





# Ορισμοί

- Το σήμα στη λήψη (μετά το φίλτρο προ-ανίχνευσης) είναι

$$r(t) = s(t) + n(t)$$

- όπου  $\overline{s^2} = S_R$ ,  $\overline{n^2} = N_R$

- Οι σηματοθορυβικές σχέσεις είναι

$$SNR_c = \frac{S_R}{N_R} = \frac{S_R}{N_0 B_T} = \frac{W}{B_T} SNR_b, \quad SNR_o = \frac{S_D}{N_D}$$

- Ο ζωνοπερατός θόρυβος είναι

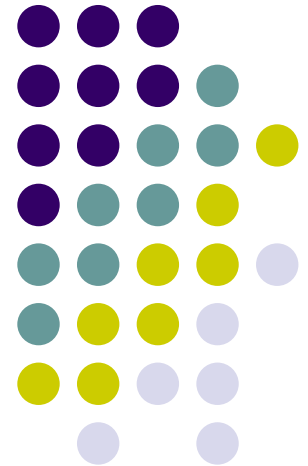
$$n(t) = n_c(t) \cos(2\pi f_c t) - n_s(t) \sin(2\pi f_c t)$$

- όπου

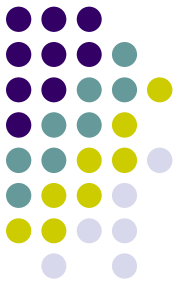
$$\overline{n_c^2} = \overline{n_s^2} = \overline{n^2} = N_R = N_0 B_T$$

# Θόρυβος στην ομόδυνη αποδιαμόρφωση

---



# Επίδραση θορύβου στην DSB



- Εάν η διαμόρφωση είναι DSB

$$s(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t)$$

- Το σήμα στην είσοδο του δέκτη είναι

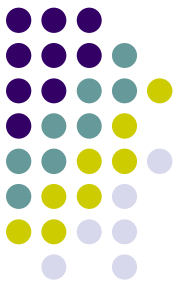
$$r(t) = [A_c m(t) + n_c(t)] \cos(2\pi f_c t) - n_s(t) \sin(2\pi f_c t)$$

- Ο ιδανικός **ομόδυνος** αποδιαμορφωτής εξάγει τη συμφασική συνιστώσα (απορρίπτοντας τους όρους με τη διπλάσια συχνότητα φέροντος) ώστε τελικά

$$y(t) = [A_c m(t) + n_c(t)] / 2$$

- και εάν το φίλτρο εξόδου είναι ιδανικό βαθυπερατό

$$y_D(t) = [A_c m(t) + n_c(t)] / 2$$



# SNR στην είσοδο του δέκτη

- Η ισχύς του σήματος στην είσοδο είναι

$$S_R = \overline{s^2} = A_c^2 S_m / 2$$

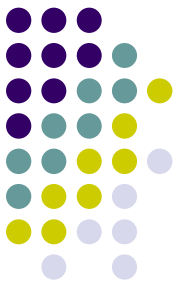
- Η ισχύς του θορύβου στην είσοδο είναι

$$N_R = \overline{n^2} = N_0 B_T = 2N_0 W$$

- Η σηματοθορυβική σχέση στην είσοδο είναι

$$SNR_c = \frac{S_R}{N_R} = \frac{A_c^2 S_m}{2N_0 B_T} = \frac{A_c^2 S_m}{4N_0 W}$$

- όπου  $S_m$  η ισχύς του σήματος  $m(t)$



# SNR στην έξοδο του δέκτη

- Η ισχύς του σήματος στην έξοδο είναι

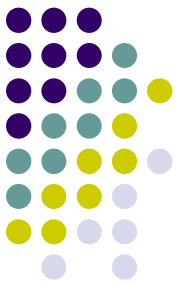
$$S_D = A_c^2 \overline{m^2} / 4 = A_c^2 S_m / 4$$

- Η ισχύς του θορύβου στην έξοδο είναι

$$N_D = \overline{n_c^2} / 4 = N_0 B_T / 4 = N_0 W / 2$$

- Η σηματοθορυβική σχέση στην έξοδο είναι

$$SNR_o = \frac{S_D}{N_D} = \frac{A_c^2 S_m}{N_0 B_T} = \frac{A_c^2 S_m}{2N_0 W} = \frac{S_R}{N_0 W}$$



# Επίδοση DSB σε θόρυβο

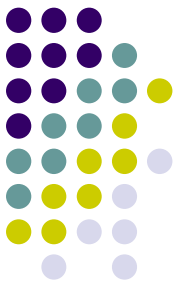
- Ο λόγος των σηματοθορυβικών σχέσεων εισόδου εξόδου στην DSB είναι

$$SNR_o = 2SNR_c$$

- και σε σύγκριση με το σύστημα βασικής ζώνης

$$SNR_o = \frac{S_R}{N_0W} = SNR_b$$

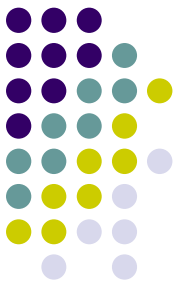
- Επομένως, η DSB δεν παρουσιάζει κάποια βελτίωση της σηματοθορυβικής σχέσης συγκρινόμενη με τη μετάδοση στη βασική ζώνη



# Επίδραση θορύβου στην SSB

- Εάν η διαμόρφωση είναι SSB
$$s(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t) / 2 \mp A_c \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t) / 2$$
- Το σήμα στην είσοδο του δέκτη είναι
$$r(t) = \left[ A_c m(t) / 2 + n_c(t) \right] \cos(2\pi f_c t) \mp \left[ A_c \hat{m}(t) / 2 + n_s(t) \right] \sin(2\pi f_c t)$$
- Ο ιδανικός **ομόδυνος** αποδιαμορφωτής εξάγει τη συμφασική συνιστώσα (απορρίπτοντας τους όρους με τη διπλάσια συχνότητα φέροντος) ώστε τελικά
$$y(t) = [A_c m(t) / 2 + n_c(t)] / 2$$
- και εάν το φίλτρο εξόδου είναι ιδανικό βαθυπερατό
$$y_D(t) = [A_c m(t) / 2 + n_c(t)] / 2$$





# SNR στην είσοδο του δέκτη

- Η ισχύς του σήματος στην είσοδο είναι

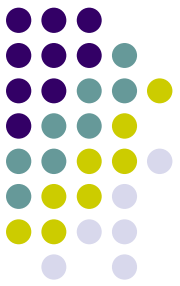
$$S_R = \overline{s^2} = A_c^2 S_m / 8 + A_c^2 S_{\hat{m}} / 8 = A_c^2 S_m / 4$$

- Η ισχύς του θορύβου στην είσοδο είναι

$$N_R = \overline{n^2} = N_0 B_T = N_0 W$$

- Η σηματοθορυβική σχέση στην είσοδο είναι

$$SNR_c = \frac{S_R}{N_R} = \frac{A_c^2 S_m}{2N_0 B_T} = \frac{A_c^2 S_m}{4N_0 W}$$



# SNR στην έξοδο του δέκτη

- Η ισχύς του σήματος στην έξοδο είναι

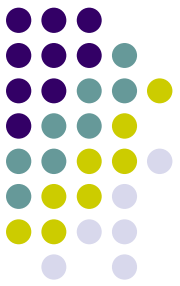
$$S_D = A_c^2 \overline{m^2} / 16 = A_c^2 S_m / 16$$

- Η ισχύς του θορύβου στην έξοδο είναι

$$N_D = \overline{n_c^2} / 4 = N_0 B_T / 4 = N_0 W / 4$$

- Η σηματοθορυβική σχέση στην έξοδο είναι

$$SNR_o = \frac{S_D}{N_D} = \frac{A_c^2 S_m}{4N_0 B_T} = \frac{A_c^2 S_m}{4N_0 W} = \frac{S_R}{N_0 W}$$



# Επίδοση SSB σε θόρυβο

- Ο λόγος των σηματοθορυβικών σχέσεων εισόδου εξόδου στην SSB είναι

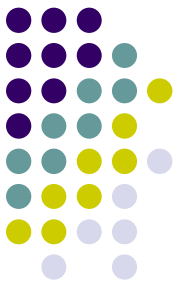
$$SNR_o = SNR_c$$

- και σε σύγκριση με το σύστημα βασικής ζώνης

$$SNR_o = \frac{S_R}{N_0 W} = SNR_b$$

- Επομένως, η SSB δεν παρουσιάζει κάποια βελτίωση της σηματοθορυβικής σχέσης συγκρινόμενη με τη μετάδοση στη βασική ζώνη

# Επίδραση θορύβου στην AM



- Εάν η διαμόρφωση είναι AM

$$s(t) = A_c [1 + \mu m(t)] \cos(2\pi f_c t)$$

- Το σήμα στην είσοδο του δέκτη είναι

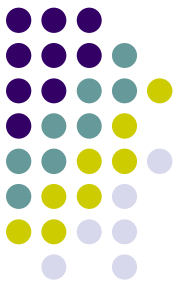
$$r(t) = \{A_c [1 + \mu m(t)] + n_c(t)\} \cos(2\pi f_c t) - n_s(t) \sin(2\pi f_c t)$$

- Ο ιδανικός **ομόδυνος** αποδιαμορφωτής εξάγει τη συμφασική συνιστώσα (απορρίπτοντας τους όρους με τη διπλάσια συχνότητα φέροντος) και τον όρο DC ώστε τελικά

$$y(t) = [\mu A_c m(t) + n_c(t)] / 2$$

- και εάν το φίλτρο εξόδου είναι ιδανικό βαθυπερατό

$$y_D(t) = [\mu A_c m(t) + n_c(t)] / 2$$



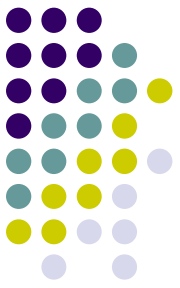
# SNR στην είσοδο του δέκτη

- Η ισχύς του σήματος στην είσοδο είναι  
$$S_R = \overline{s^2} = \frac{1}{2} A_c^2 (1 + \mu^2 S_m)$$

- Η ισχύς του θορύβου στην είσοδο είναι  
$$N_R = \overline{n^2} = N_0 B_T = 2N_0 W$$

- Η σηματοθορυβική σχέση στην είσοδο είναι

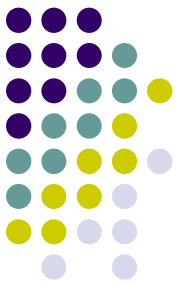
$$SNR_c = \frac{S_R}{N_R} = \frac{A_c^2 (1 + \mu^2 S_m)}{2N_0 B_T} = \frac{A_c^2 (1 + \mu^2 S_m)}{4N_0 W}$$



# SNR στην έξοδο του δέκτη

- Η ισχύς του σήματος στην έξοδο είναι  
$$S_D = A_c^2 \mu^2 \overline{m^2} / 4 = \mu^2 A_c^2 S_m / 4$$
- Η ισχύς του θορύβου στην έξοδο είναι  
$$N_D = \overline{n_c^2} / 4 = N_0 B_T / 4 = N_0 W / 2$$
- Η σηματοθορυβική σχέση στην έξοδο είναι

$$SNR_o = \frac{S_D}{N_D} = \frac{\mu^2 A_c^2 S_m}{N_0 B_T} = \frac{\mu^2 A_c^2 S_m}{2N_0 W} = \frac{\mu^2 S_m}{1 + \mu^2 S_m} \frac{S_R}{N_0 W}$$



# Επίδοση AM σε θόρυβο

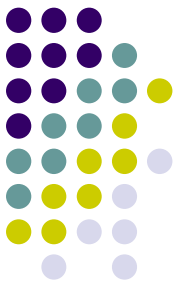
- Ο λόγος των σηματοθορυβικών σχέσεων εισόδου εξόδου στην AM είναι

$$SNR_o = \frac{2\mu^2 S_m}{1 + \mu^2 S_m} SNR_c$$

- και σε σύγκριση με το σύστημα βασικής ζώνης

$$SNR_o = \frac{\mu^2 S_m}{1 + \mu^2 S_m} \frac{S_R}{N_0 W} = \frac{\mu^2 S_m}{1 + \mu^2 S_m} SNR_b$$

- Επομένως, η AM έχει πάντα χειρότερη σηματοθορυβική σχέση συγκρινόμενη με τη μετάδοση στη βασική ζώνη



# Επίδοση AM σε θόρυβο

- Για πλήρη διαμόρφωση AM ( $\mu=1$ ) από απλό τόνο

$$S_m = 1/2, \quad SNR_o = SNR_b / 3$$

που είναι 5 db χειρότερη από το DSB

- Συνήθως όμως για σήματα φωνής

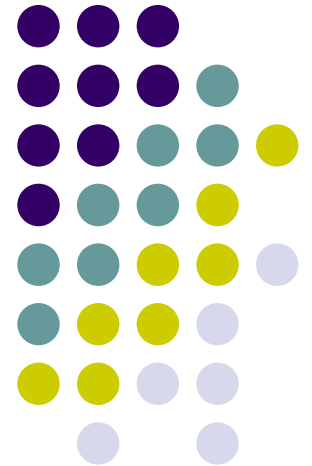
$$S_m \approx 0,1$$

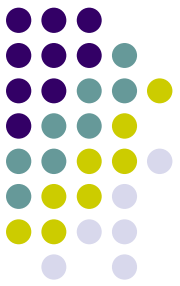
- που οδηγεί σε 10 db υποβάθμιση σε σχέση με την DSB



# Θόρυβος στον φωρατή περιβάλλουσας

---





# Επίδραση θορύβου στην AM

- Εάν η διαμόρφωση είναι AM

$$s(t) = A_c [1 + \mu m(t)] \cos(2\pi f_c t)$$

- Το σήμα στην είσοδο του δέκτη είναι

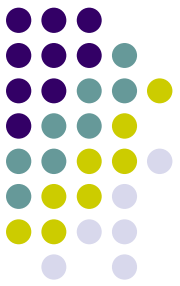
$$r(t) = \{A_c [1 + \mu m(t)] + n_c(t)\} \cos(2\pi f_c t) - n_s(t) \sin(2\pi f_c t)$$

- Ο **φωρατής περιβάλλουσας** εξάγει την περιβάλλουσα του λαμβανόμενου σήματος ώστε τελικά

$$y(t) = A_r(t) - \overline{A_r}$$

- όπου η περιβάλλουσα είναι

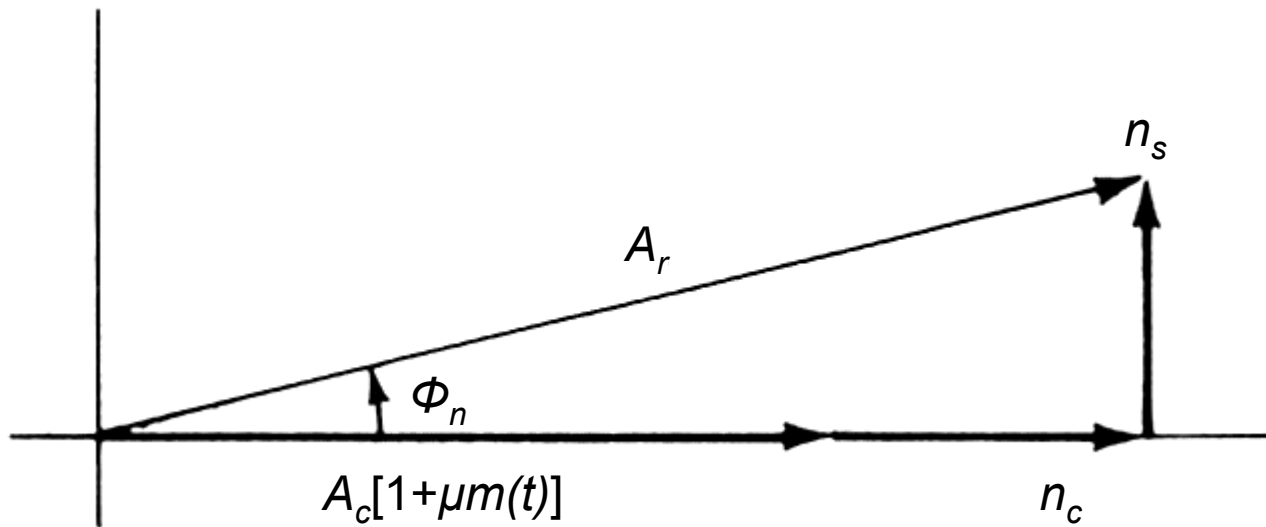
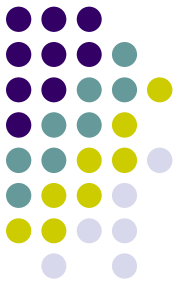
$$A_r(t) = \sqrt{\{A_c [1 + \mu m(t)] + n_c(t)\}^2 + \{n_s(t)\}^2}$$

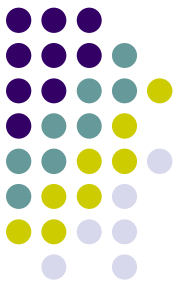


# Ανάλυση ασθενούς θορύβου

- Εάν το σήμα είναι ισχυρότερο του θορύβου  
 $A_c^2 \gg n^2$
- Η περιβάλλουσα είναι κατά προσέγγιση  
 $A_r(t) \approx A_c [1 + \mu m(t)] + n_c(t)$
- Οπότε τελικά ο φωρατής περιβάλλουσας δίνει  
 $y_D(t) = A_r(t) - \overline{A_r} = \mu A_c m(t) + n_c(t)$
- Άρα και για τον φωρατή περιβάλλουσας η ανάλυση των σηματοθορυβικών σχέσεων είναι ταυτόσημη με αυτή για τον ομόδουνο φωρατή!

# Αναπαράσταση με φασιθέτες





# Φαινόμενο κατωφλίου AM

- Εάν το σήμα είναι ασθενές σε σχέση με τον θόρυβο

$$A_c^2 \ll \overline{n^2}$$

- τότε ο θόρυβος και η περιβάλλουσα είναι

$$n(t) = A_n(t) \cos[2\pi f_c t + \phi_n(t)]$$

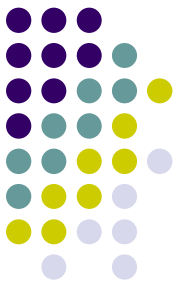
$$A_r(t) \approx A_n(t) + A_c [1 + \mu m(t)] \cos \phi_n(t)$$

- και η έξοδος του φωρατή είναι

$$y(t) = A_n(t) + \mu A_c m(t) \cos \phi_n(t) - \overline{A_n}, \quad \overline{A_n} = \sqrt{\pi N_R / 2}$$

- Επομένως το σήμα πληροφορίας **χάνεται** ολοσχερώς!

- Στον ομόδουνο φωρατή, το σήμα παραμένει ασθενές, αλλά αναλλοίωτο, μέσα στον ισχυρό θόρυβο



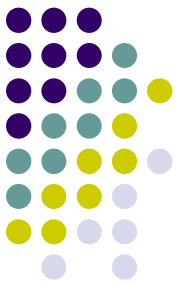
# Φαινόμενο κατώφλιου AM

- Υπάρχει επομένως ένα κατώφλι πάνω από το οποίο ο φωρατής περιβάλλουσας λειτουργεί ικανοποιητικά
- Προβλήματα στην αποδιαμόρφωση θα εμφανισθούν εάν συμβαίνει αρκετά συχνά

$$A_n > A_c$$

- π.χ. μπορούμε να θεωρήσουμε ότι λειτουργούμε πάνω από το κατώφλι εάν η πιθανότητα

$$\Pr\{A_n \geq A_c\} = \exp\left(-\frac{A_c^2}{4WN_0}\right) = 0.01$$



# Φαινόμενο κατωφλίου AM

- Δηλαδή, είμαστε πάνω από το κατώφλι εάν
$$SNR_{c,th} = 4 \ln 10 \approx 10$$
$$SNR_{b,th} = 8 \ln 10 \approx 20$$
- Στην εμπορική ραδιοφωνία η σηματοθρομβική σχέση πρέπει να είναι 30 db ή περισσότερο για ικανοποιητική ακρόαση, οπότε το φαινόμενο κατωφλίου δεν αποτελεί σημαντικό περιορισμό