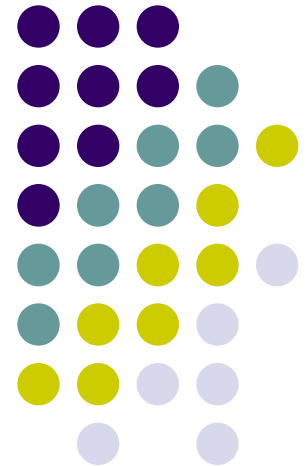
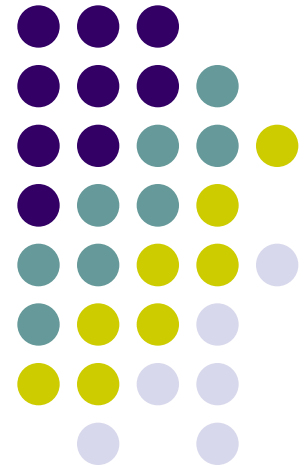
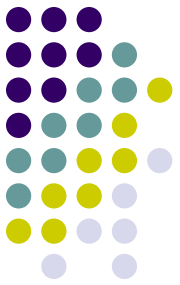


Μετάδοση σήματος PCM



Θόρυβος κατά τη μετάδοση



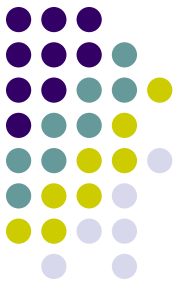


Εύρος ζώνης μετάδοσης

- Το (διαμορφωμένο) σήμα PCM όταν μεταδίδεται μέσω του διαύλου είναι ένα σήμα συνεχούς χρόνου και έχει το δικό του εύρος ζώνης
- Το εύρος ζώνης μετάδοσης ικανοποιεί τη σχέση

$$B_T \geq \frac{r}{2} = \frac{\nu f_s}{2}$$
$$\geq \nu W$$

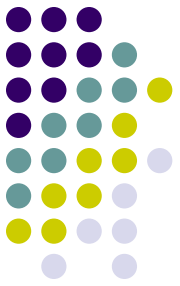
- Το εύρος ζώνης μετάδοσης είναι **τουλάχιστον** $\nu = \log_2 q$ **φορές μεγαλύτερο** του εύρους ζώνης του σήματος!



Εύρος ζώνης μετάδοσης

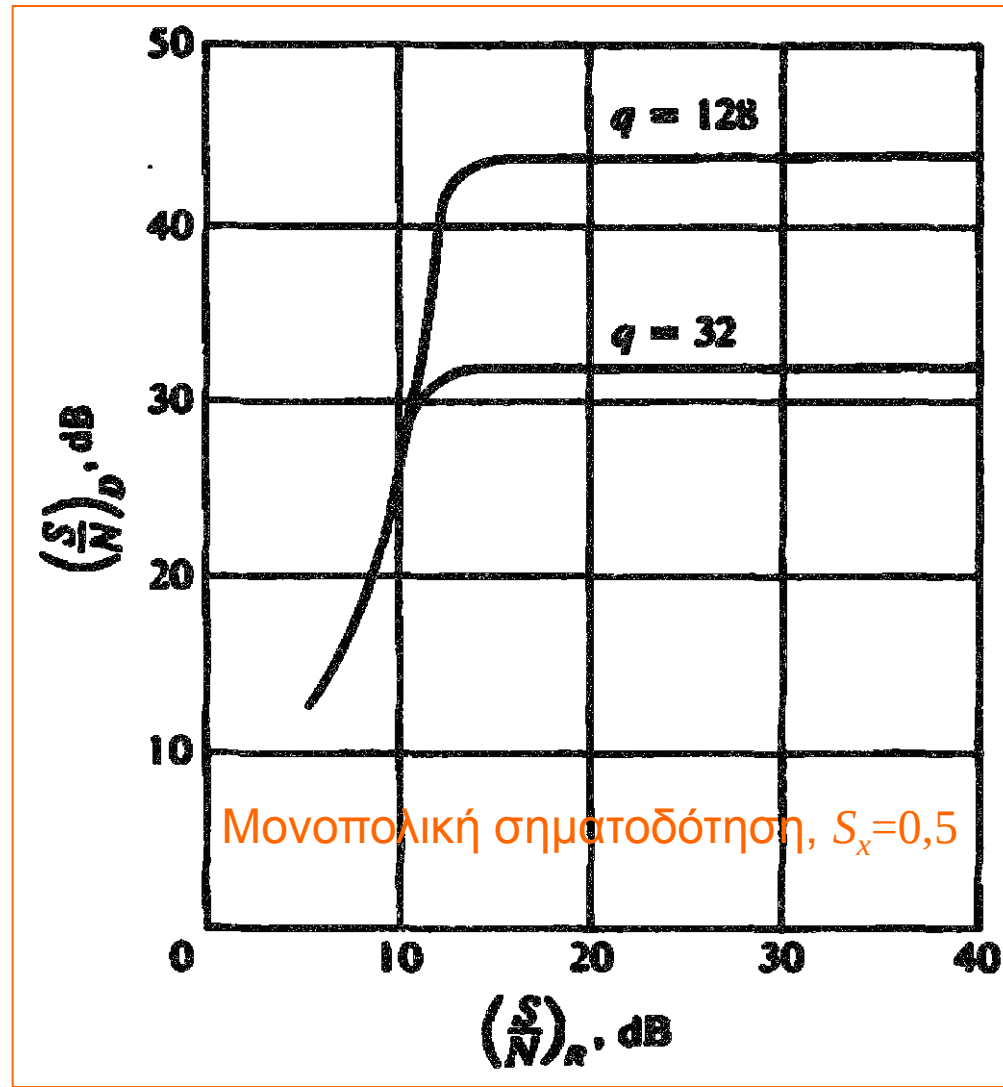
- Το εύρος ζώνης εξαρτάται τόσο από το ρυθμό μετάδοσης r όσο και από την κωδικοποίηση γραμμής
 - Εάν χρησιμοποιηθούν παλμοί sinc, τότε $B_T = r/2$
 - Εάν χρησιμοποιηθούν τετραγωνικοί παλμοί, τότε $B_T = r$
- Για δειγματοληψία στο ρυθμό Nyquist $f_s = 2W$
 - Κατώτερο όριο εύρος ζώνης $B_T = \nu W$
 - Για τετραγωνικούς παλμούς $B_T = 2\nu W$
- Στην πράξη

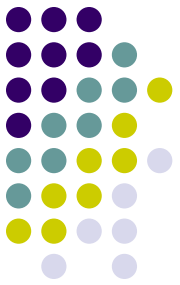
$$\nu W < B_T < 2\nu W$$



Σηματοθορυβική σχέση εξόδου

- Όσο δεν υπάρχουν λάθη μετάδοσης
- Η σηματοθορυβική σχέση είναι σταθερή ανεξάρτητη της SNR_b
 - Φαινόμενο κατωφλίου
- Βελτιώνεται όσο αυξάνει το ν





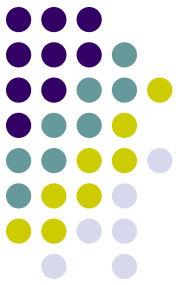
PCM και θόρυβος διαύλου

- Ο θόρυβος στον δίαυλο αλλοιώνει τις τιμές των κωδικών λέξεων
 - Λάθη σε bit
- Η επίδραση του θορύβου είναι μεγαλύτερη στα πιο σημαντικά bit
- Για το bit τάξης m έχουμε αλλαγή 2^m σταθμών κβαντισμού ύψους $2/q$, άρα λάθος

$$\varepsilon_m = \pm(2/q)2^m$$

- Το μέσο τετραγωνικό λάθος είναι

$$\overline{\varepsilon_m^2} = \frac{4}{3\nu} \frac{q^2 - 1}{q^2} \approx \frac{4}{3\nu}$$



PCM και θόρυβος διαύλου

- Ο θόρυβος αποκωδικοποίησης είναι επομένως

$$\sigma_d^2 = \nu P_e \overline{\varepsilon_m^2} \approx \frac{4}{3} P_e$$

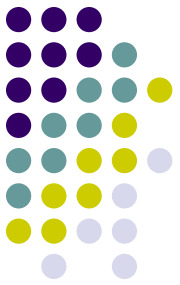
όπου P_e η πιθανότητα σφάλματος bit

- Η ισχύς θορύβου στην έξοδο είναι

$$N_D = \sigma_q^2 + \sigma_d^2 = \frac{1 + 4q^2 P_e}{3q^2}$$

- και η σηματοθορυβική σχέση γίνεται

$$SNR_o = \frac{3q^2}{1 + 4q^2 P_e} S_x$$

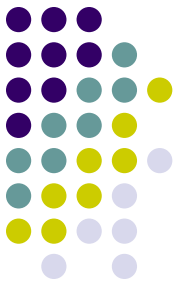


Κατώφλι

- Η επίδραση των σφαλμάτων bit εξαρτάται από την ποσότητα $4q^2 P_e$
- Έχουμε δύο ακραίες καταστάσεις

$$SNR_o \approx \begin{cases} 3q^2 S_x & P_e \ll 1/4q^2 \\ \frac{3S_x}{4P_e} & P_e \gg 1/4q^2 \end{cases}$$

- Εάν $P_e \leq 10^{-5}$ τα σφάλματα μετάδοσης είναι αμελητέα και η PCM λειτουργεί πάνω από το κατώφλι

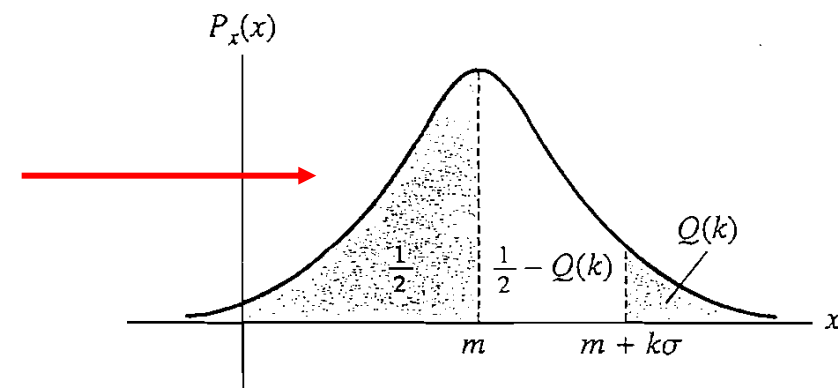


Πιθανότητα σφάλματος

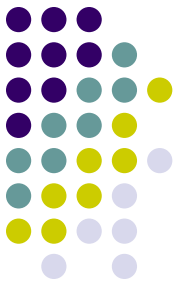
- Στη γενική περίπτωση M -κης σηματοδότησης με M άρτιο και ισοπίθανες εμφανίσεις των συμβόλων αποδεικνύεται ότι

$$P_e = \frac{1}{M} \left[2 \times Q\left(\frac{A}{2\sigma}\right) + (m-2) \times 2Q\left(\frac{A}{2\sigma}\right) \right]$$
$$= 2 \left(1 - \frac{1}{M} \right) Q\left(\frac{A}{2\sigma}\right)$$

όπου $Q(x)$ η συνάρτηση Q

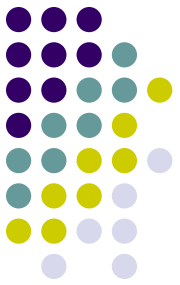


Πιθανότητα σφάλματος και σηματοθορυβική σχέση



- επίσης για M -κη σηματοδότηση ισχύει

$$\left(\frac{A}{2\sigma} \right)^2 = \frac{3}{M^2 - 1} \frac{S_R}{N_R} = \frac{3}{M^2 - 1} SNR_c$$



Κατώφλι λαθών

- Λύνοντας την
$$P_e = 2\left(1 - \frac{1}{M}\right)Q\left[\sqrt{\frac{3}{M^2 - 1}}SNR_c\right] \leq 10^{-5}$$

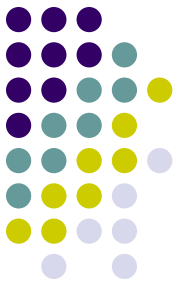
λαμβάνουμε την ελάχιστη σηματοθορυβική σχέση διαύλου για λειτουργία χωρίς λάθη

$$SNR_{c,th} \approx 6(M^2 - 1)$$

- Για σύγκριση με τα αναλογικά συστήματα μετάδοσης μπορούμε να υπολογίσουμε

$$SNR_{b,th} = (B_T / W)SNR_{o,th} \approx 6(M^2 - 1)\frac{B_T}{W}$$

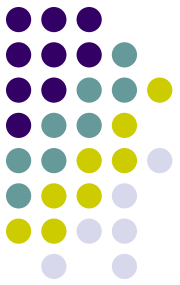
$$\geq 6\nu(M^2 - 1)$$



Φαινόμενο κατώφλιου

- Τα συστήματα PCM λειτουργούν κοντά στο κατώφλι με την **ελάχιστη** δυνατή ισχύ
 - Δεν υπάρχει κέρδος με αύξηση της SNR_c !
 - Η επίδοση καλυτερεύει μόνο με την αύξηση των σταθμών κβάντισης
- Η διαμόρφωση PCM, όταν λειτουργεί πάνω από το κατώφλι, έχει ιδιότητες καταστολής του θορύβου παρόμοιες με αυτές της FM και PPM

Σύγκριση με αναλογικές διαμορφώσεις



- Έστω ρυθμός Nyquist $r=B_T/2$, οπότε

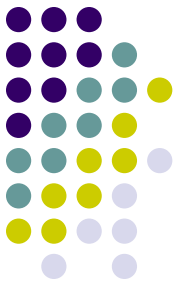
$$B_T \approx \nu W \Rightarrow q = M^\nu \approx M^b$$

$$SNR_o = 3q^2 S_x \approx 3M^{2b} S_x$$

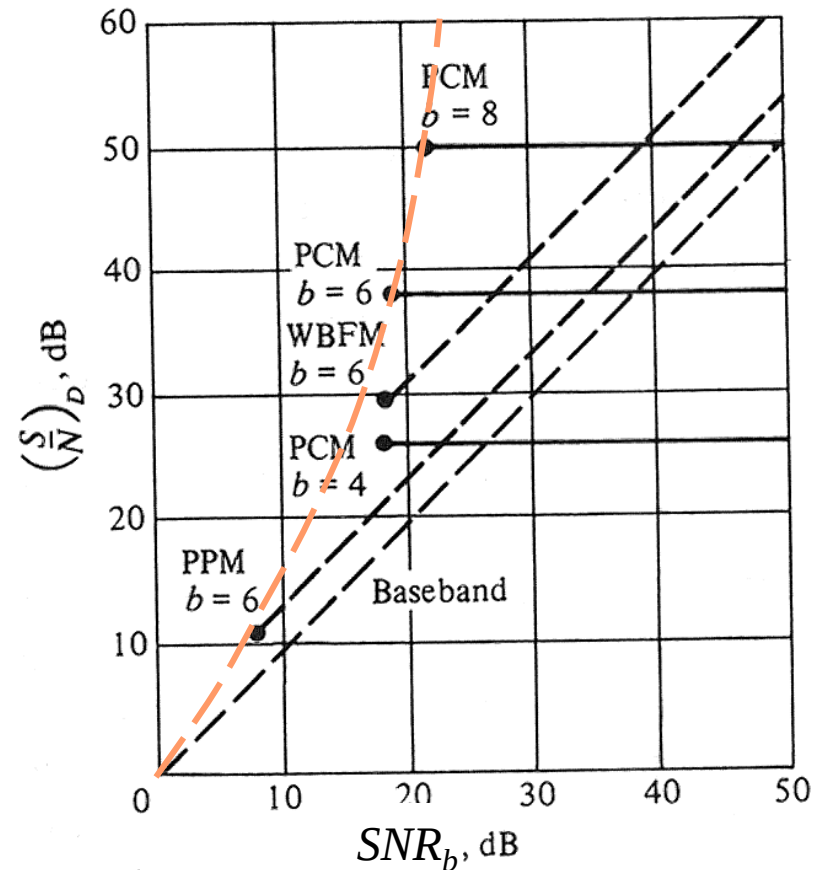
όπου $b=B_T/W$, η διεύρυνση εύρους ζώνης

- Έχουμε **εκθετική** ανταλλαγή σηματοθορυβικής σχέσης προς εύρος ζώνης
 - προφανώς μειώνεται ο θόρυβος κβαντισμού
 - ο θόρυβος μετάδοσης δεν επηρεάζει τη λειτουργία πάνω από το κατώφλι
- Στην FM, η ανταλλαγή αυτή είναι ανάλογη του b^2

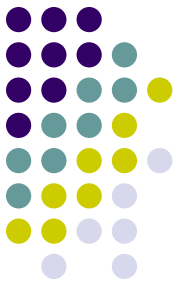
Σύγκριση με αναλογικές διαμορφώσεις



- Η επίδοση της PCM παραμένει σταθερή μέχρις ότου η πιθανότητα σφάλματος μεγαλώσει
- Μετά έχουμε δραματική πτώση
- Είναι καλύτερη της FM και PPM για χαμηλές ισχείς (μικρές SNR_b)



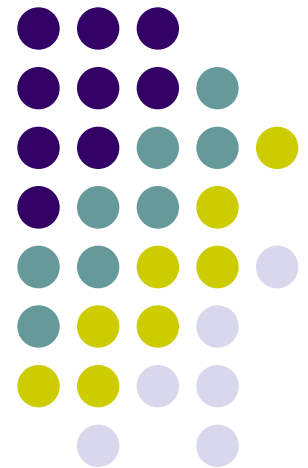
-
- Για ραδιοφωνική μετάδοση
FM θέλουμε $SNR_o \cong 60$
- DSB-SC, SSB-SC, or Baseband
- $n = 10$
 $n = 8$
 $n = 6$
 $n = 4$
- $B_{FM}/B = 6$
- $SNR_b, \text{ dB} \rightarrow$

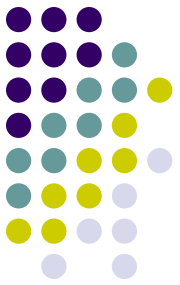


Πλεονεκτήματα PCM

- Ψηφιακή μετάδοση αναλογικών σημάτων
 - Πολυπλεξία
- Μετάδοση σε μεγάλες αποστάσεις
 - Αναγεννητικοί επαναλήπτες

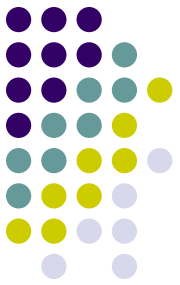
Αναγεννητικοί επαναλήπτες





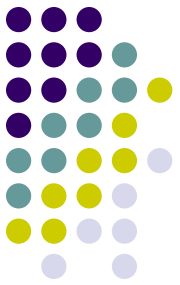
Επαναλήπτες

- Στα συστήματα μετάδοσης PCM χρησιμοποιούνται **αναγεννητικοί επαναλήπτες (regenerative repeaters)**
- Ο αναγεννητικός επαναλήπτης ανιχνεύει τα bit στην είσοδο και αναγεννά το ψηφιακό σήμα στην έξοδο
- Εάν η πιθανότητα σφάλματος είναι αμελητέα, τότε το σήμα στην έξοδο είναι ακριβές αντίγραφο του αρχικού σήματος



Αναγεννητικοί επαναλήπτες

- Η μετάδοση (αναλογική ή ψηφιακή) σε μακρινές αποστάσεις απαιτεί χρήση επαναληπτών
- Σε αντίθεση με την αναλογική περίπτωση, στις ψηφιακές επικοινωνίες το σήμα αναγεννιέται
- Εάν η πιθανότητα λάθους είναι μικρή, ακόμη και για μεγάλο πλήθος m αναγεννητικών επαναληπτών το κέρδος από την αναγέννηση είναι σημαντικό



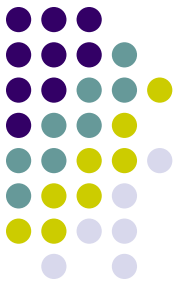
Επαναλήπτες

- Οι αναλογικοί, μη αναγεννητικοί επανάληπτες, απλώς ενισχύουν το λαμβανόμενο σήμα και οδηγούν σε σημαντικά μεγαλύτερη πιθανότητα λάθους

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{1}{m} SNR_1}\right)$$

όπου SNR_1 η σηματοθορυβική σχέση σε ένα βήμα

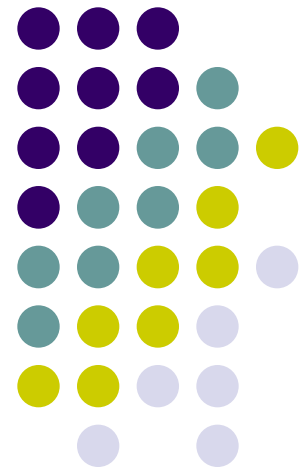
- Ο όρος $1/m$ προκύπτει από το γεγονός ότι ο θόρυβος συσσωρεύεται κατά μήκος της διαδρομής
- Η ισχύς ανά αναγεννητή αυξάνει γραμμικά ως προς το m
 - Για μεγάλες αποστάσεις απαιτούνται πάνω από 100 βήματα

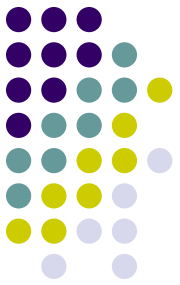


Αναγεννητικοί επαναλήπτες

- Στους αναγεννητικούς επαναλήπτες η πιθανότητα λάθους είναι
$$P_e \approx mQ\left(\sqrt{SNR_1}\right)$$
όπου SNR_1 η σηματοθορυβική σχέση σε ένα βήμα
 - Για να γίνει τελικά λάθος σε ένα bit πρέπει να έχουμε περιττό αριθμό λαθών
 - Ο άρτιος αριθμός οδηγεί σε διόρθωση!
- Η πιθανότητα λάθους αυξάνει γραμμικά με το m και απαιτεί πολύ λιγότερη ισχύ σε σχέση με την αναλογική περίπτωση

Ψηφιακή πολυπλεξία

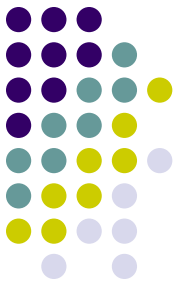




Παράδειγμα PCM

- Στην τηλεφωνία το φάσμα του σήματος φωνής εκτείνεται από τα 300 Hz μέχρι τα 3400 Hz
- Ο ρυθμός δειγματοληψίας είναι 8 kHz
- Τα δείγματα κωδικοποιούνται σε λέξεις των 8 bit
- Προκύπτει ρυθμός 64 kbps και απαιτείται εύρος ζώνης για τη μετάδοση τουλάχιστον 32 kHz (το πολύ 64 kHz)

PCM και συστήματα πολυπλεξίας



- Στην εφαρμογή της PCM στα τηλεφωνικά συστήματα μετάδοσης γίνεται πολυπλεξία πολλών καναλιών φωνής
- Στις ΗΠΑ χρησιμοποιείται το σύστημα T1 όπου 24 κανάλια φωνής πολυπλέκονται σε πλαίσιο των 125 μ s ($=1/8000$) για μετάδοση πάνω από μια συνήθη τηλεφωνική γραμμή
- Στην Ευρώπη χρησιμοποιείται το σύστημα E1 όπου πολυπλέκονται 30 κανάλια φωνής και άλλα 2 για συγχρονισμό και σηματοδότηση

PCM και συστήματα πολυπλεξίας

