

Εργαστηριακή Άσκηση 7

Φώραση ψηφιακών σημάτων – προσαρμοσμένο φίλτρο

Σκοπός της έβδομης εργαστηριακής άσκησης είναι η εξοικείωση με τις μεθόδους της ψηφιακής σηματοδότησης και η γνωριμία με το προσαρμοσμένο φίλτρο ως βασικό εργαλείο φώρασης ψηφιακών σημάτων. Αν και η μεθοδολογία της φώρασης με προσαρμοσμένα φίλτρα είναι γενική και εφαρμόζεται σε όλη τη γκάμα ψηφιακών σημάτων, η μελέτη εδώ θα περιοριστεί στη σηματοδότηση βασικής ζώνης. **Προτού ξεκινήσετε την άσκηση θα πρέπει να μελετήσετε με προσοχή τις παραγράφους 3.2 και 3.4.2 του [Κεφαλαίου 3](#) των εργαστηριακών σημειώσεων του μαθήματος που θα βρείτε στην ιστοσελίδα του μαθήματος.**

Το MATLAB (www.mathworks.com) είναι ένα διαδραστικό εμπορικό πρόγραμμα (Windows, Linux, Unix) με το οποίο μπορείτε να κάνετε εύκολα αριθμητικές πράξεις με πίνακες. Στο Εργαστήριο Προσωπικών Υπολογιστών (ΕΠΥ) της Σχολής θα βρείτε εγκατεστημένη την έκδοση R2012b. Μπορείτε επίσης να έχετε πρόσβαση στο MATLAB μέσω της ιστοσελίδας <https://cloudfront0.central.ntua.gr/sgd/hierarchy.jsp> του Κέντρου Υπολογιστών (ΚΗΥ) του ΕΜΠ (αφού περάσετε έλεγχο ταυτότητας με το όνομα χρήστη και συνθηματικό που σας έχει δοθεί από το ΚΗΥ). Εκεί είναι εγκατεστημένη η έκδοση R2011b όμως το περιβάλλον είναι Linux. Η πρόσβαση μέσω του ΚΗΥ θα σας είναι χρήσιμη για να προετοιμαστείτε από το σπίτι.

Για να εισέλθετε στο σταθμό εργασίας του ΕΠΥ, χρησιμοποιείτε **το όνομα χρήστη και συνθηματικό για πρόσβαση στις ηλεκτρονικές υπηρεσίες του Ιδρύματος** (που σας έχει δοθεί από το ΚΗΥ). Μετά από επιτυχή ταυτοποίησή σας από τον εξυπηρετητή LDAP, θα αποκτήσετε πρόσβαση στον τοπικό υπολογιστή με όνομα χρήστη `labuser`. Εάν στην οθόνη δεν εμφανίζεται σχετικό παράθυρο διαλόγου για την εισαγωγή στο σύστημα, πιάστε ταυτόχρονα τα πλήκτρα `Alt+Ctrl+Del`. Στις συγκεκριμένες ασκήσεις, το λειτουργικό σύστημα που θα χρησιμοποιηθεί είναι τα Windows XP.

Μέρος 1: Το προσαρμοσμένο φίλτρο

Αντιγράψτε τον κώδικα 3.1 του παραδείγματος 3.4.1 από τις εργαστηριακές σημειώσεις σε ένα καινούριο αρχείο `m-file` και αποθηκεύστε το στο φάκελο εργασίας σας (`My Documents\MATLAB`). Μελετήστε τον κώδικα για να κατανοήσετε τη λειτουργία του, εκτελέστε τον σταδιακά και παρατηρήστε με προσοχή τα αποτελέσματα.

Ερώτηση 1: Ποια συντομότερη σύνταξη θα μπορούσατε να χρησιμοποιήσετε (χωρίς τη χρήση βρόχου `for`) προκειμένου να υπολογίσετε τα προσαρμοσμένα φίλτρα; Γράψτε την απάντησή σας στο αρχείο κειμένου `lab7_nnnnn.txt`, όπου `nnnnn` τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας.

Δοκιμάστε άλλες τιμές της παραμέτρου `SNRdb` στη γραμμή 13 του κώδικα. Επαναλάβετε την εκτέλεση του προγράμματος για μικρότερες τιμές του `SNRdb`, έως ότου διαπιστώσετε κάποιο λάθος στην αναγνώριση των δυαδικών ψηφίων. Δοκιμάστε επίσης μεγαλύτερα μήκη του διανύσματος (δυαδικής ακολουθίας) `b`.

Ερώτηση 2: Παρατηρώντας το διάγραμμα του δεύτερου σχήματος που παράγει ο κώδικας, πώς διαπιστώνουμε τα τυχόν εσφαλμένα δυαδικά ψηφία; Γράψτε την απάντησή σας στο αρχείο κειμένου `lab7_nnnnn.txt`, όπου `nnnnn` τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας.

Στις γραμμές 23 και 24 του κώδικα 3.1 χρησιμοποιήθηκε η εντολή της συνέλιξης, `conv()` του MATLAB, προκειμένου να υπολογιστεί και σχεδιαστεί η έξοδος των προσαρμοσμένων φίλτρων για όλο το διάστημα $(0, T)$. Όμως, στη ψηφιακή υλοποίηση χρησιμοποιείται συνήθως ο

συσχετιστής, δεδομένου ότι χρειαζόμαστε την τιμή εξόδου μόνον κατά τις στιγμές δειγματοληψίας, kT (βλ. παράγραφο 3.2.3 των σημειώσεων).

Απομονώστε το τμήμα του κώδικα 3.1 μέχρι τη γραμμή 26, δηλαδή, αφαιρέστε το μέρος που παράγει τα διαγράμματα, και αντικαταστήστε τις συνελίξεις, στις γραμμές 23 και 24 του αρχικού κώδικα, με συσχετιστές¹. Επιβεβαιώστε ότι η έξοδος των συσχετιστών ισούται με την έξοδο των φίλτρων στην αρχική υλοποίηση, κατά τη χρονική στιγμή δειγματοληψίας (υπόδειξη: εκτελέστε τις δύο υλοποιήσεις, είτε ταυτόχρονα, είτε διαδοχικά, με το ίδιο διάνυσμα ακολουθίας εισόδου b και μηδενικό θόρυβο). Στη συνέχεια:

(α) δημιουργείτε μια τυχαία δυαδική ακολουθία b μεγάλου μήκους (π.χ. 20000 bit) με χρήση της εντολής `randint()`

(β) συμπληρώστε περαιτέρω τον κώδικα ώστε να εκτιμά την αποστελλόμενη δυαδική ακολουθία b και να μετράει τα εσφαλμένα bit

(γ) διαγράψτε όσες εντολές δεν χρειάζονται πλέον

Ερώτηση 3: Δεδομένου ότι η έξοδος h_0 των συσχετιστών θα είναι πλέον βαθμωτό μέγεθος, ποια θα είναι η διάσταση των h_{01} και h_{02} , μετά την ολοκλήρωση του βρόχου `for` στη νέα υλοποίηση; Γράψτε την απάντησή σας στο αρχείο κειμένου `lab7_nnnnn.txt`, όπου `nnnnn` τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας.

Ερώτηση 4: Με βάση το (β) πιο πάνω, πώς θα κάνετε μια εκτίμηση της πιθανότητας λάθους bit; Ποια πρέπει να είναι η τάξη μεγέθους του μήκους της ακολουθίας εισόδου b , ώστε η εκτίμησή σας αυτή να είναι στατιστικά αποδεκτή; Γράψτε την απάντησή σας στο αρχείο κειμένου `lab7_nnnnn.txt`, όπου `nnnnn` τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας.

Υποβάλατε την εργασία σας

Αποθηκεύσατε την τελευταία εκδοχή του κώδικά σας ως αρχείο M-file στο φάκελο εργασίας σας (My Documents\MATLAB). Χρησιμοποιήστε για το αρχείο το όνομα `lab7_1_nnnnn.m`, όπου `nnnnn` τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας και υποβάλατε την εργασία σας για βαθμολόγηση ως εξής:

1. Επιλέξτε από την ιστοθέση του μαθήματος την [Εργαστηριακή Άσκηση 7](#) στην ενότητα “Υποβολή αναφορών”.
2. Στη σελίδα που θα εμφανισθεί κάντε κλικ στο κουμπί “Browse”.
3. Αναζητήστε το αρχείο σας στο φάκελο εργασίας (My Documents\MATLAB) και επιλέξτε το.
4. Κάντε κλικ στο κουμπί “Αποστολή του αρχείου” για να ανεβάσετε την εργασία σας στον εξυπηρετητή.
5. Εάν θέλετε να κάνετε κάποια διόρθωση, ακολουθήστε την ίδια διαδικασία ανεβάσματος.
6. Μην οριστικοποιήσετε την υποβολή γιατί μετά δε θα μπορείτε να υποβάλετε την απάντηση του επόμενου μέρους της άσκησης.

Μέρος 2: Βέλτιστη φώραση σημάτων L-PAM (ή L-ASK) – μέτρηση επίδοσης (πιθανότητας λαθών ή BER)

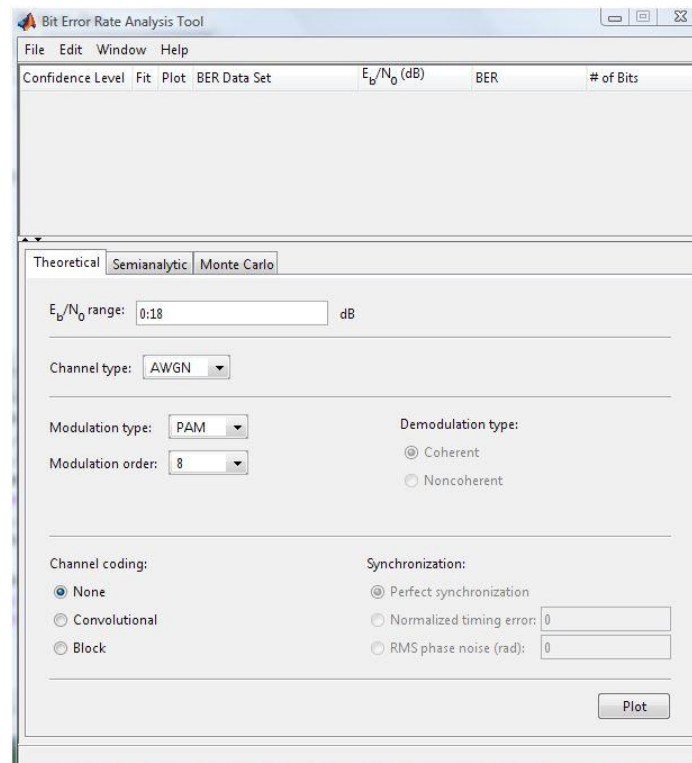
Στο 2^ο μέρος της άσκησης θα μελετηθεί η φώραση σημάτων PAM (Pulse Amplitude Modulation) με τη χρήση προσαρμοσμένων φίλτρων και θα εκτιμηθεί η επίδοσή τους με μετρική την πιθανότητα P_b σφάλματος bit ή το Bit Error Rate – BER – για δοσμένο ρυθμό μετάδοσης R . Ας σημειωθεί ότι τα τρία μεγέθη συνδέονται με τη σχέση $BER = R P_b$. Ωστόσο συχνά στην πράξη ο συμβολισμός BER χρησιμοποιείται για να δηλώσει την πιθανότητα σφάλματος P_b .

¹ Στο MATLAB η συσχέτιση δύο διανυσμάτων-γραμμών, a, b ίδιου μήκους ($1 \times n$) υπολογίζεται ως $a * b'$ ή με την εντολή `sum(a.*b)`.

Αφού μελετήσετε το παράδειγμα 3.4.2 των εργαστηριακών σημειώσεων, αντιγράψτε τον κώδικα 3.3 σε αρχείο με όνομα `ask_errors`. Αντίστοιχα, ο κώδικας 3.4 του παραδείγματος 3.4.2 θα πρέπει να γραφεί σε ξεχωριστό αρχείο με όνομα `ask_ber_func`. Αποθηκεύστε και τα δύο αρχεία στον τρέχοντα φάκελο εργασίας (My Documents\MATLAB). Στη συνέχεια, πληκτρολογείτε στο παράθυρο εντολών την εντολή

```
>> bertool
```

με την οποία καλείται το φερώνυμο εργαλείο ανάλυσης του BER και αναδύεται μια γραφική διεπαφή χρήστη, όπως η επόμενη:



Στο παράθυρο αυτό πρέπει να επιλέξετε τα εξής:

- (α) τη μέθοδο για την ανάλυση-μέτρηση του BER. Θα χρησιμοποιήσετε διαδοχικά (Α) τη θεωρητική ανάλυση (Theoretical) και (Β) την εξομοίωση (Monte Carlo)
- (β) την περιοχή τιμών του ανηγμένου σηματοθορυβικού λόγου, E_b/N_0 , για τις οποίες θα υπολογιστεί/εκτιμηθεί το BER

A. Για τη θεωρητική ανάλυση, συνεχίστε με την επιλογή των λοιπών παραμέτρων:

- (γ) στον τύπο του καναλιού αφήστε την (αυτόματη) επιλογή AWGN, για κανάλι με προσθετικό, λευκό, γκαουσιανό θόρυβο
- (δ) στον τύπο της ψηφιακής διαμόρφωσης επιλέξτε PAM, με τάξη διαμόρφωσης ίση με 2^k , όπου ο εκθέτης είναι η τιμή της μεταβλητής k στη ρουτίνα `ask_ber_func`

Τέλος, κάντε κλικ στην επιλογή Plot.

B. Για την εξομοίωση (Monte Carlo), συνεχίστε ως εξής:

- (α) εξετάζοντας τη θεωρητική καμπύλη, που ήδη σχεδιάστηκε, προσδιορίστε την τιμή E_b/N_0 που αντιστοιχεί σε BER περίπου 10^{-5} και επαναρυθμίστε την περιοχή τιμών του E_b/N_0 για τις οποίες θα γίνει η εξομοίωση. Για εκτίμηση μικρότερων τιμών πιθανότητας λάθους απαιτείται πολύ μεγαλύτερος χρόνος εξομοίωσης, ώστε να ικανοποιηθούν οι συνθήκες ευσταθούς αποτελέσματος².
- (β) στην επιλογή Simulation M-file or model και με χρήση του πλήκτρου Browse, εντοπίστε και επιλέξτε το αρχείο `ask_ber_func`
- (γ) αφήστε τις λοιπές επιλογές ως έχουν και κάντε κλικ στο Run

Γ. Αφού αλλάξετε την τιμή της μεταβλητής k στη γραμμή 9 της ρουτίνας `ask_ber_func` (π.χ. $k=1$, για δυαδικό σύστημα ή $k=2$, για τετραδικό) και επανασώσετε (με save) το αρχείο αυτό, επαναλάβετε τα βήματα (Β) και (Γ) για το σχεδιασμό δύο νέων καμπυλών και σημείων εξομοίωσης. Εξετάστε τη συμφωνία θεωρητικών και «πειραματικών» αποτελεσμάτων.

Υποβάλετε την εργασία σας

Αποθηκεύστε το τελευταίο σχήμα που παράγεται με όνομα `lab7_2_nnnnnn.jpg`, όπου nnnnnn τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας και υποβάλετέ το για βαθμολόγηση όπως περιγράφηκε προηγουμένως.

Δ. Γράψτε δικό σας κώδικα υπολογισμού και σχεδίασης των καμπυλών $P_b \leftrightarrow E_b/N_0$, με βάση την εξίσωση (3.33) των σημειώσεων που δίνει την πιθανότητα σφάλματος συμβόλου, P_e . Για την L-PAM, ο υπολογισμός της P_b από την P_e γίνεται με βάση τη σχέση $P_b \approx P_e / \log_2 L$, όπου L ο αριθμός των διαφορετικών (διακριτών) πλατών της PAM, με την επιπλέον υπόθεση ότι έχουμε **κωδικοποίηση Gray**, σύμφωνα με την οποία **οι κωδικολέξεις που αντιστοιχούν σε γειτονικά πλάτη διαφέρουν μόνον κατά 1 bit**. Επιβεβαιώστε τη συμφωνία με τις καμπύλες που δίνει το bertool.

Υποβάλετε την εργασία σας

Αποθηκεύσατε τον κώδικά σας ως αρχείο M-file στο φάκελο εργασίας σας (My Documents\MATLAB). Χρησιμοποιήστε για το αρχείο το όνομα `lab7_3_nnnnnn.m`, όπου nnnnnn τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας και υποβάλετε την εργασία σας για βαθμολόγηση όπως περιγράφηκε προηγουμένως.

Ε. Γράψτε ένα δικό σας κύριο πρόγραμμα παρόμοιας λειτουργικότητας με αυτήν του bertool - Monte-Carlo, δηλαδή, μέσα από το οποίο θα καλείται επαναληπτικά η ρουτίνα `ask_errors()` και θα υπολογίζεται η πιθανότητα P_b .

Υποβάλετε την εργασία σας

Αποθηκεύσατε τον κώδικά σας ως αρχείο M-file στο φάκελο εργασίας σας (My Documents\MATLAB). Χρησιμοποιήστε για το αρχείο το όνομα `lab7_4_nnnnnn.m`, όπου nnnnnn τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας και υποβάλετε την εργασία σας για βαθμολόγηση όπως περιγράφηκε προηγουμένως.

ΣΤ. Επαληθεύσετε, με υπολογισμό και προβολή σχετικού ιστογράμματος, ότι τα στοιχεία του διανύσματος x της εντολής 14 του Κώδικα 3.3 ακολουθούν πράγματι την ομοιόμορφη κατανομή στο σύνολο των ακεραίων $\{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(L-1)\}$.

² Εάν η εξομοίωση καθυστερεί μπορείτε να διακόψετε με κλικ στο κουμπί στο Stop της διεπαφής του bertool.
Άσκηση 7

Υποβάλετε την εργασία σας

Αποθηκεύσατε τον κώδικά σας ως αρχείο M-file στο φάκελο εργασίας σας (My Documents\MATLAB). Χρησιμοποιήστε για το αρχείο το όνομα lab7_5_nnnnn.m, όπου nnnnn τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας και υποβάλετε την εργασία σας για βαθμολόγηση όπως περιγράφηκε προηγουμένως στο Μέρος 1.

Ερώτηση 5: Εξηγήστε τη λειτουργία του βρόχου 24-27 του κώδικα 3.3 του παραδείγματος 3.4.2 ως ανιχνευτή ελάχιστης απόστασης για την L-ASK. Γράψτε την απάντησή σας στο αρχείο κειμένου lab7_nnnnn.txt, όπου nnnnn τα πέντε τελευταία νούμερα του αριθμού μητρώου σας.

Ολοκληρώστε την υποβολή των αρχείων

1. Υποβάλατε το αρχείο lab7_nnnnn.txt ακολουθώντας την προηγούμενη διαδικασία.
2. Εάν χρειαστεί μπορείτε να κάνετε διορθώσεις υποβάλλοντας εκ νέου τα διορθωμένα αρχεία.
3. Όταν είστε σίγουροι, προχωρήστε στην οριστικοποίηση κάνοντας κλικ στο κουμπί “Αποστολή για βαθμολόγηση” και απαντήστε καταφατικά στην ερώτηση που θα ακολουθήσει.