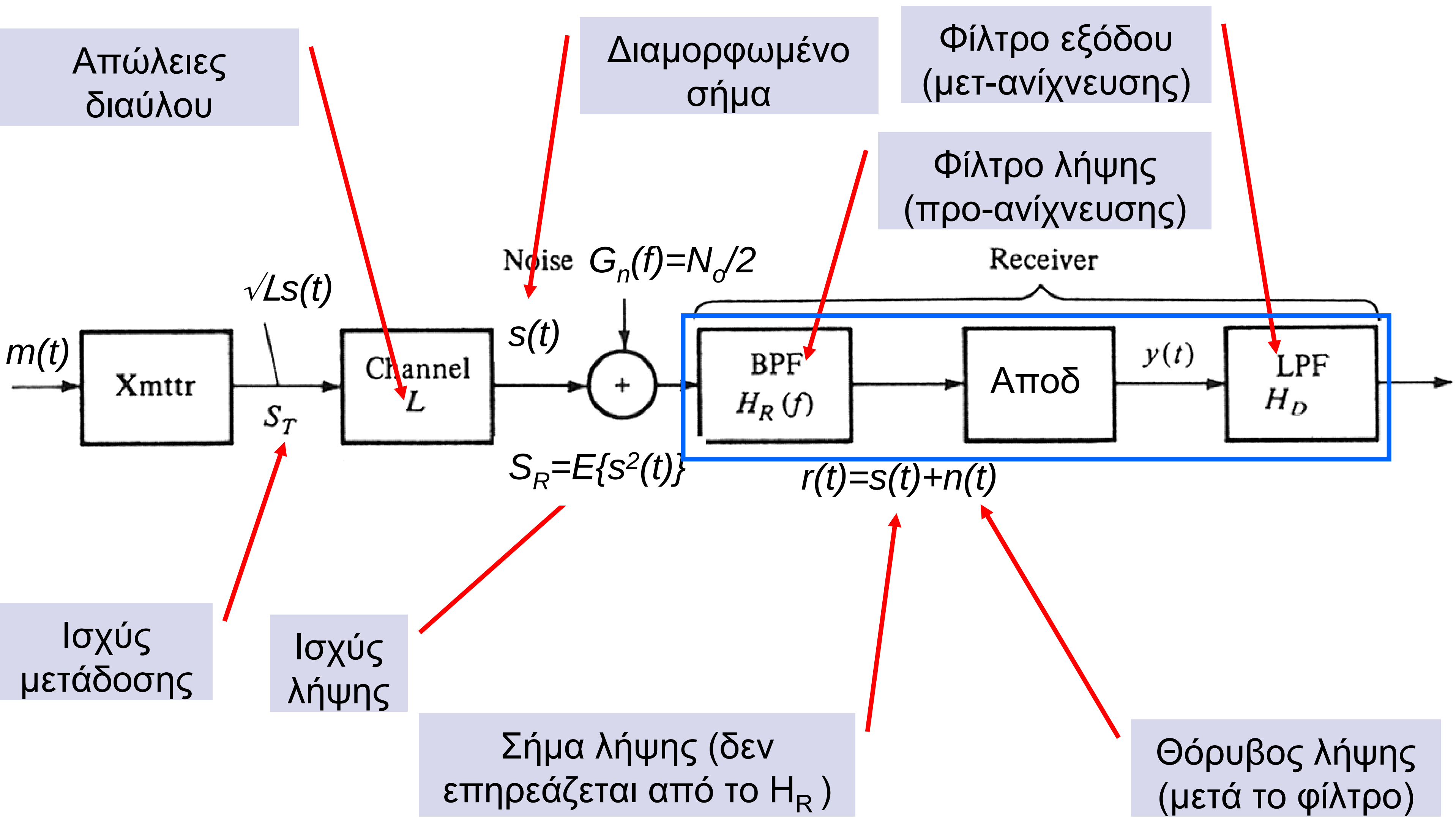
Μοντέλο συστήματος αποδιαμόρφωσης παρουσία θορύβου

Επίδοση παρουσία θορύβου

- Η ανάλυση της επίδοσης των συστημάτων διαμόρφωσης παρουσία θορύβου είναι εξαιρετικά σημαντική για τη σχεδίαση των διαφόρων επικοινωνιακών συστημάτων
- Ο τελικός σκοπός είναι να αναπτυχθεί ένα σύστημα όπου οι επιδράσεις του θορύβου να ελαχιστοποιούνται
- Εάν η επίδραση του θορύβου ελαχιστοποιηθεί, τότε είναι δυνατό να μειωθεί η ισχύς εκπομπής στον πομπό
  - Εξαιρετικά σημαντικό στην κινητή τηλεφωνία
    - επαναχρησιμοποίηση του φάσματος
  - Δορυφορικές (deep space) επικοινωνίες
    - μεγάλες αποσβέσεις

Μοντέλο συστήματος



Ο δέκτης

- Το μέρος του δέκτη πριν την αποδιαμόρφωση μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ζωνοπερατό φίλτρο με μοναδιαίο κέρδος και εύρος ζώνης ίσο με το εύρος ζώνης μετάδοσης
  - Το φίλτρο αυτό υλοποιείται στην ενδιάμεση βαθμίδα
  - Στην πράξη το εύρος ζώνης είναι αρκετά μεγαλύτερο του απαιτούμενου (τόσο στην είσοδο όσο και στην ενδιάμεση βαθμίδα του δέκτη)
- Η επίδραση της μίξης και ενίσχυσης στην πρώτη βαθμίδα είναι ταυτόσημες για το σήμα πληροφορίας και τον θόρυβο, οπότε δεν χρειάζεται να ληφθούν υπόψη

Το σήμα πληροφορίας

- Θεωρούμε κανονικοποιημένο αναλογικό σήμα πληροφορίας $|m(t)| \leq 1$ με ισχύ
  $S_m = < m^2(t) > = E\{m^2(t)\}$
- Υποθέτουμε ότι το σήμα πληροφορίας είναι εργοδικό, δηλαδή, ότι οι χρονικές και οι χωρικές μέσες τιμές ισούνται
  $$< m(t) > = E\{m(t)\}, \qquad < m^2(t) > = E\{m^2(t)\}$$
  $$< m(t) m(t-\tau) > = E\{m(t) m(t-\tau)\}$$
- Με τη χρονική μέση τιμή να ορίζεται ως
  $$< m(t) > = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} m(t) dt$$

Ο δίαυλος

- Εισάγει μόνο απόσβεση *L* στο σήμα χωρίς να προκαλεί καμία παραμόρφωση πλην της προσθήκης θορύβου
- Ο δίαυλος υποτίθεται ότι είναι προσθετικού λευκού θορύβου Gauss (AGWN)
- όπου ο θόρυβος στο δίαυλο έχει πυκνότητα φάσματος ισχύος

$$G(f) = N_0/2$$

Το διαμορφωμένο σήμα

- Το διαμορφωμένο σήμα *s(t)* στην έξοδο του διαύλου (είσοδο του δέκτη) έχει πλάτος A_c και ισχύ S_R

$$S_R = \frac{S_T}{L} = E\left\{s^2(t)\right\}$$

- όπου S_T η ισχύς μετάδοσης
- Το εκπεμπόμενο σήμα στο πομπό είναι

$$\sqrt{L}s(t)$$

Το σήμα λήψης

- Το προς αποδιαμόρφωση σήμα στην είσοδο του δέκτη είναι

$$r(t) = s(t) + n(t)$$

- όπου το *n(t)* αναπαριστά το θόρυβο μετά το φίλτρο λήψης (προ-ανίχνευσης)
- Το φίλτρο λήψης $H_R(f)$ δεν επηρεάζει το διαμορφωμένο σήμα, αλλά καθιστά τον θόρυβο ζωνοπερατό

$$r(t) = A_r(t)\cos\left[2\pi f_c t + \phi_r(t)\right]$$

$$= r_c(t)\cos(2\pi f_c t) - r_s(t)\sin(2\pi f_c t)$$

Το αποδιαμορφωμένο σήμα

- Το σήμα μετά την αποδιαμόρφωση μπορεί να γραφθεί σύμφωνα με το είδος φωρατή

$$
y(t) = \begin{cases} r_c(t) & \text{ομόδυνος αποδιαμορφωτής} \\ A_r(t) - \overline{A_r} & \text{φωρατής περιβάλλουσας} \\ \phi_r(t) & \text{φωρατής PM} \\ \dfrac{1}{2\pi}\dfrac{d}{dt}\phi_r(t) & \text{φωρατής FM} \end{cases}
$$

Αποδιαμορφωτής

- Υποτίθεται ότι υπάρχει τέλειος συγχρονισμός του φέροντος στον δέκτη
- Ο όρος $\overline{A_r}$ αφορά την αφαίρεση της συνιστώσας DC για αποδιαμόρφωση με φωρατή περιβάλλουσας (πιθανώς να ισχύει και στις άλλες περιπτώσεις)
- Η σταθερά αποδιαμόρφωσης μπορεί να μην είναι μοναδιαία, αλλά η επίδρασή της είναι η ίδια όσον αφορά το σήμα πληροφορίας και τον θόρυβο
  - Την παραλείπουμε χωρίς βλάβη της γενικότητας
- Το μέρος του δέκτη μετά τον αποδιαμορφωτή είναι συνήθως ένα βαθυπερατό φίλτρο
  - Φίλτρο από-έμφασης στην FM

Θόρυβος λήψης

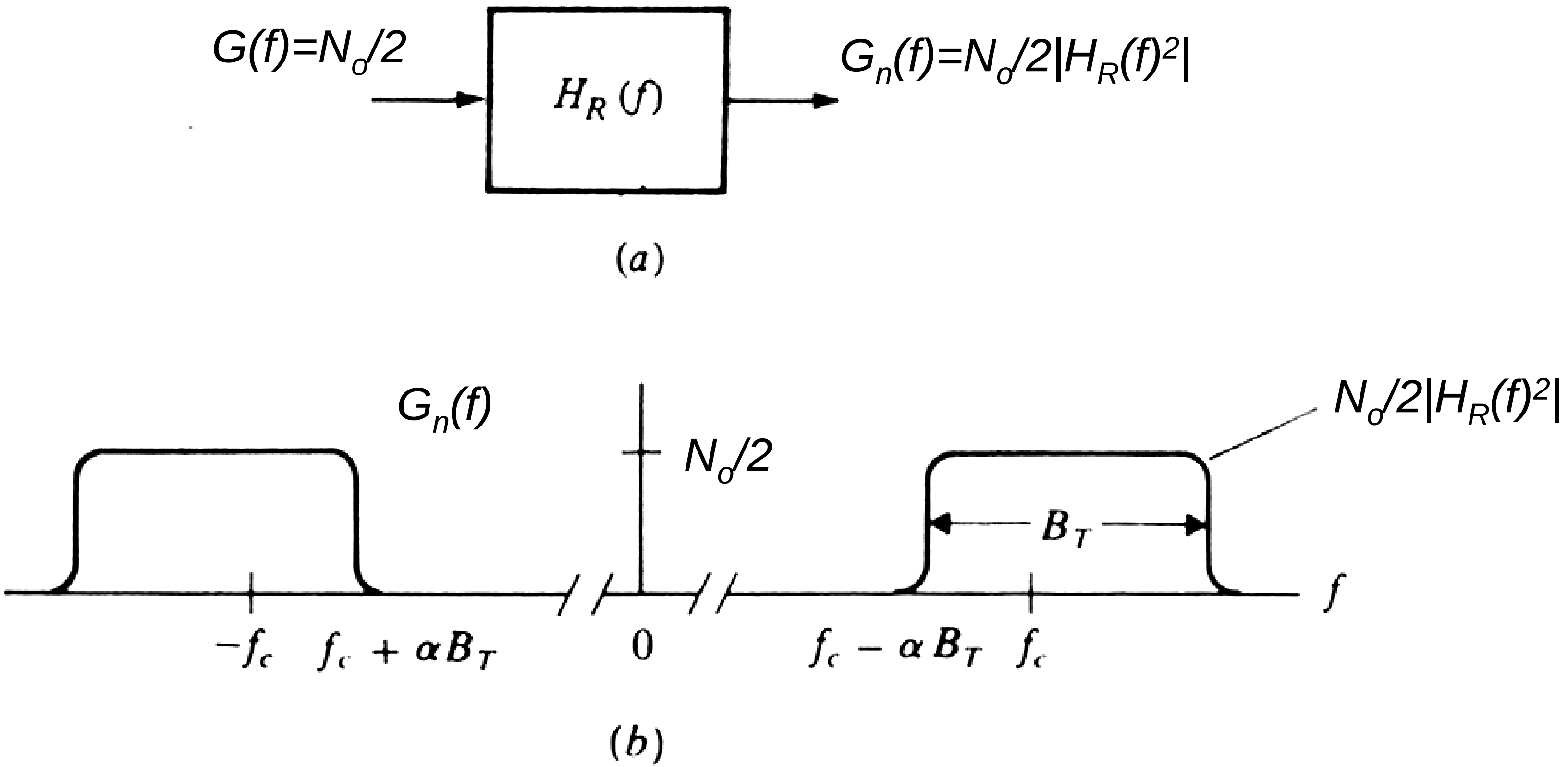
- Το σήμα και ο θόρυβος είναι στατιστικά ανεξάρτητα, άρα μπορούν να προστεθούν οι ισχείς ώστε να ληφθεί η συνολική ισχύς λήψης

$$\overline{r^2} = \overline{s^2} + \overline{n^2} = S_R + N_R$$

- όπου N_R η ισχύς του θορύβου στη λήψη (είσοδο του δέκτη)
- Ο θόρυβος λήψης (πριν τη φώραση) είναι φιλτραρισμένη εκδοχή του θορύβου που εισάγει ο δίαυλος

$$G_n(f) = \frac{N_0}{2}\left|H_R(f)\right|^2$$

Θόρυβος λήψης



Ισχύς θορύβου λήψης

- Για λευκό θόρυβο στον δίαυλο

$$G_n(f) = \frac{N_0}{2}\left|H_R(f)\right|^2$$

- όπου $N_o/2$ η πυκνότητα φάσματος ισχύος του λευκού θορύβου
- Επομένως η ισχύς του θορύβου λήψης υποθέτοντας ιδανικό ζωνεπερατό φίλτρο εύρους ζώνης B_T είναι

$$N_R = \int_{-\infty}^{\infty} G_n(f)df = N_0 B_T$$

Σηματοθορυβική σχέση εισόδου

- Η σηματοθορυβική σχέση στην είσοδο του δέκτη ορίζεται ως

$$SNR_c \triangleq \frac{S_R}{N_R} = \frac{S_R}{N_0 B_T}$$

- Σημειώστε ότι το B_T είναι το εύρος ζώνης μετάδοσης μέσα στο οποίο όσος θόρυβος διαύλου εμφανισθεί θα οδηγείται προς τον φωρατή

Σηματοθορυβική σχέση εισόδου στη βασική ζώνη

- Για λόγους σύγκρισης ορίζουμε τη σηματοθορυβική σχέση εισόδου του συστήματος βασικής ζώνης (χωρίς διαμόρφωση) με ταυτόσημες ισχείς σήματος και θορύβου
- Τότε ως εύρος ζώνης (για τον θόρυβο) χρησιμοποιούμε το εύρος ζώνης σήματος πληροφορίας

Σηματοθορυβική σχέση εισόδου στη βασική ζώνη

$$SNR_b \triangleq \frac{S_R}{N_0 W}$$

$$SNR_c = \frac{W}{B_T} SNR_b, \qquad SNR_c \leq SNR_b, \;\; B_T \geq W$$

- όπου στην ακραία περίπτωση για το SSB ισχύουν οι ισότητες
- Η φυσική σημασία του SNR_b είναι ότι αποτελεί τη μέγιστη σηματοθορυβική σχέση στην είσοδο για αναλογική μετάδοση στη βασική ζώνη

Σηματοθορυβική σχέση εξόδου

- Εάν ο θόρυβος στην έξοδο του δέκτη μετά την αποδιαμόρφωση εμφανίζεται με μορφή προσθετικής συνιστώσας, η σηματοθορυβική σχέση στην έξοδο του δέκτη ορίζεται ως

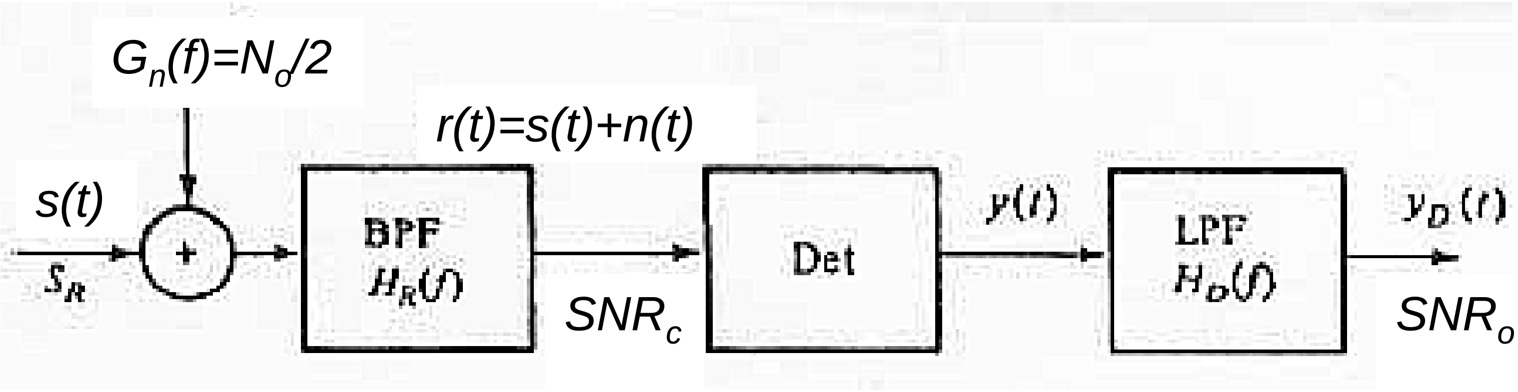
$$SNR_o \triangleq \frac{S_D}{N_D}$$

- όπου N_D η ισχύς του θορύβου στην έξοδο του δέκτη

Το βασικό πρόβλημα

- Η ερώτηση είναι: δοθέντος του *r(t)* και του είδους του φωρατή (α) να βρεθεί το σήμα (με θόρυβο) στην τελική έξοδο $y_D(t)$ και (β) εάν ο θόρυβος εμφανίζεται προσθετικά να βρεθεί η σηματοθορυβική σχέση στην έξοδο

$$SNR_o = \frac{S_D}{N_D}$$



Επίδοση

- Η επίδοση του δέκτη προσδιορίζεται από τον λόγο των σηματοθορυβικών σχέσεων

$$\text{Επίδοση} = \frac{SNR_o}{SNR_c}$$

- Όσο υψηλότερη η τιμή του, τόσο καλύτερος είναι ο δέκτης

Ζωνοπερατός θόρυβος

Ζωνοπερατός θόρυβος

- Θεωρούμε ότι ο θόρυβος στον δίαυλο είναι λευκός, δηλαδή, αναπαριστάνεται από στατική, μηδενικής μέσης τιμής διαδικασία Gauss

$$\overline{n} = 0, \quad \overline{n^2} = \sigma_n^2 = N_R$$

- Ο ζωνοπερατός θόρυβος λήψης μπορεί να γραφτεί συναρτήσει των ορθογωνίων συνιστωσών του ως εξής

$$n(t) = n_c(t)\cos(2\pi f_c t) - n_s(t)\sin(2\pi f_c t)$$

Ζωνοπερατός θόρυβος

- Όπου οι πυκνότητες φάσματος ισχύος των δύο συνιστωσών είναι ταυτόσημες

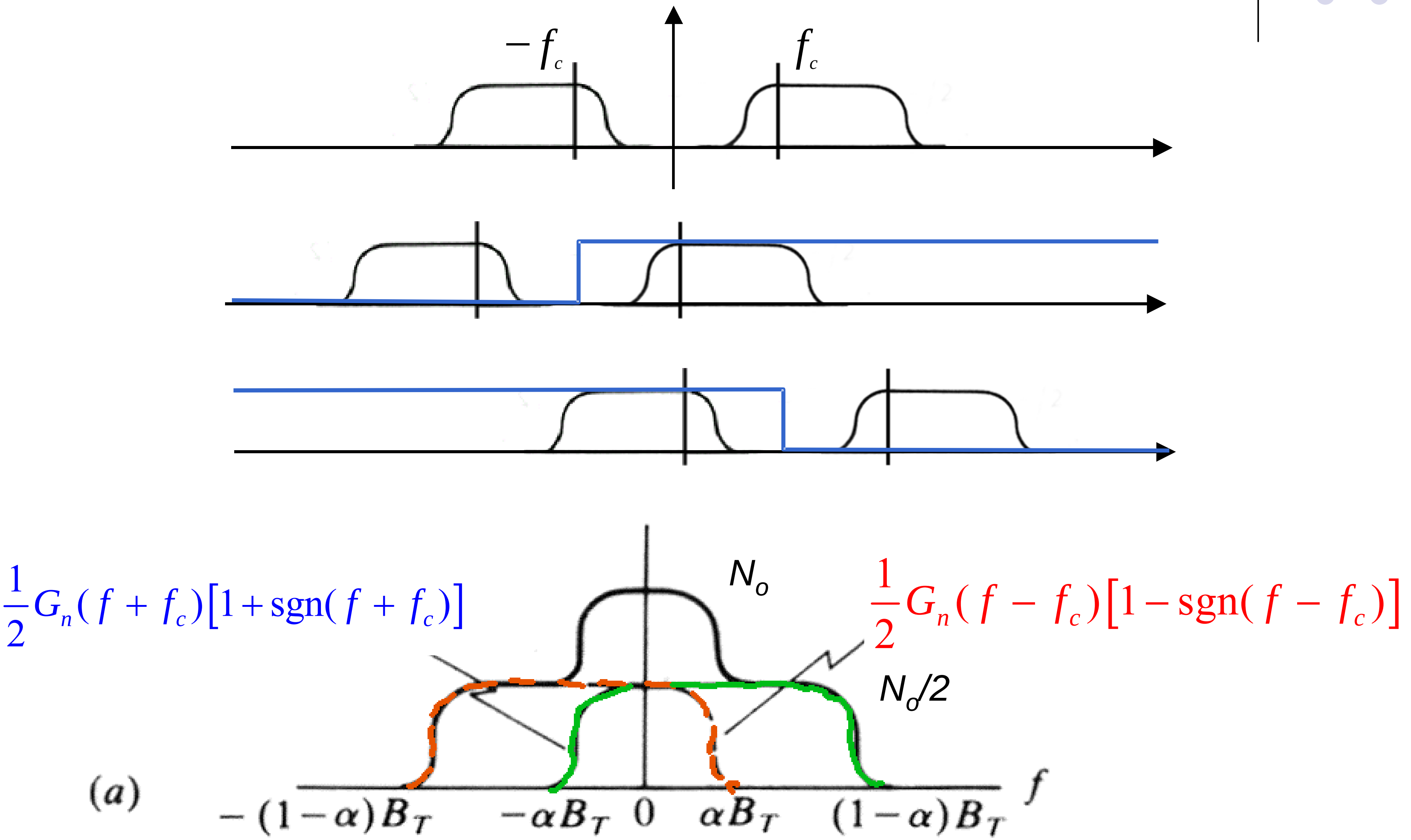
$$G_{n_c}(f) = G_{n_s}(f)$$

$$= \frac{1}{2} G_n(f - f_c)[1 - \mathrm{sgn}(f - f_c)]$$

$$+ \frac{1}{2} G_n(f + f_c)[1 + \mathrm{sgn}(f + f_c)]$$

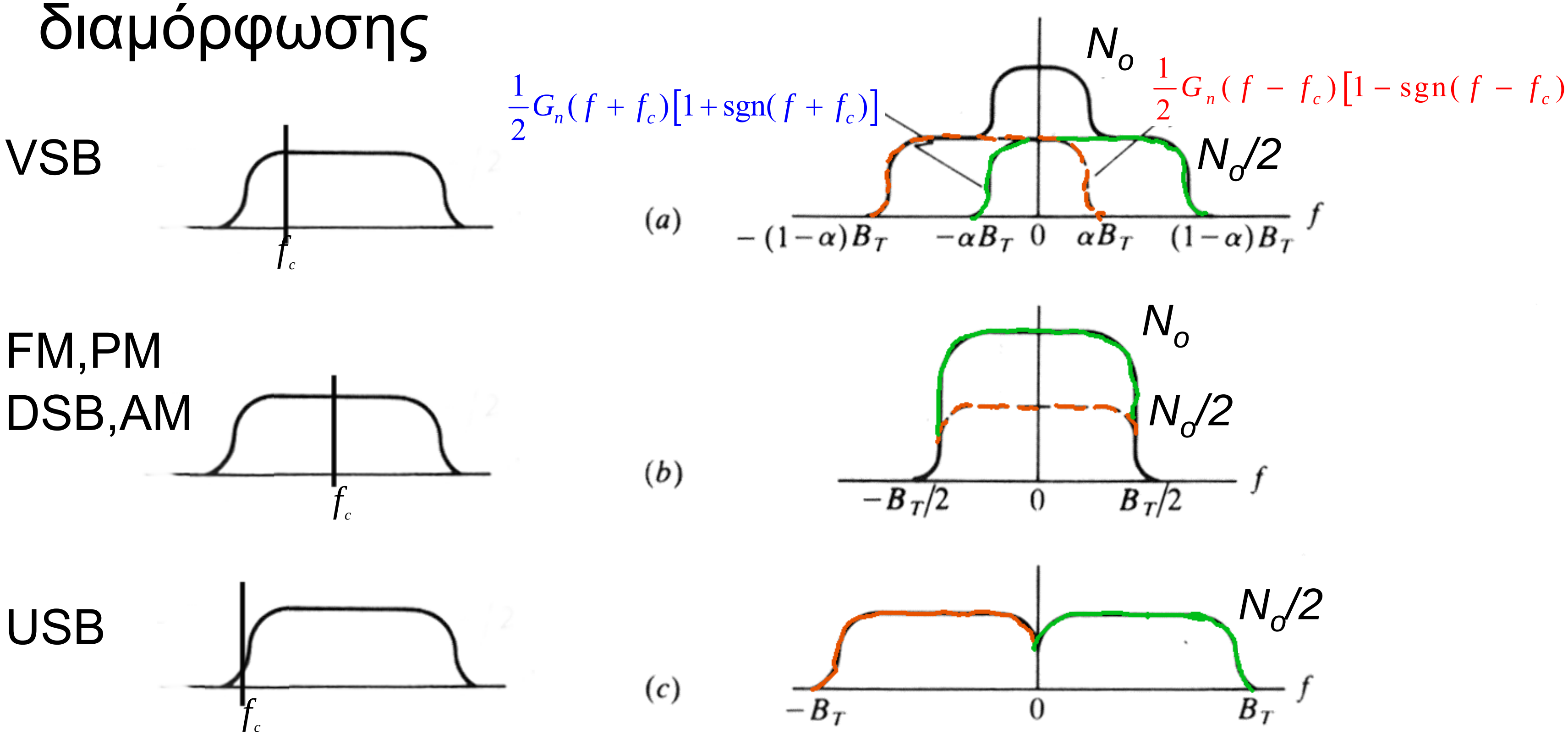
- Ο πρώτος όρος αντιστοιχεί σε μετακίνηση προς τα επάνω των αρνητικών συχνοτήτων, ενώ ο δεύτερος σε μετακίνηση των θετικών συχνοτήτων προς τα κάτω

Πώς βρίσκουμε τις ορθογώνιες συνιστώσες



Ορθογώνιες συνιστώσες ζωνοπερατού θορύβου

- Η φασματική μορφή των ορθογώνιων συνιστωσών μπορεί να διαφέρει σημαντικά από τη φασματική μορφή του ζωνοπερατού θορύβου λόγω του συστήματος διαμόρφωσης



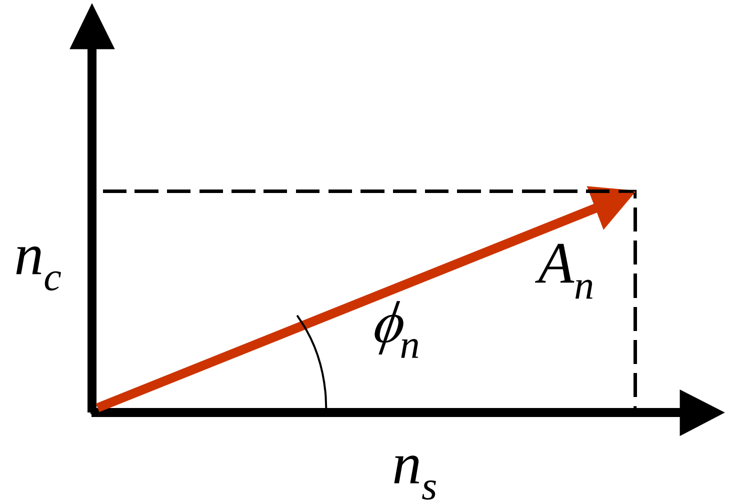
Ζωνοπερατός θόρυβος

- Οι δύο συνιστώσες συμφασική και ορθογωνική είναι
  - Βαθυπερατές
  - Ανεξάρτητες
  - Μηδενικής μέσης τιμής
  - Ίδιας ισχύος

$$\overline{n_c} = \overline{n_s} = 0,$$

$$\overline{n_c(t) n_s(t)} = 0$$

$$\overline{n_c^2} = \overline{n_s^2} = \overline{n^2} = N_R = N_0 B_T$$



Κατανομή πλάτους θορύβου

- Ο ζωνοπερατός θόρυβος εκφρασμένος στη μορφή περιβάλλουσας-φάσης
  $n(t) = A_n(t)\cos\left[2\pi f_c t + \phi_n(t)\right]$
- Το πλάτος $A_n^2(t) = n_c^2 + n_s^2$ έχει κατανομή Rayleigh

$$p_{A_n}(a) = \frac{a}{N_R}\exp\left\{-\frac{a^2}{2N_R}\right\}, \qquad a \geq 0$$

- με μέση τιμή και μεταβλητότητα

$$\overline{A_n} = \sqrt{\frac{\pi N_R}{2}}, \quad \overline{A_n^2} = 2N_R, \qquad P(A_n > a) = \exp\left\{-\frac{a^2}{2N_R}\right\}$$

Κατανομή φάσης θορύβου

- ενώ η φάση

$$\phi_n = \arctan \frac{n_s}{n_c}$$

- είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη, με αποτέλεσμα

$$\overline{n^2} = \overline{A_n^2 \cos^2\left[2\pi f_c t + \phi_n\right]} = \overline{A_n^2} \times \frac{1}{2} = N_R$$