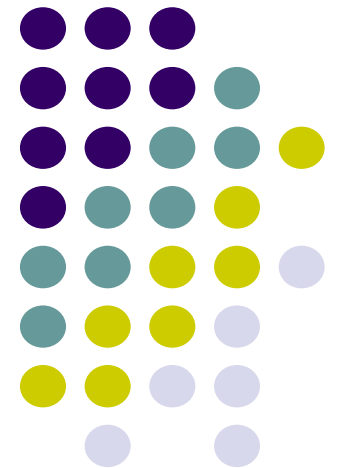
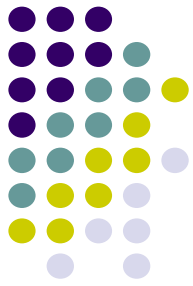


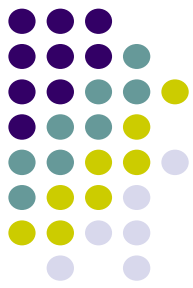
Αποδιαμόρφωση FM



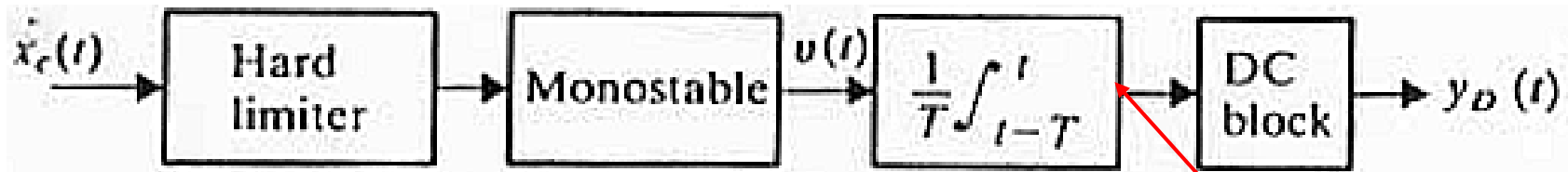
Πρακτικές μέθοδοι αποδιαμόρφωσης FM



- Ανίχνευση μηδενισμών
- Διευκρίνιση ολίσθησης φάσης
- Μετατροπή FM σε AM
- Ανάδραση συχνότητας

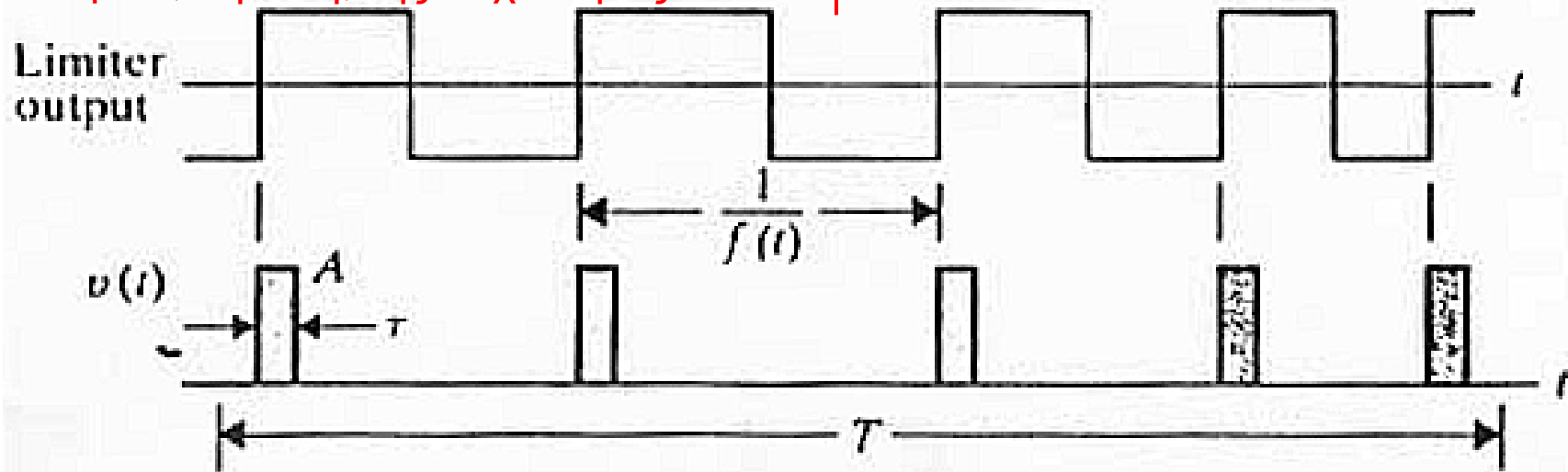


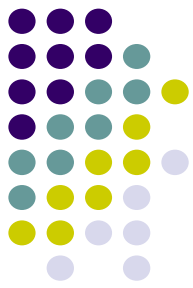
Ανίχνευση μηδενισμών



(a)

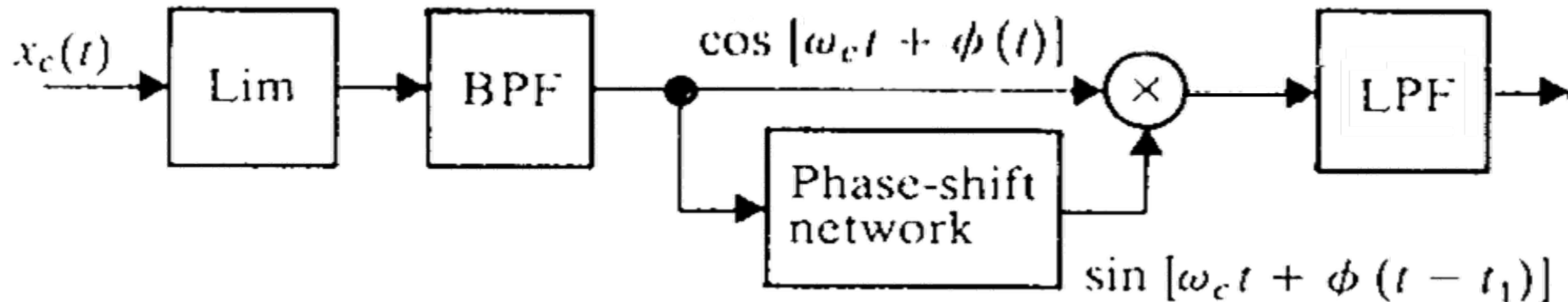
Η έξοδος είναι ανάλογη του ρυθμού των μηδενισμών, δηλαδή, της συχνότητας





Διευκρίνιση ολίσθησης φάσης

- Μια πρακτική λύση είναι ο ορθογωνικός αποδιαμορφωτής

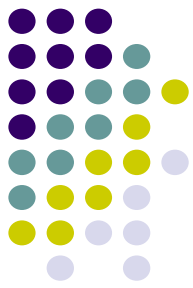


- Εισάγει καθυστέρηση ομάδος t_1 και καθυστέρηση φέροντος t_0 που αντιστοιχεί σε διαφορά φάσης

$$2\pi f_c t_0 = 90^\circ$$

- Και παράγει στην έξοδο

$$\sin[\phi(t) - \phi(t - t_1)] \approx \phi(t) - \phi(t - t_1) \approx t_1 \frac{d}{dt} \phi(t)$$



Μετατροπή FM σε AM

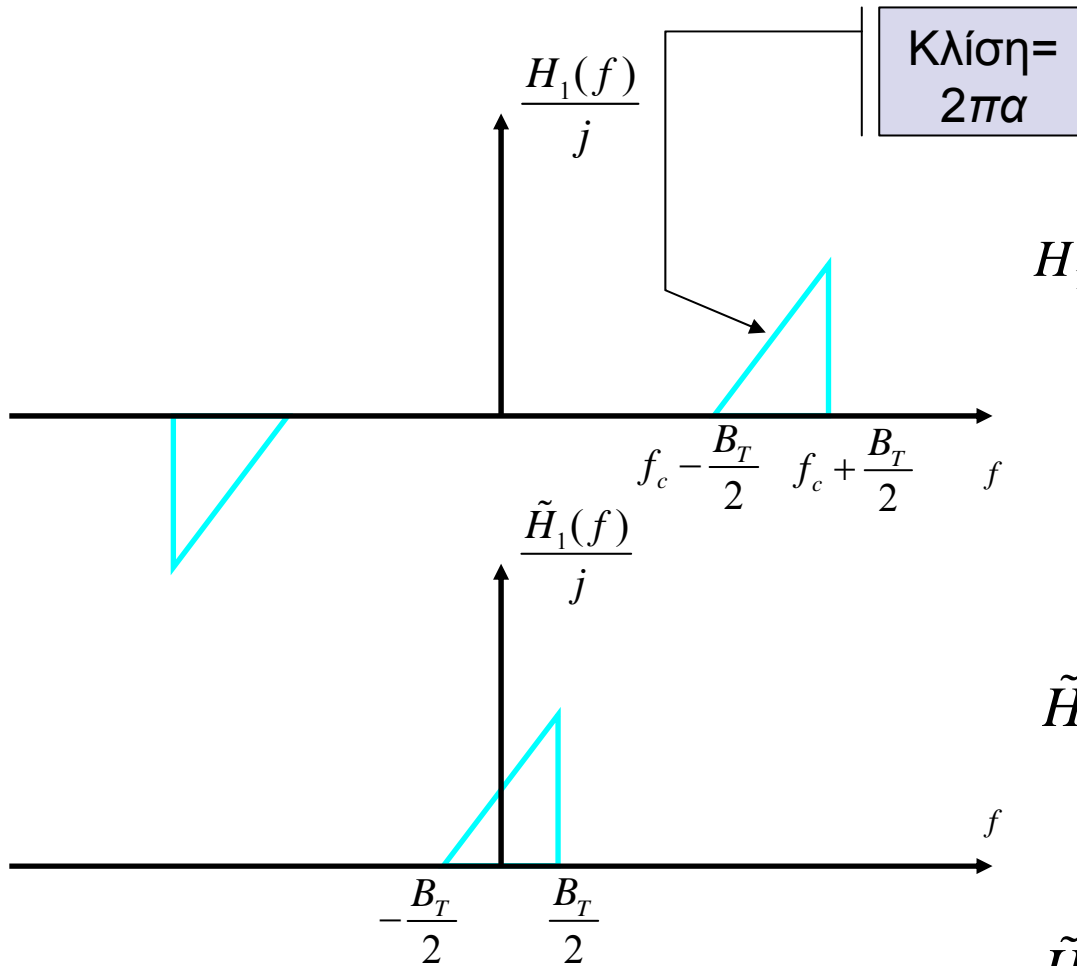
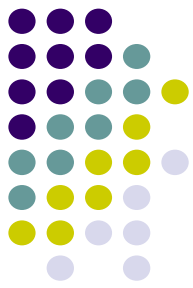
- Οποιοδήποτε στοιχείο παράγει ως έξοδο την παράγωγο της εισόδου προκαλεί μετατροπή FM σε AM

$$s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi \Delta f \int_{-\infty}^t a(\tau) d\tau \right]$$

$$\frac{d}{dt} s(t) = 2\pi A_c f_c \left[1 + \frac{\Delta f}{f_c} a(t) \right] \cos \left(2\pi f_c t + 2\pi \Delta f \int_{-\infty}^t a(\tau) d\tau + \frac{\pi}{2} \right)$$

- οπότε ο φωρατής περιβάλλουσας ανακτά το σήμα $m(t)$
- Μια πρακτική υλοποίηση είναι το κύκλωμα κλίσης

Κύκλωμα κλίσης

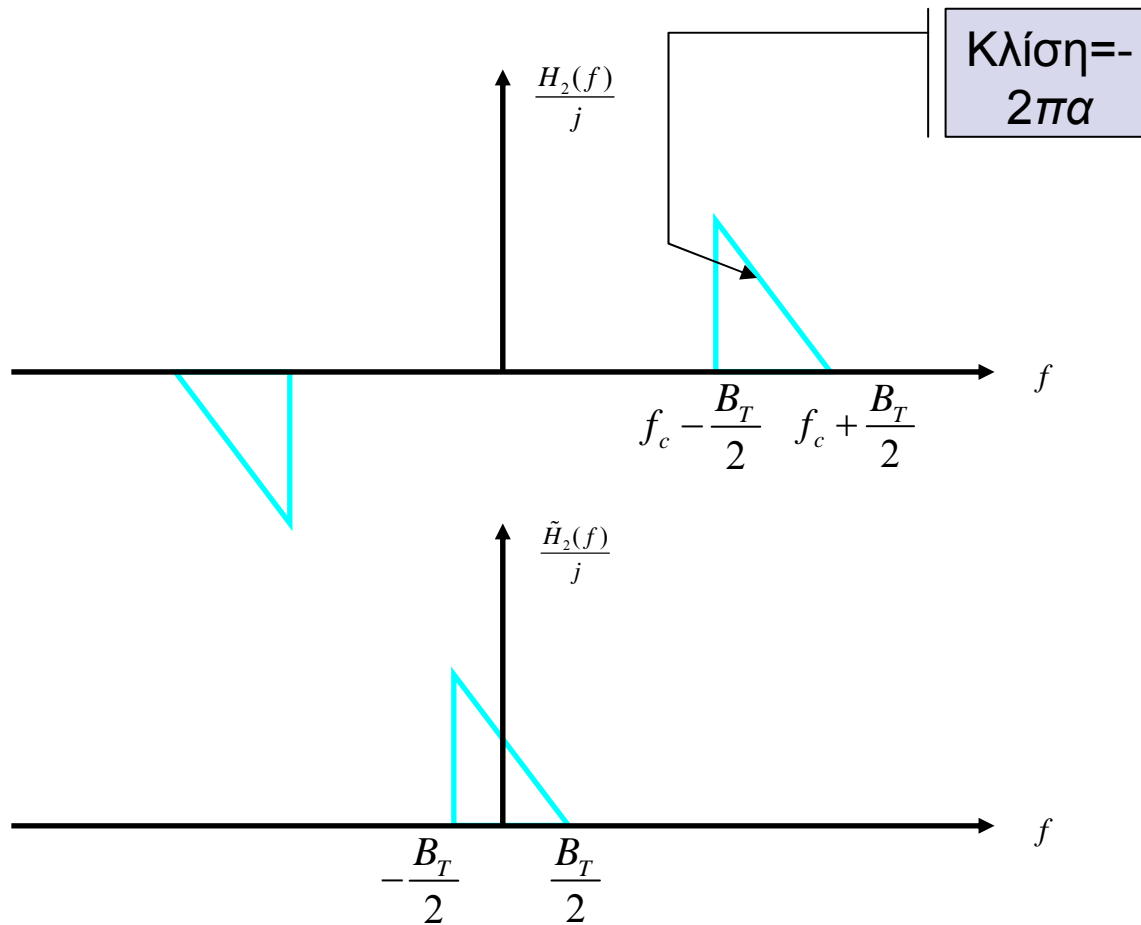
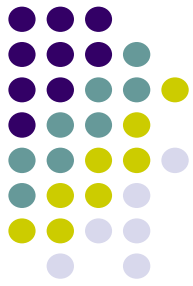


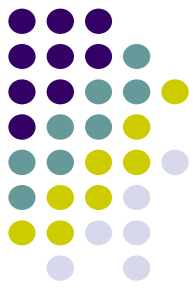
$$H_1(f) = \begin{cases} j2\pi a \left(f - f_c + \frac{B_T}{2} \right) & |f - f_c| \leq \frac{B_T}{2} \\ j2\pi a \left(f + f_c - \frac{B_T}{2} \right) & |f + f_c| \leq \frac{B_T}{2} \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$

$$\tilde{H}_1(f - f_c) = H_1(f) \quad f > 0$$

$$\tilde{H}_1(f) = \begin{cases} j2\pi a \left(f + \frac{B_T}{2} \right) & |f| \leq \frac{B_T}{2} \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$

Συμπληρωματικό κύκλωμα κλίσης





Έξοδος κυκλώματος κλίσης

- Η έξοδος του κυκλώματος κλίσης με είσοδο διαμορφωμένο σήμα FM,

$$s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right]$$

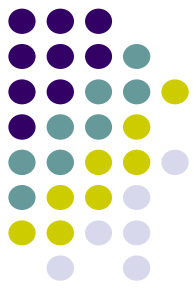
- βάση της θεωρίας ζωνοπερατών συστημάτων

$$\tilde{s}(t) = A_c \exp \left[j2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right]$$

- ευρίσκεται μέσω των μιγαδικών περιβαλλουσών και του ισοδύναμου βαθυπερατού φίλτρου

$$\tilde{S}_1(f) = \tilde{H}_1(f) \tilde{S}(f) =$$

$$= \begin{cases} j2\pi a \left(f + \frac{B_T}{2} \right) \tilde{S}(f) & |f| \leq \frac{B_T}{2} \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$



Έξοδος κυκλώματος κλίσης

- δηλαδή
$$\tilde{s}_1(t) = a \left[\frac{d\tilde{s}(t)}{dx} + j\pi B_T \tilde{s}(t) \right] \Rightarrow$$
$$\tilde{s}_1(t) = j\pi a B_T \left[1 + \frac{2k_f}{B_T} m(t) \right] \exp \left[j2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right]$$

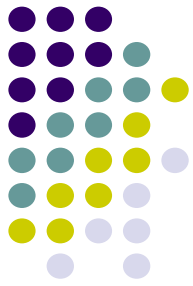
- επομένως

$$s_1(t) = \text{Re} \left[\tilde{s}_1(t) \exp(j2\pi f_c t) \right]$$
$$= \pi a B_T A_c \left[1 + \frac{2k_f}{B_T} m(t) \right] \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau + \frac{\pi}{2} \right]$$

- και εφόσον $|2k_f m(t) / B_T| < 1$ το σήμα μπορεί να ληφθεί από φωρατή περιβάλλουσας

$$|\tilde{s}_1(t)| = \pi a B_T A_c \left[1 + \frac{2k_f}{B_T} m(t) \right]$$

Συμπληρωματικό κύκλωμα κλίσης



- Αντίστοιχα

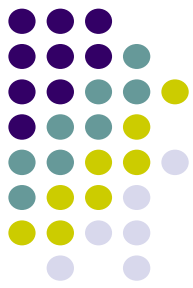
$$\tilde{H}_2(f) = \tilde{H}_1(-f)$$

- άρα

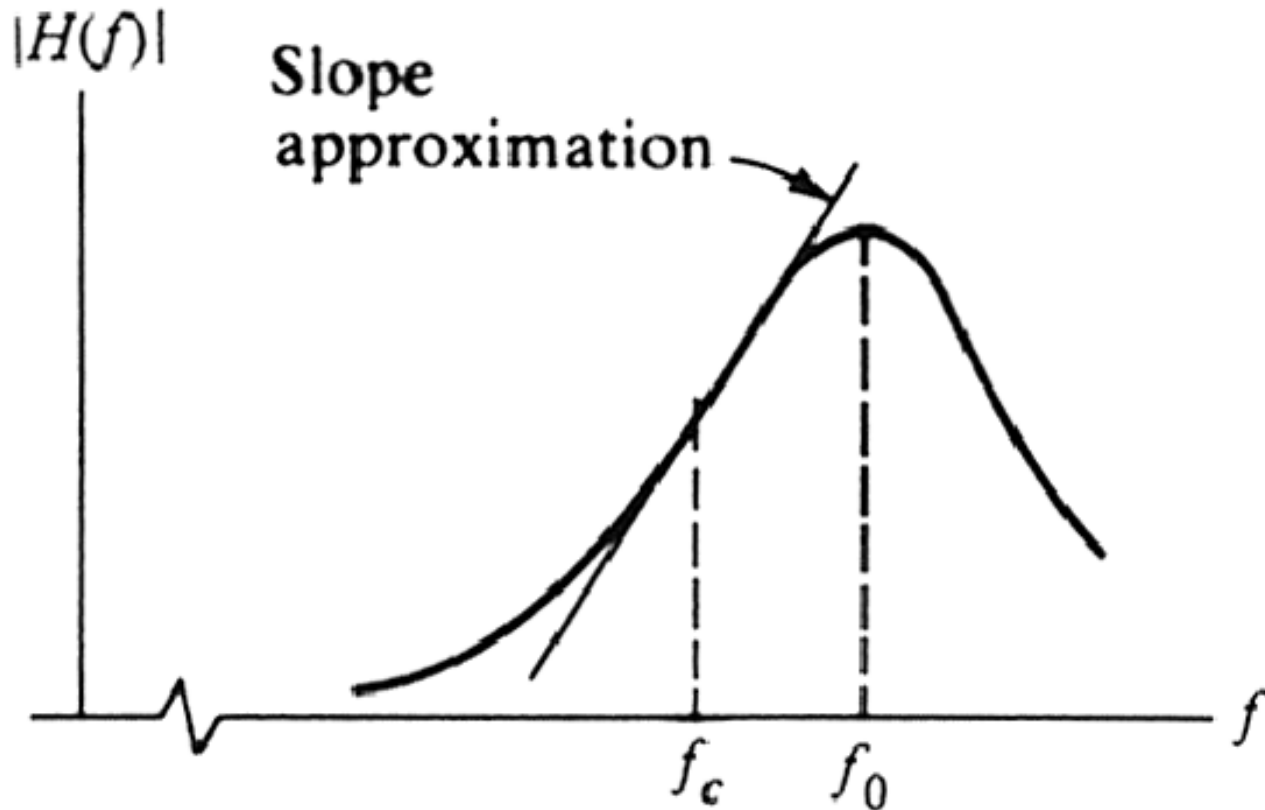
$$|\tilde{s}_2(t)| = \pi a B_T A_c \left[1 - \frac{2k_f}{B_T} m(t) \right]$$

- οπότε αφαιρώντας

$$s(t) = |\tilde{s}_1(t)| - |\tilde{s}_2(t)| = 4\pi a k_f A_c m(t)$$

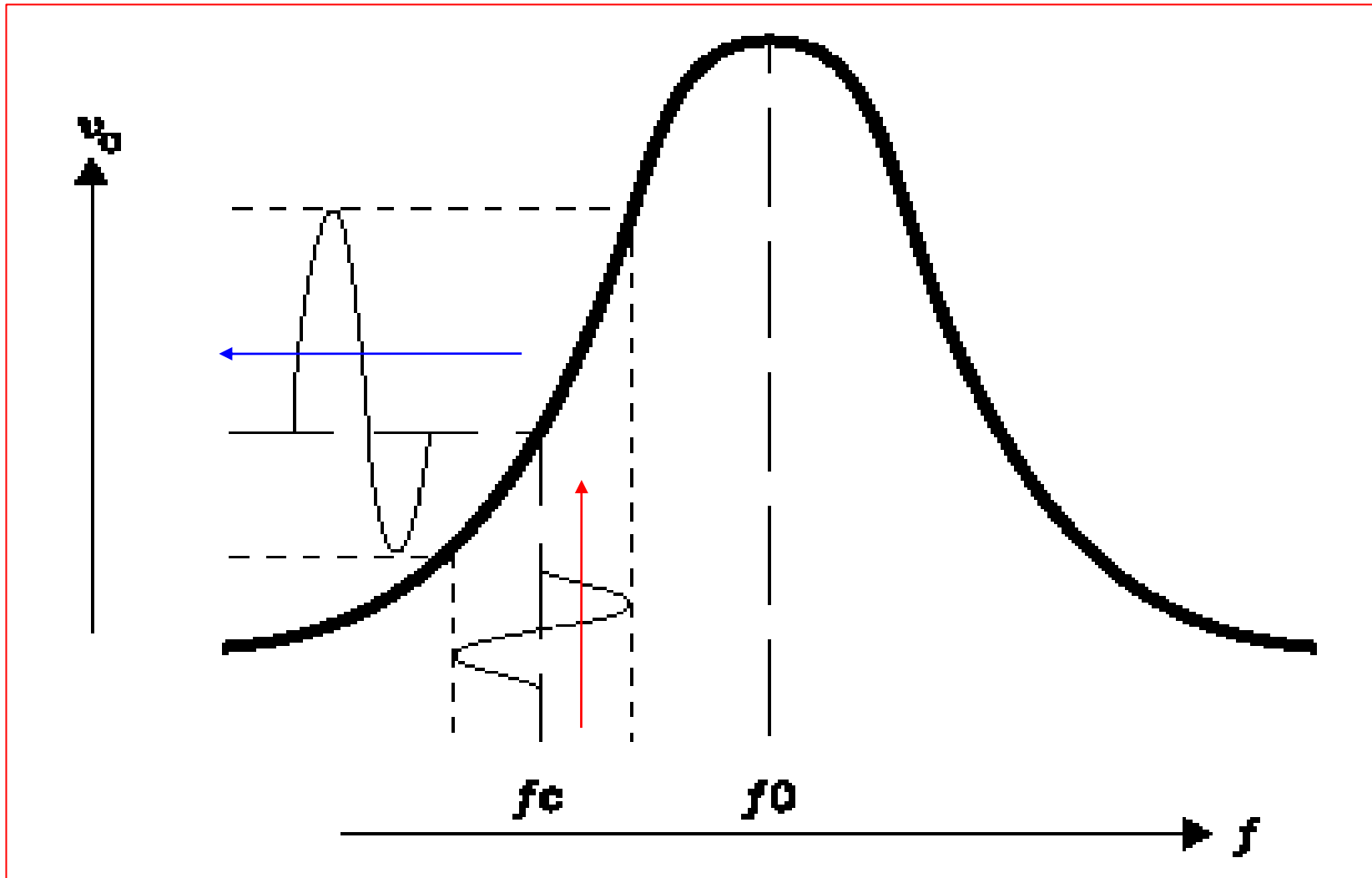
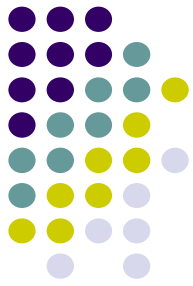


Συντονισμένο κύκλωμα

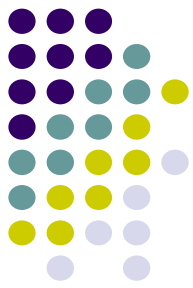


- Σε συχνότητες έξω από τη συχνότητα συντονισμού έχουμε σχεδόν γραμμική απόκριση

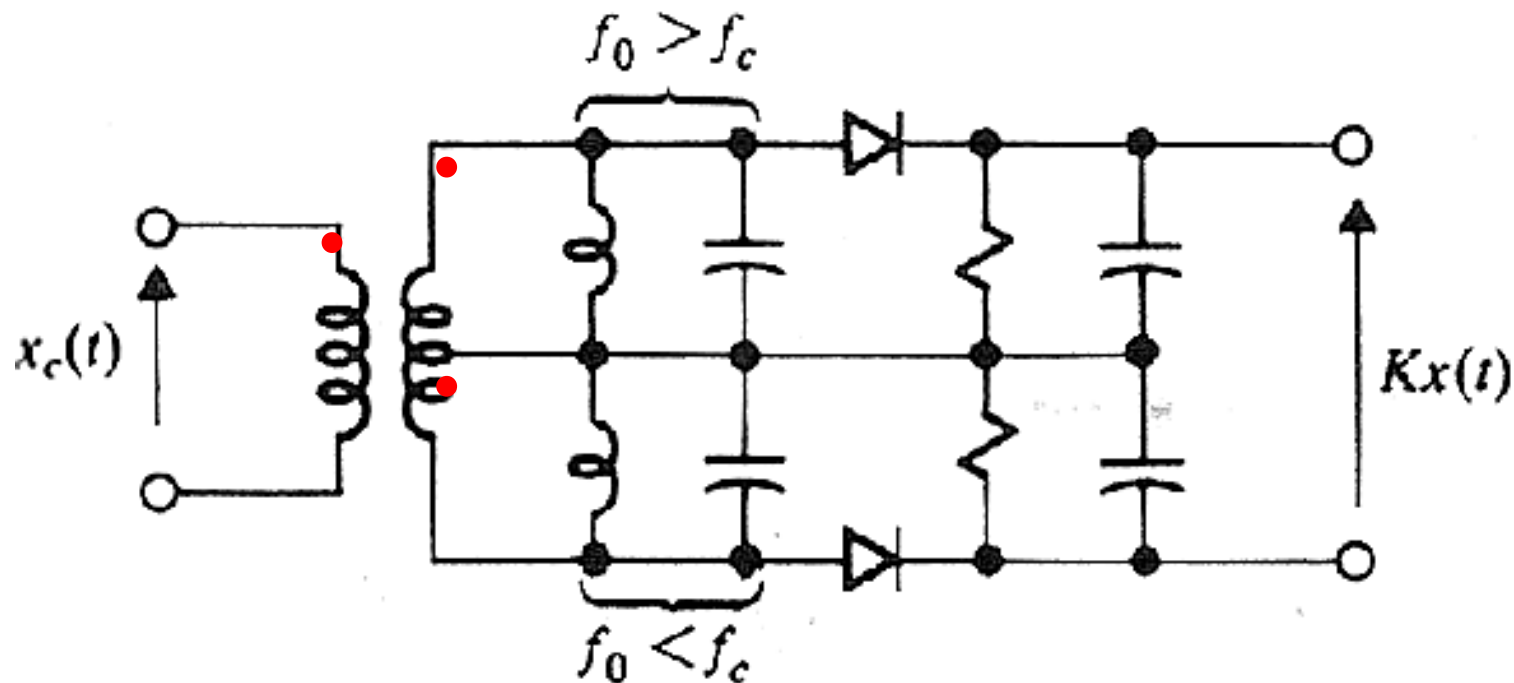
Απόκριση πλάτους-συχνότητας κυκλώματος κλίσης

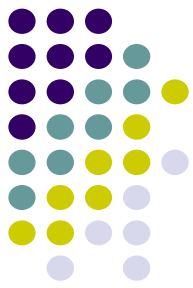


Ισοσταθμισμένος αποδιαμορφωτής FM

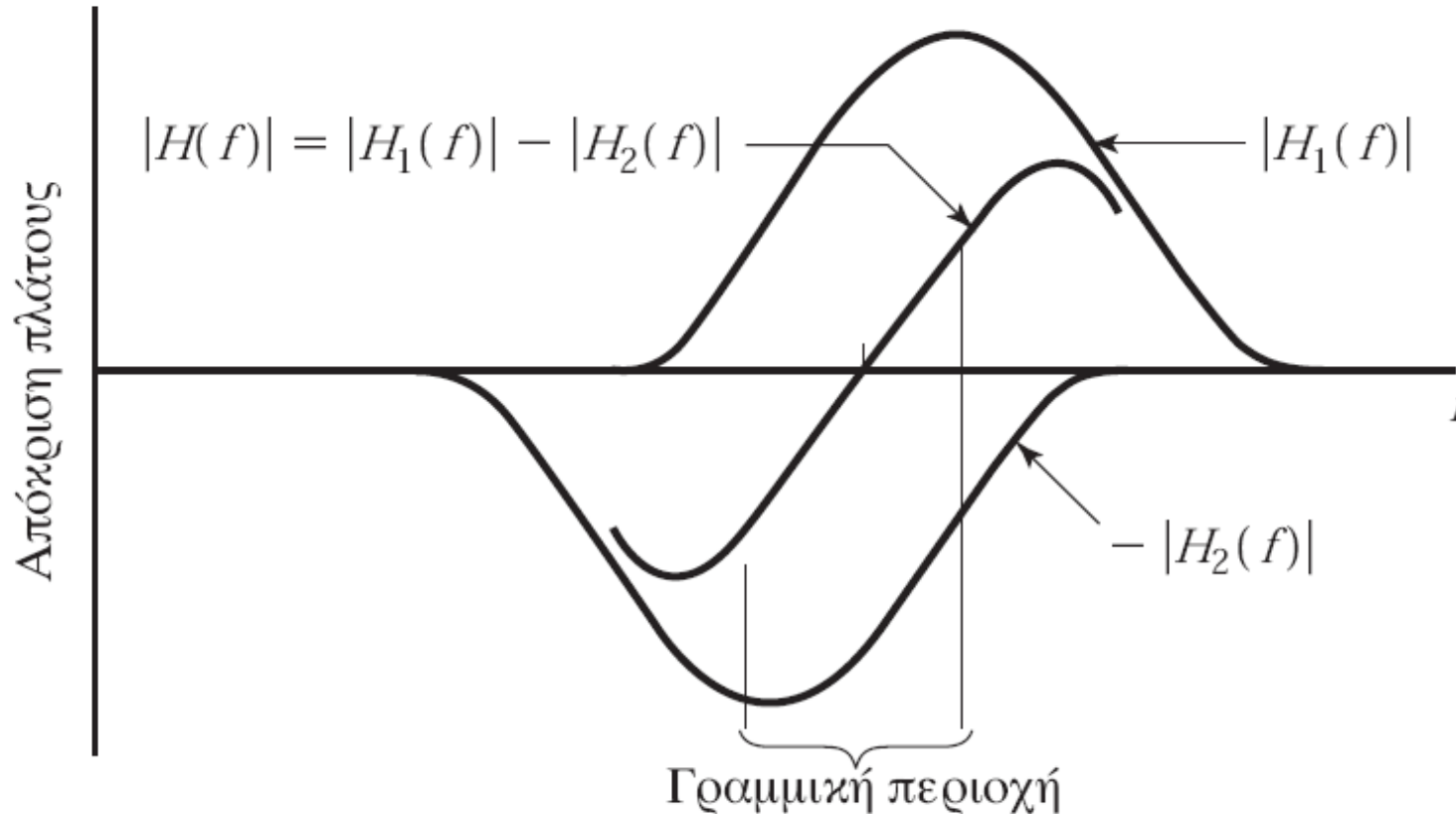


- Χρησιμοποιούνται δύο κυκλώματα φωρατών περιβάλλουσας, όπου τα ζωνοπερατά φίλτρα είναι “**αποσυντονισμένα**”



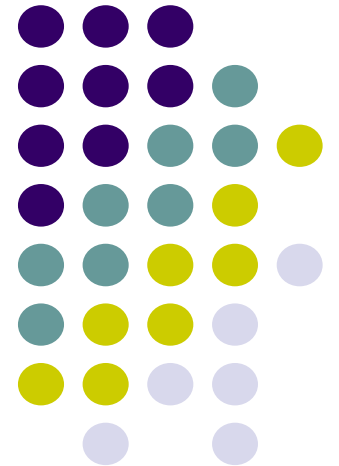


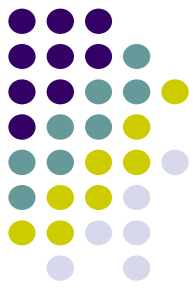
Μετατροπή συχνότητας σε τάση



- Στον ισοσταθμισμένο αποδιαμορφωτή FM έχουμε μετατροπή συχνότητας σε τάση

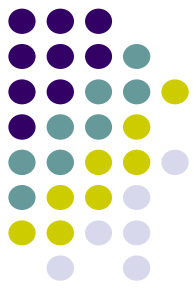
Βρόχος κλειδωμένης φάσης





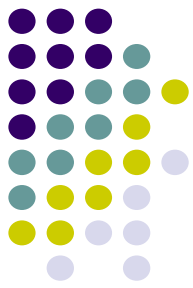
Phase Locked Loop (PLL)

- Βρόχος αρνητικής ανάδρασης
- Συγχρονισμός (κλείδωμα) της γωνίας (συχνότητα και φάση) του εισερχόμενου σήματος με τη γωνία τοπικά παραγόμενου φέροντος
- Υψηλές επιδόσεις, χαμηλό κόστος

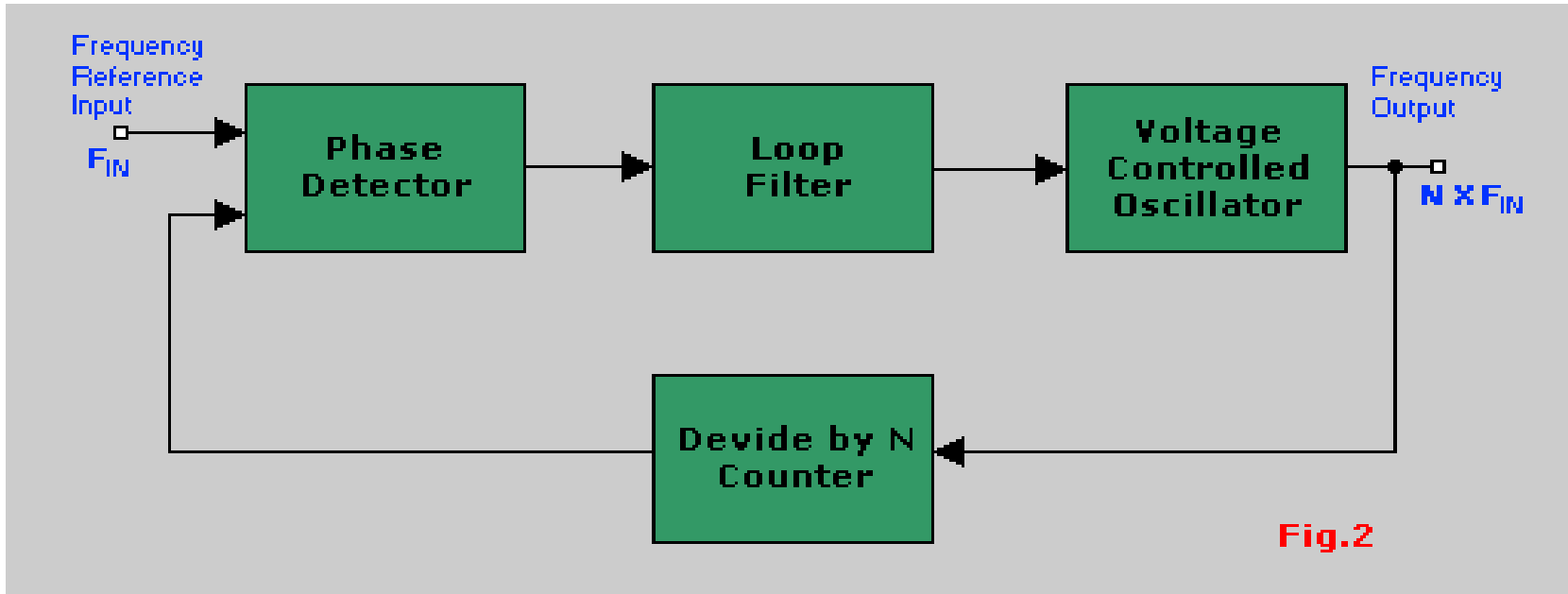


Phase Locked Loop (PLL)

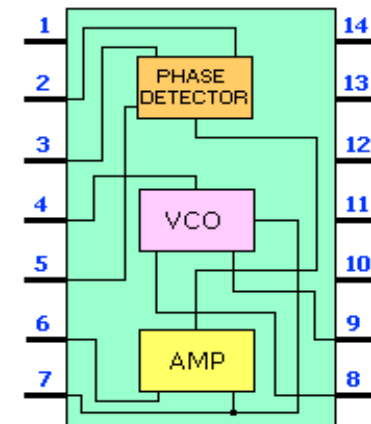
- Τρία βασικά στοιχεία
 - Συγκριτής φάσης
 - Φίλτρο βρόχου
 - Ταλαντωτής ελεγχόμενος από τάση – Voltage Controlled Oscillator (VCO)

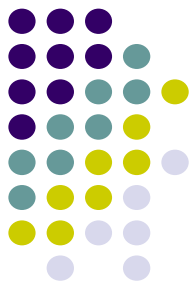


Γενικό διάγραμμα PLL



Παράδειγμα ολοκληρωμένου κυκλώματος LM 565

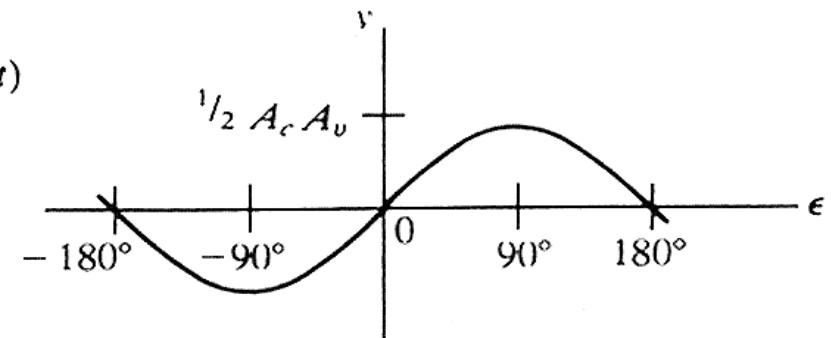
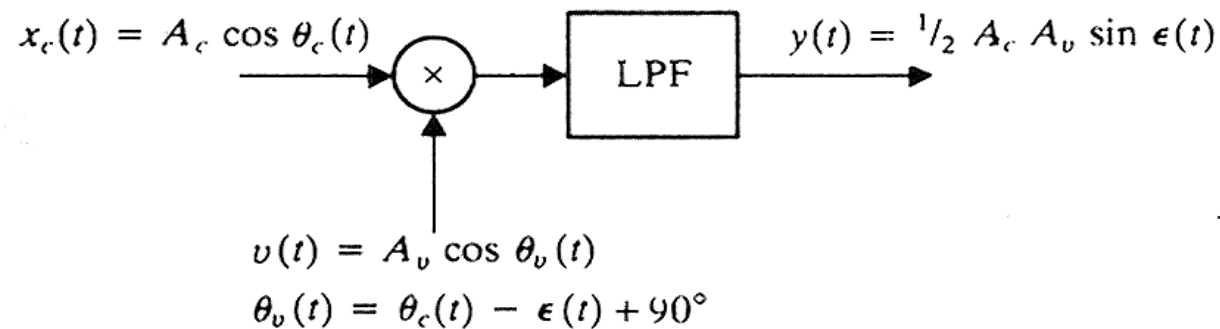




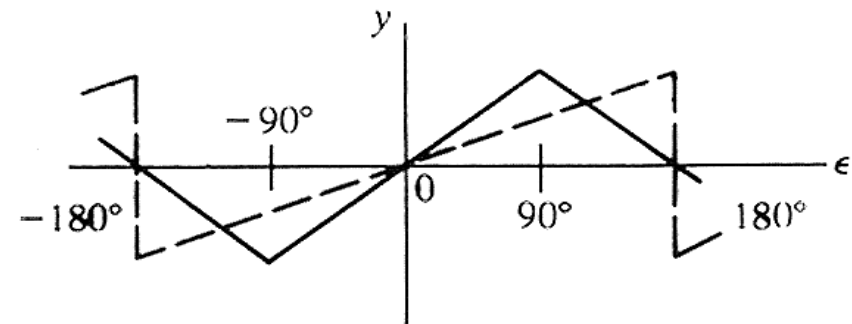
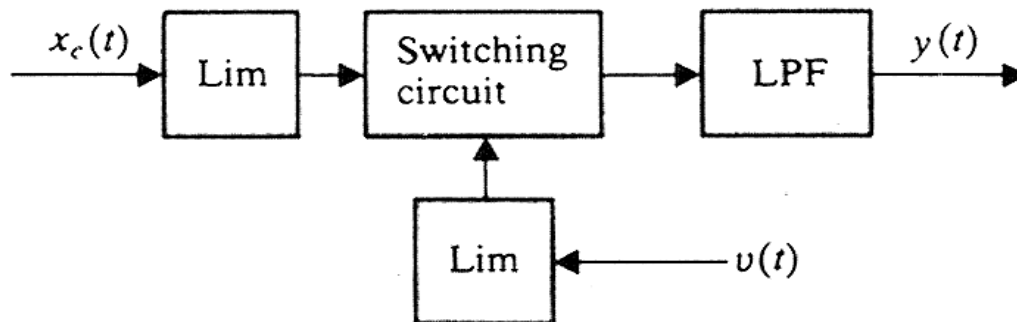
Σύγκριση φάσης

- Αναλογική σύγκριση φάσης
- Ψηφιακή σύγκριση φάσης

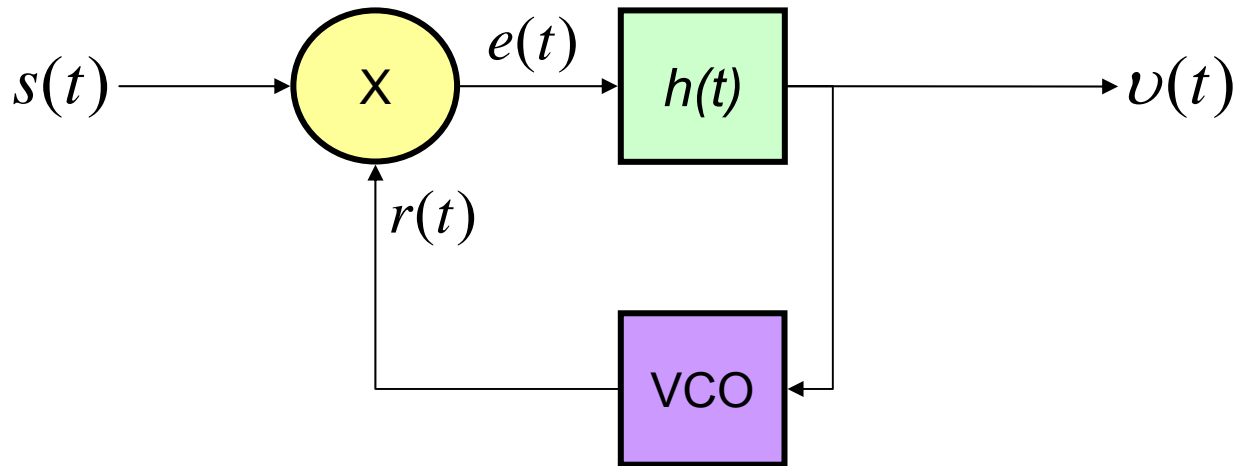
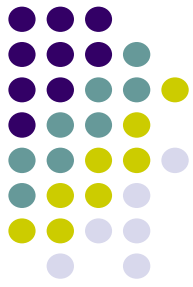
(a)



(b)



Δομικό διάγραμμα

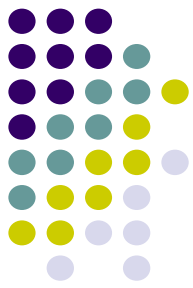


$$s(t) = A_c \sin [2\pi f_c t + \phi_1(t)]$$

$$\phi_1(t) = 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau$$

$$r(t) = A_v \cos [2\pi f_c t + \phi_2(t)]$$

$$\phi_2(t) = 2\pi k_v \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$$



Λάθος φάσης

- Ο πολλαπλασιαστής παράγει μια συνιστώσα υψηλής συχνότητας που απορρίπτεται (k_m το κέρδος πολλαπλασιασμού)

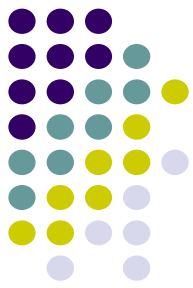
$$k_m A_c A_v \sin[4\pi f_c t + \phi_1(t) + \phi_2(t)]$$

- και μια συνιστώσα χαμηλής συχνότητας (το σήμα λάθους) που αποτελεί την είσοδο στο φίλτρο

$$e(t) = k_m A_c A_v \sin[\phi_e(t)]$$

- όπου το λάθος φάσης ορίζεται ως

$$\phi_e(t) = \phi_1(t) - \phi_2(t) = \phi_1(t) - 2\pi k_v \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$$



Λάθος φάσης

- Το φίλτρο με είσοδο το σήμα λάθους παράγει ως έξοδο

$$v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

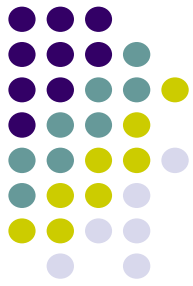
- οπότε τελικά το λάθος φάσης προκύπτει από την ακόλουθη διαφορική εξίσωση

$$\frac{d}{dt}\phi_e(t) = \frac{d}{dt}\phi_1(t) - 2\pi K_0 \int_{-\infty}^{\infty} \sin[\phi_e(t)]h(t-\tau)d\tau$$

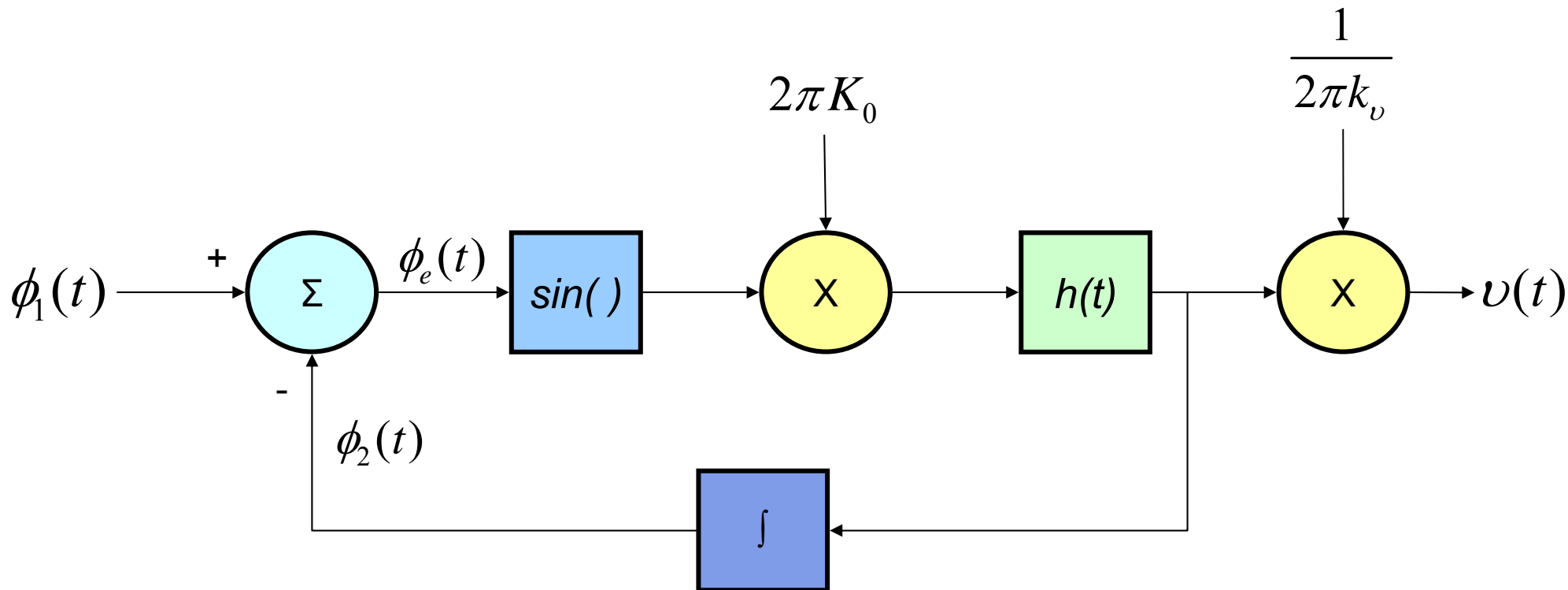
- όπου η σταθερά K_0 (ως φυσικό μέγεθος έχει διαστάσεις συχνότητας) είναι

$$K_0 = k_m k_v A_c A_v$$

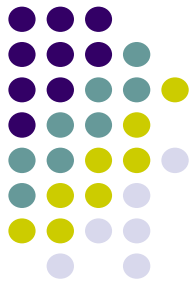
Ισοδύναμο κύκλωμα με φάσεις



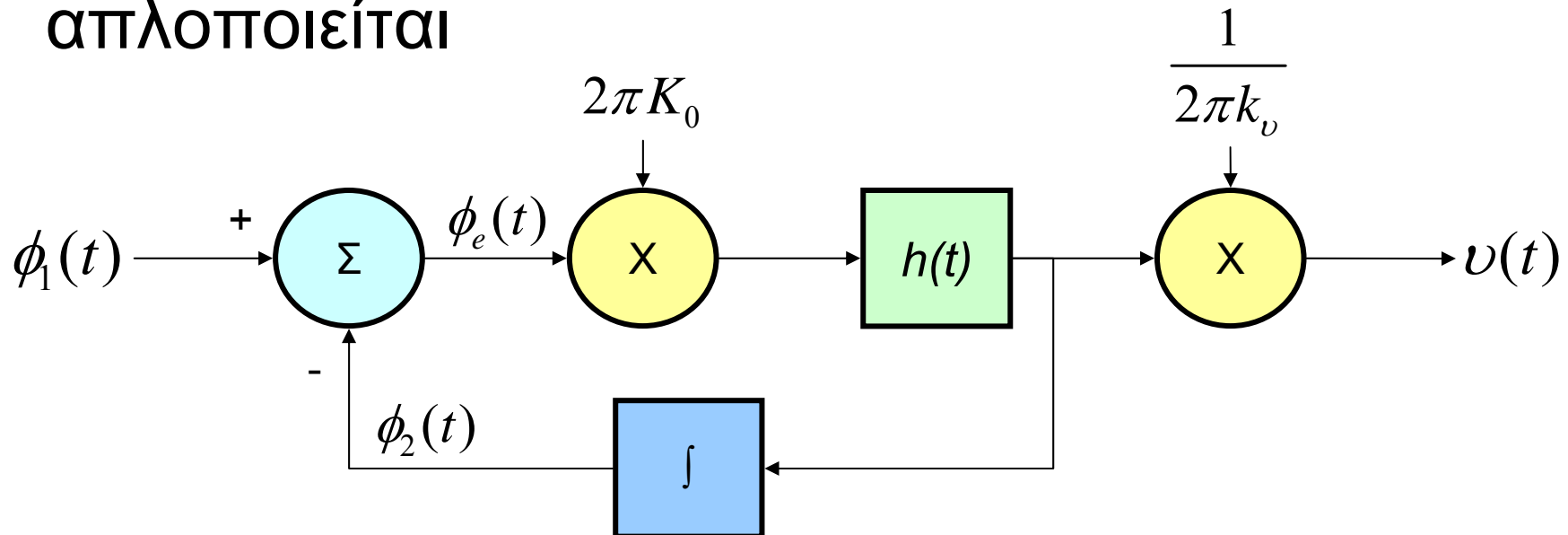
- Εάν αντί για τα σήματα ασχοληθούμε με τις φάσεις έχουμε το ακόλουθο δομικό διάγραμμα



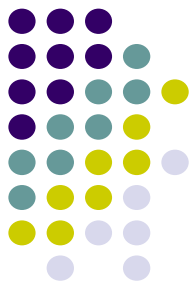
Γραμμικοποιημένο ισοδύναμο κύκλωμα



- Όταν το λάθος φάσης είναι μηδέν ο βρόχος είναι κλειδωμένος
- Εάν $\sin[\phi_e(t)] \approx \phi_e(t)$ ο βρόχος είναι σχεδόν κλειδωμένος και το δομικό διάγραμμα απλοποιείται



Ανάλυση γραμμικοποιημένου κυκλώματος



- Το λάθος φάσης υπολογίζεται από

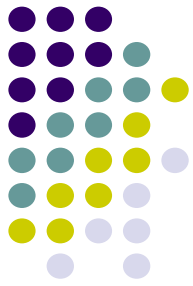
$$\frac{d}{dt}\phi_e(t) + 2\pi K_0 \int_{-\infty}^{\infty} \phi_e(t)h(t-\tau)d\tau = \frac{d}{dt}\phi_1(t)$$

$$\Phi_e(f) = \frac{1}{1+L(f)}\Phi_1(f)$$

$$L(f) = K_0 \frac{H(f)}{jf}$$

- όπου $L(f)$ είναι η **συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου**

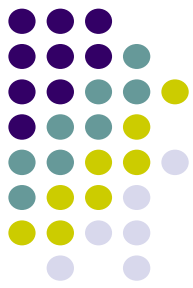
Έξοδος γραμμικοποιημένου κυκλώματος



- Η έξοδος του βρόχου είναι

$$V(f) = \frac{K_0}{k_v} H(f) \Phi_e(f) = \frac{jf}{k_v} \frac{L(f)}{1 + L(f)} \Phi_1(f)$$

- Η απλούστερη περίπτωση προκύπτει όταν $H(f)=1$, δηλαδή, καταργήσουμε το φίλτρο
 - PLL πρώτης τάξης
- Ο βαθμός του παρονομαστή καθορίζει την τάξη του βρόχου



Προσεγγιστικό κύκλωμα

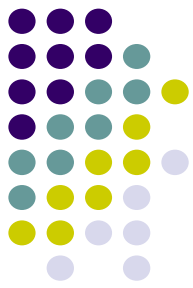
- Εάν η συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου είναι πολύ μεγάλη

$$V(f) \approx \frac{jf}{k_v} \Phi_1(f)$$

$$v(t) \approx \frac{1}{2\pi k_v} \frac{d}{dt} \phi_1(t)$$

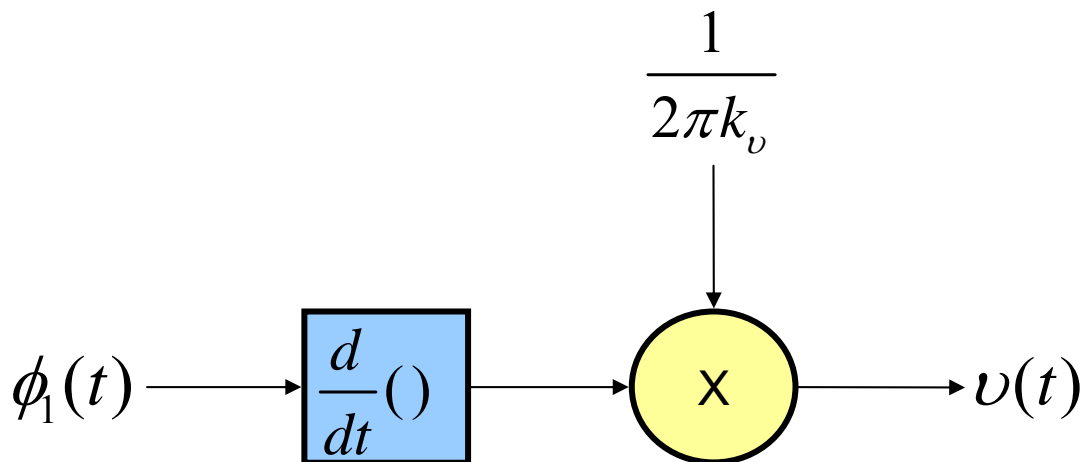
- Τελικά

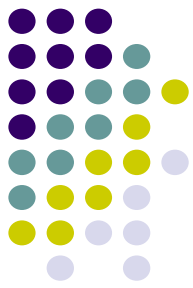
$$v(t) \approx \frac{k_f}{k_v} m(t)$$



Προσεγγιστικό κύκλωμα

- Στην προσέγγιση μεγάλου κέρδος ανοικτού βρόχου, η έξοδος είναι (υπό κλίμακα) το αρχικό σήμα διαμόρφωσης





Περιοχή κλειδώματος

- Έστω ότι η κανονική συχνότητα του VCO στο βρόχο πρώτης τάξης διαφέρει από τη συχνότητα του σήματος εισόδου, τότε

$$s(t) = A_c \sin[2\pi f_c t + \phi_1(t)]$$

$$r(t) = A_v \cos[2\pi(f_c - \Delta f)t + \phi_2(t)]$$

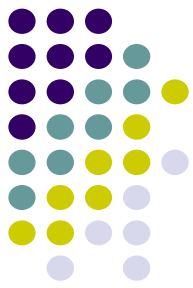
$$\phi_2(t) = 2\pi k_v \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$$

$$v(t) = k_m A_c A_v \sin[\phi_e(t)]$$

$$\phi_e(t) = \phi_1(t) - \phi_2(t) + 2\pi\Delta f t$$

$$\frac{d}{dt} \phi_e(t) = \frac{d}{dt} \phi_1(t) - \frac{d}{dt} \phi_2(t) + 2\pi\Delta f = \frac{d}{dt} \phi_1(t) - 2\pi k_v v(t) + 2\pi\Delta f$$

$$\frac{d}{dt} \phi_e(t) + 2\pi K_0 \sin[\phi_e(t)] = \frac{d}{dt} \phi_1(t) + 2\pi\Delta f$$



Περιοχή κλειδώματος

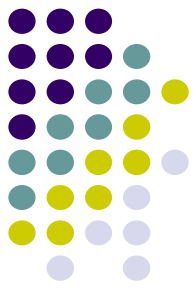
- Εάν η είσοδος του βρόχου είναι το αδιαμόρφωτο φέρον, τότε

$$\phi_1(t) = \phi_0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2\pi K_0} \frac{d}{dt} \phi_e(t) + \sin[\phi_e(t)] = \frac{\Delta f}{K_0}$$

- και στη μόνιμη κατάσταση

$$\frac{d}{dt} \phi_e(t) = 0, \quad \phi_e(t) = \phi_e \Rightarrow \quad \phi_e = \arcsin \frac{\Delta f}{K_0}$$

- Ο βρόχος κλειδώνει εάν $|\Delta f| \leq K_0$



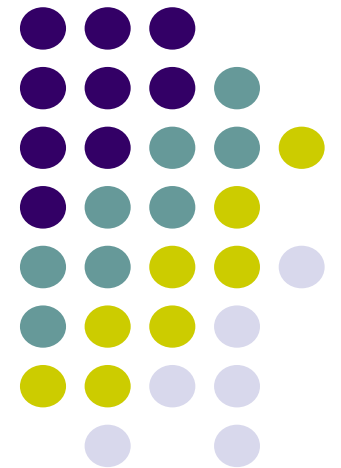
Περιοχή κλειδώματος

- Όταν το κέρδος K_0 είναι μεγάλο ώστε να δικαιολογούνται μικρές τιμές της γωνίας λάθους στη μόνιμη κατάσταση, τότε

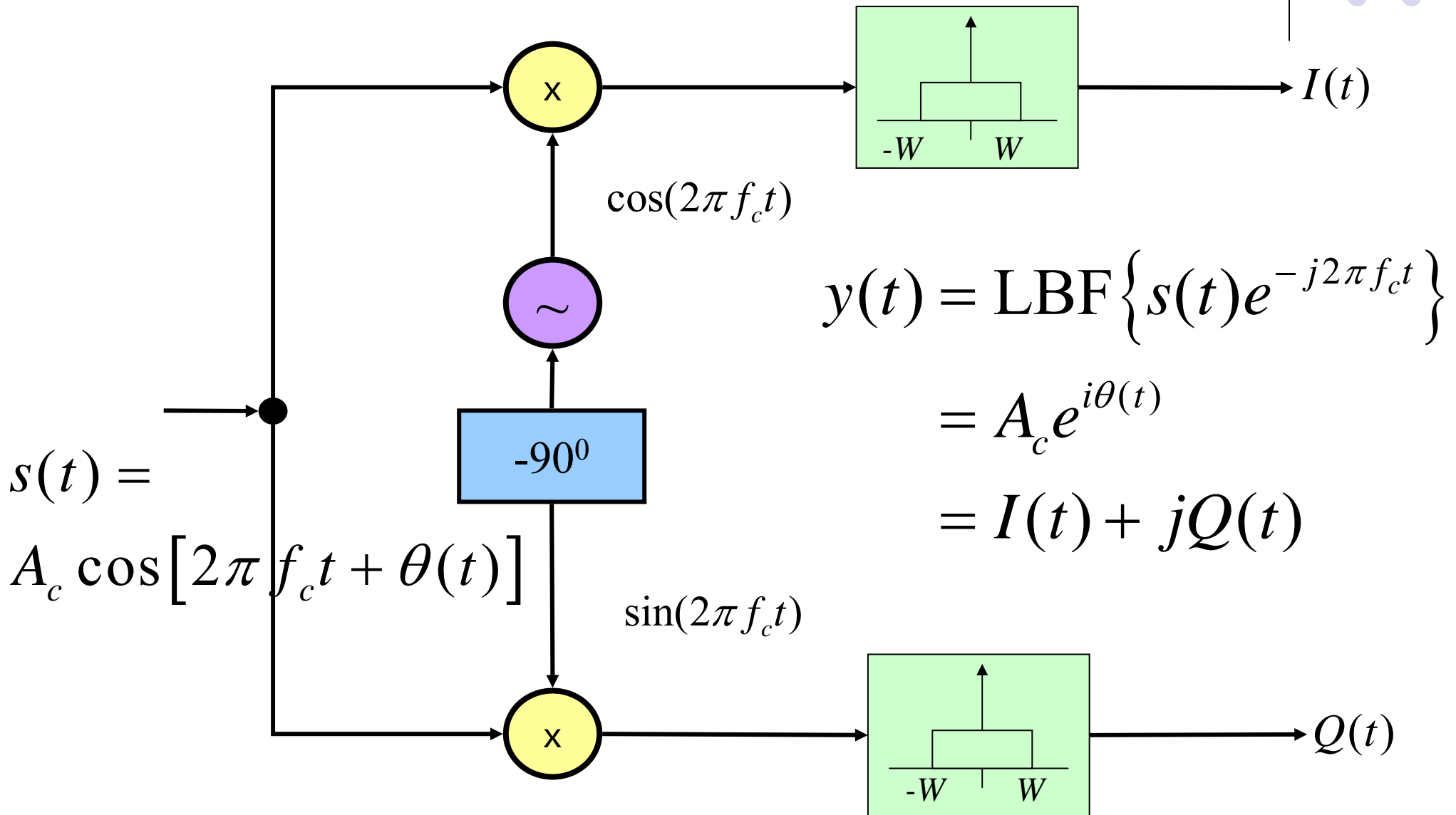
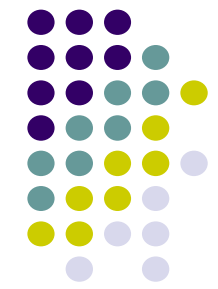
$$\frac{1}{2\pi K_0} \frac{d}{dt} \phi_e(t) + \phi_e(t) = 0 \Rightarrow \phi_e(t) = \phi_e(t_0) e^{-2\pi K_0(t-t_0)}$$

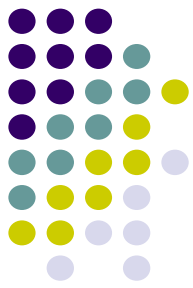
- Το μεταβατικό φαινόμενο παύει $t > t_0 + \frac{5}{2\pi K_0}$ μετά 5 χρονικές σταθερές
- Ο βρόχος θα κλειδώνει εάν η μεταβολή της φάσης είναι αργή σε σχέση με τη σταθερά χρόνου και η στιγμιαία συχνότητα είναι εντός της περιοχής $f_c \pm K_0$

Ψηφιακή αποδιαμόρφωση QAM



Δέκτης QAM





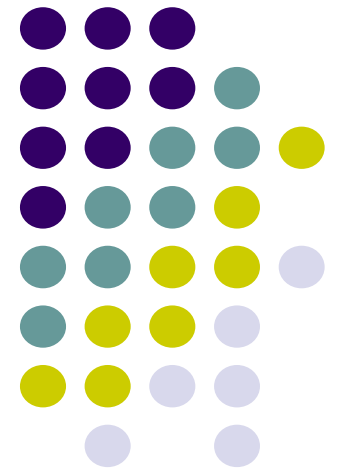
Αποδιαμόρφωση με DSP

- Το σήμα μπορεί να αποδιαμορφωθεί με ψηφιακή επεξεργασία, αφού

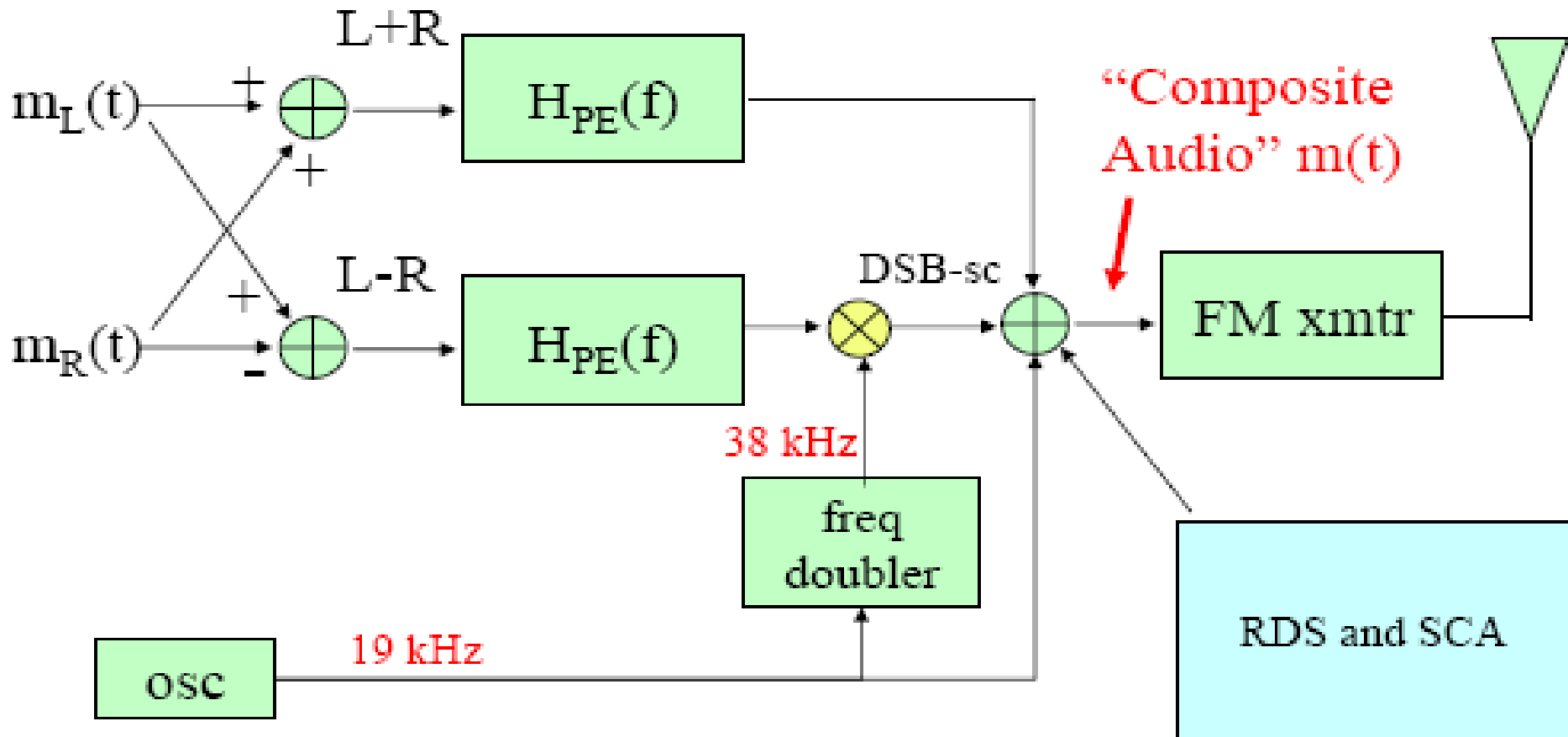
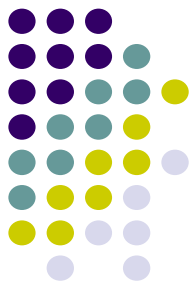
$$\theta(t) = \arctan\left(\frac{Q(t)}{I(t)}\right)$$

$$m(t) = \frac{1}{2\pi k_f} \frac{d}{dt} \theta(t)$$

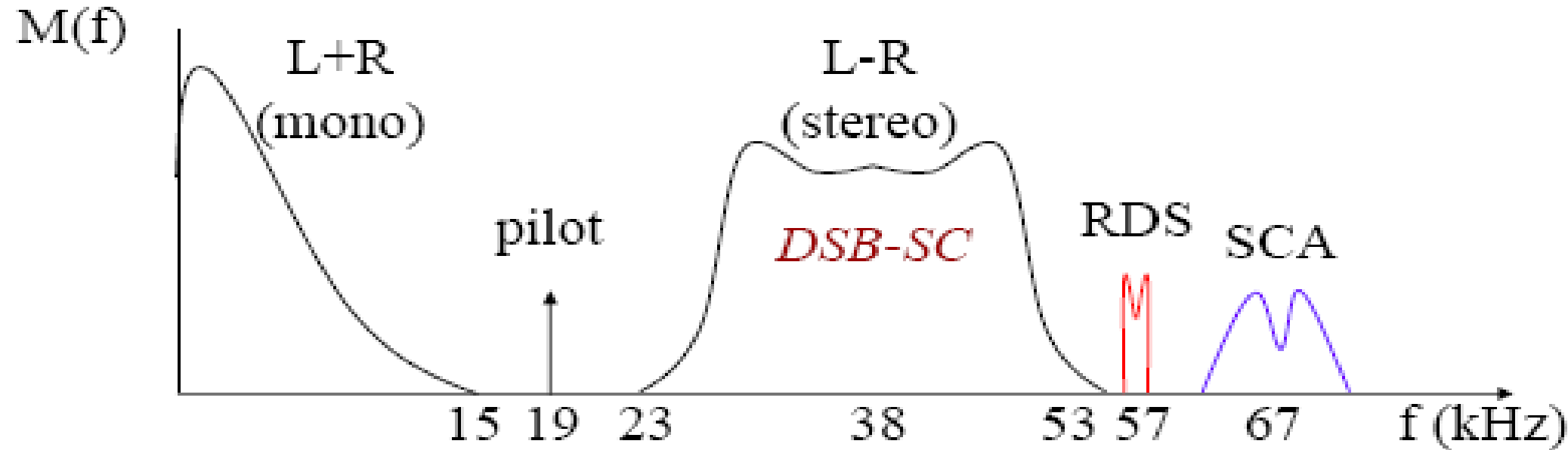
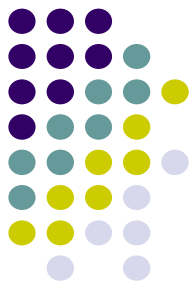
Εμπορική FM



Στερεοφωνικός πομπός FM

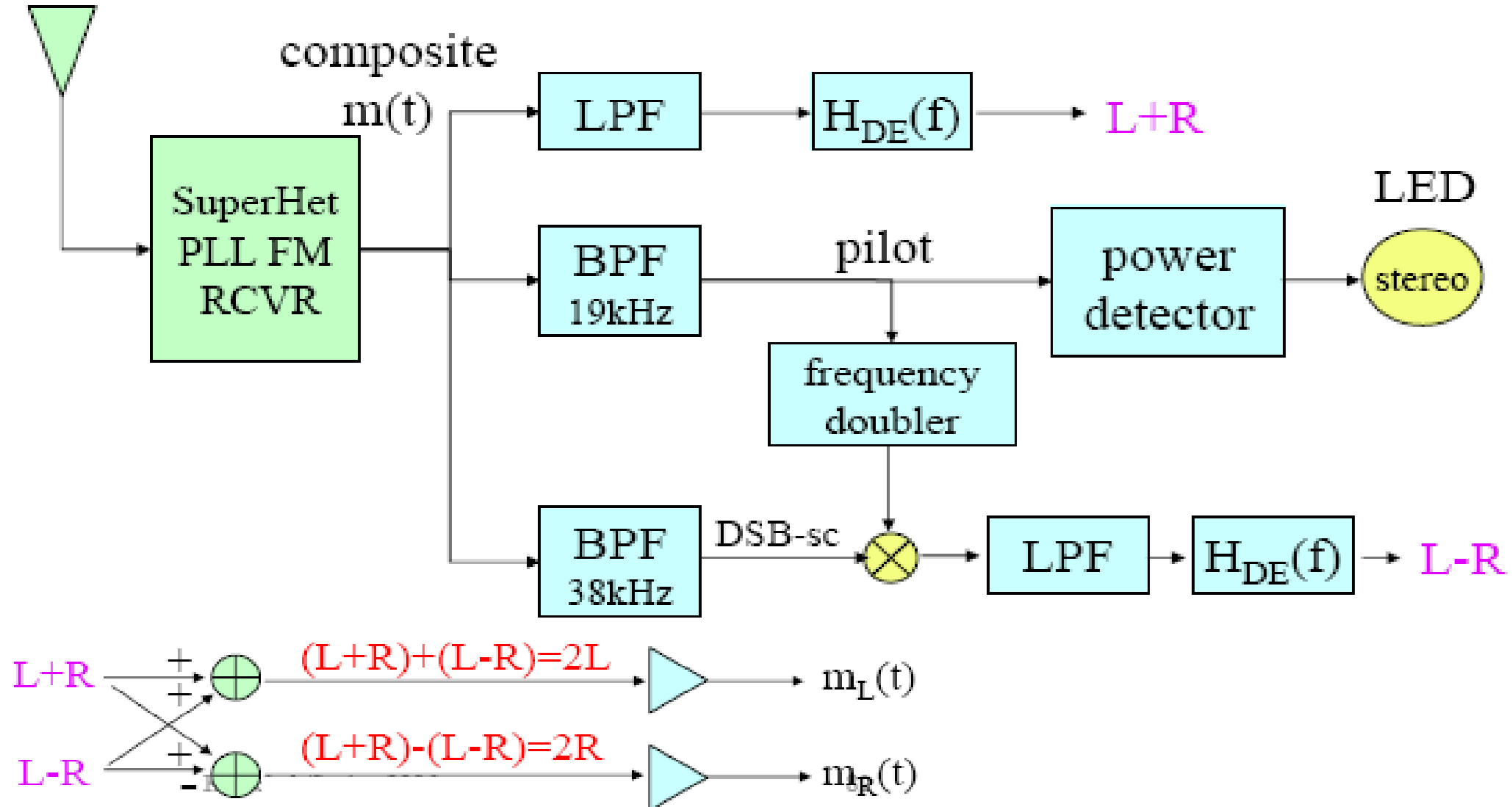
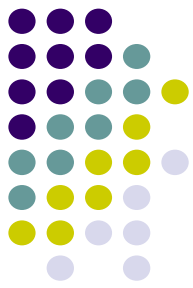


Σύνθετο ακουστικό σήμα

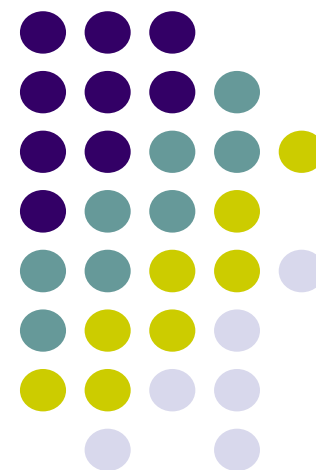


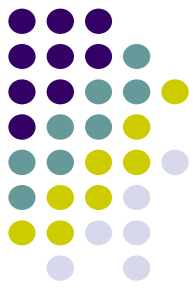
- RDS (Radio Data System)
 - Εναλλακτικές συχνότητες (AF)
 - Κίνηση στους δρόμους (TA)
 - Είδος προγράμματος (PTY)
- SCA (Subsidiary Communications Authorization)
 - Μετάδοση δεδομένων (τιμές μετοχών)
 - Μετάδοση σε άλλη γλώσσα
 - Ανάγνωση κειμένου (για τυφλούς)

Στερεοφωνικός δέκτης FM



Παρεμβολές





Παρεμβολή από ημιτονοειδή

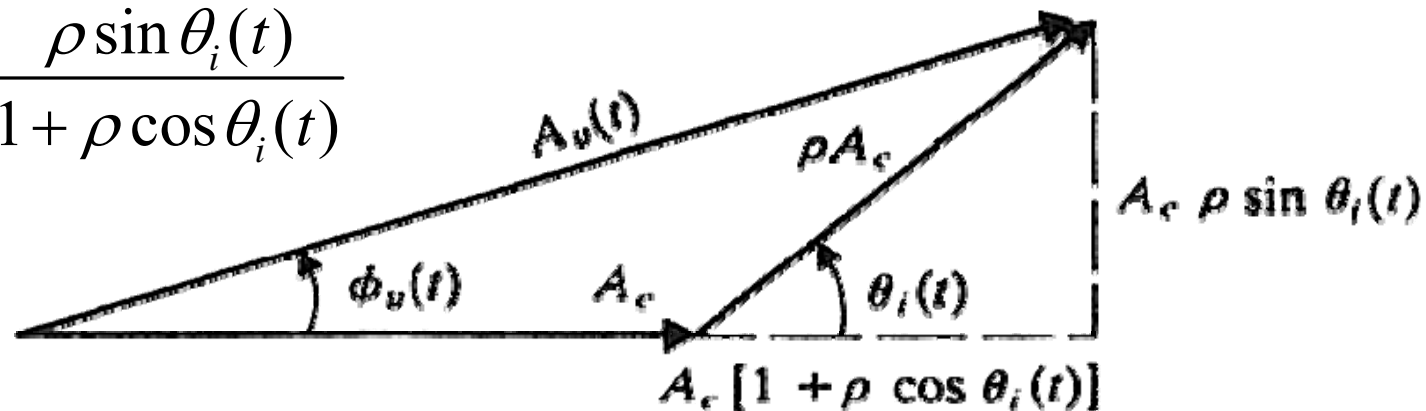
- Έστω ότι έχουμε υπέρθεση φέροντος με σήμα FM παραπλήσιας συχνότητας

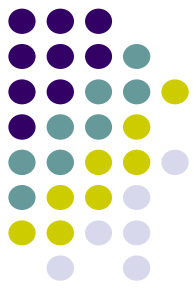
$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + A_i \cos[2\pi(f_c + f_i)t + \phi_i]$$

$$\rho = \frac{A_i}{A_c}, \quad \theta_i(t) = 2\pi f_i t + \phi_i$$

$$A_v(t) = A_c \sqrt{1 + \rho^2 + 2\rho \cos \theta_i(t)}$$

$$\phi_v(t) = \arctan \frac{\rho \sin \theta_i(t)}{1 + \rho \cos \theta_i(t)}$$





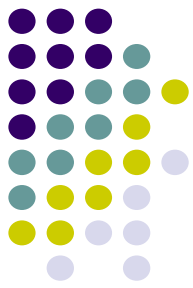
Παρεμβολή από ημιτονοειδή

- Έστω ότι το σήμα που παρεμβάλλει είναι ασθενές, τότε $\rho \ll 1$

$$A_v(t) \approx A_c [1 + \rho \cos(2\pi f_i t + \phi_i)]$$

$$\phi_v(t) \approx \rho \sin(2\pi f_i t + \phi_i)$$

- δηλαδή, προκύπτει τόσο διαμόρφωση AM όσο και FM/PM από απλό τόνο συχνότητας f_i



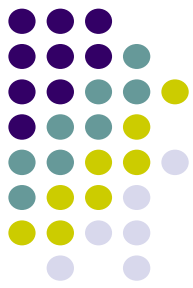
Παρεμβολή από ημιτονοειδή

- Έστω ότι το παρεμβάλον σήμα είναι ισχυρό, τότε $\rho \gg 1$

$$A_v(t) \approx A_i \left[1 + \rho^{-1} \cos(2\pi f_i t + \phi_i) \right]$$

$$\phi_v(t) \approx 2\pi f_i t + \phi_i$$

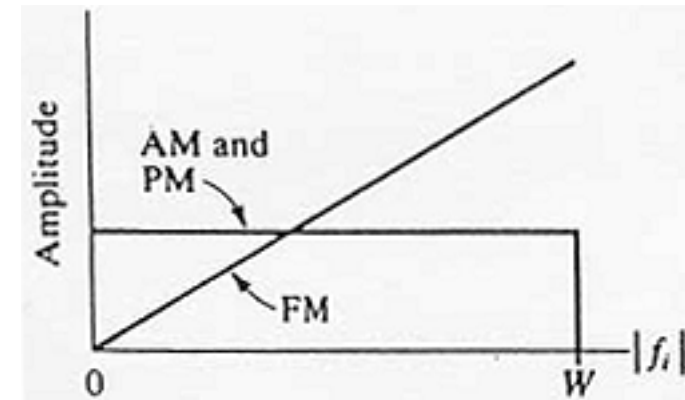
- οπότε έχουμε και πάλι μια διαμόρφωση AM, αλλά η φάση αντιστοιχεί σε μετατοπισμένη συχνότητα φέροντος $f_c + f_i$
- Αποδιαμορφώνεται το παρεμβάλον σήμα



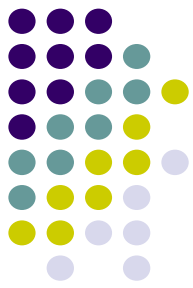
Παρεμβολή από ημιτονοειδή

- Η έξοδος, ανάλογα με το είδος φωρατή, σε ασθενή παρεμβολή είναι

$$v(t) = \begin{cases} 1 + \rho \cos(2\pi f_i t + \phi_i) & \text{AM} \\ \rho \sin(2\pi f_i t + \phi_i) & \text{PM} \\ \rho f_i \cos(2\pi f_i t + \phi_i) & \text{FM} \end{cases}$$



- Η FM είναι αναίσθητη σε ενδοκαναλική (co-channel) παρεμβολή και ευαίσθητη σε διακαναλική (adjacent channel) παρεμβολή

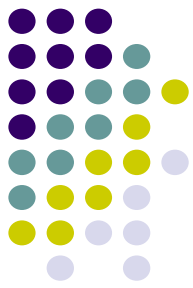


Φαινόμενο σύλληψης

- Έστω ότι έχουμε δύο σήματα FM με περίπου ίσα πλάτη, το ένα εκ των οποίων είναι αδιαμόρφωτο, ΤΟΤΕ

$$\begin{aligned}v(t) &= \frac{d}{dt} \phi_v(t) = \frac{d}{dt} \left[\arctan \frac{\rho \sin \phi_i(t)}{1 + \rho \cos \phi_i(t)} \right] = \frac{\rho^2 + \rho \cos \phi_i(t)}{1 + \rho^2 + 2\rho \cos \phi_i(t)} \frac{d}{dt} \phi_i(t) \\ &= a(\rho, \phi) \frac{d}{dt} \phi_i(t)\end{aligned}$$

- οπότε εάν το $a(\rho, \phi)$ είναι περίπου σταθερό, η παρεμβολή εμφανίζεται με τη μορφή διαφωνίας (crosstalk) στην έξοδο

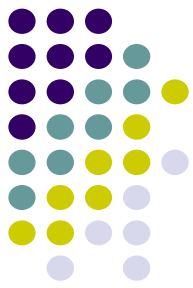


Φαινόμενο σύλληψης

- Εάν όμως τα πλάτη των σημάτων είναι περίπου ίδια $\rho \approx 1$

$$a(\rho, \phi) = \frac{\rho^2 + \rho \cos \phi}{1 + \rho^2 + 2\rho \cos \phi}$$

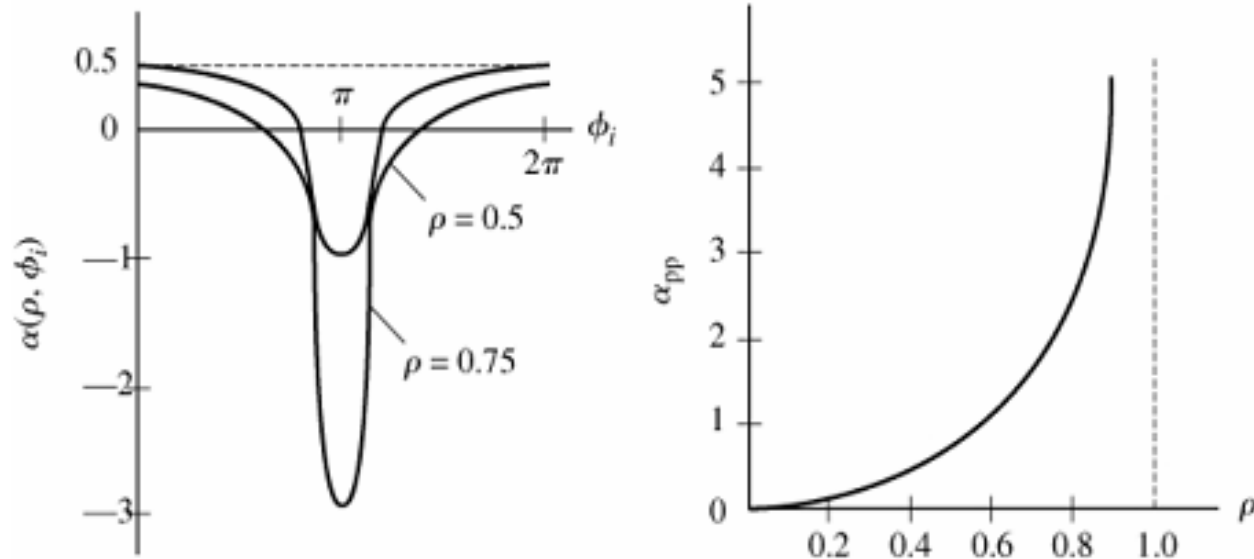
$$a(\rho, \phi) = \begin{cases} \frac{\rho}{1 + \rho} & \phi = 0, \pm 2\pi, \dots \\ \frac{\rho^2}{1 + \rho^2} & \phi = \pm \frac{\pi}{2}, \pm 3\frac{\pi}{2}, \dots \\ -\frac{\rho}{1 - \rho} & \phi = \pm \pi, \pm 3\pi, \dots \end{cases}$$



Φαινόμενο σύλληψης

- Η έξοδος εξαρτάται από την τιμή

$$a_{pp} = a(\rho, 0) - a(\rho, \phi) = 2\rho / (1 - \rho^2)$$



- Για $\rho > 0,7$ επικρατεί η παρεμβολή