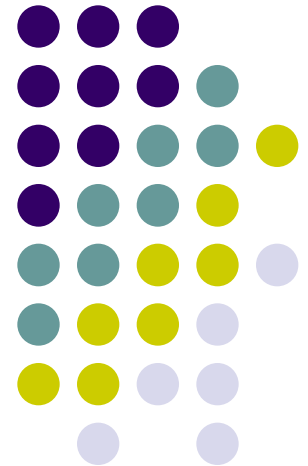
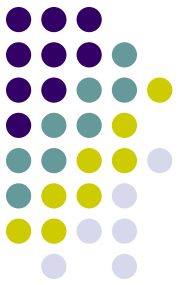


Παλμοκωδική Διαμόρφωση

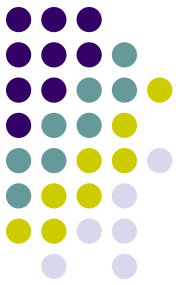
Pulse Code Modulation (PCM)



Pulse-code modulation (PCM)



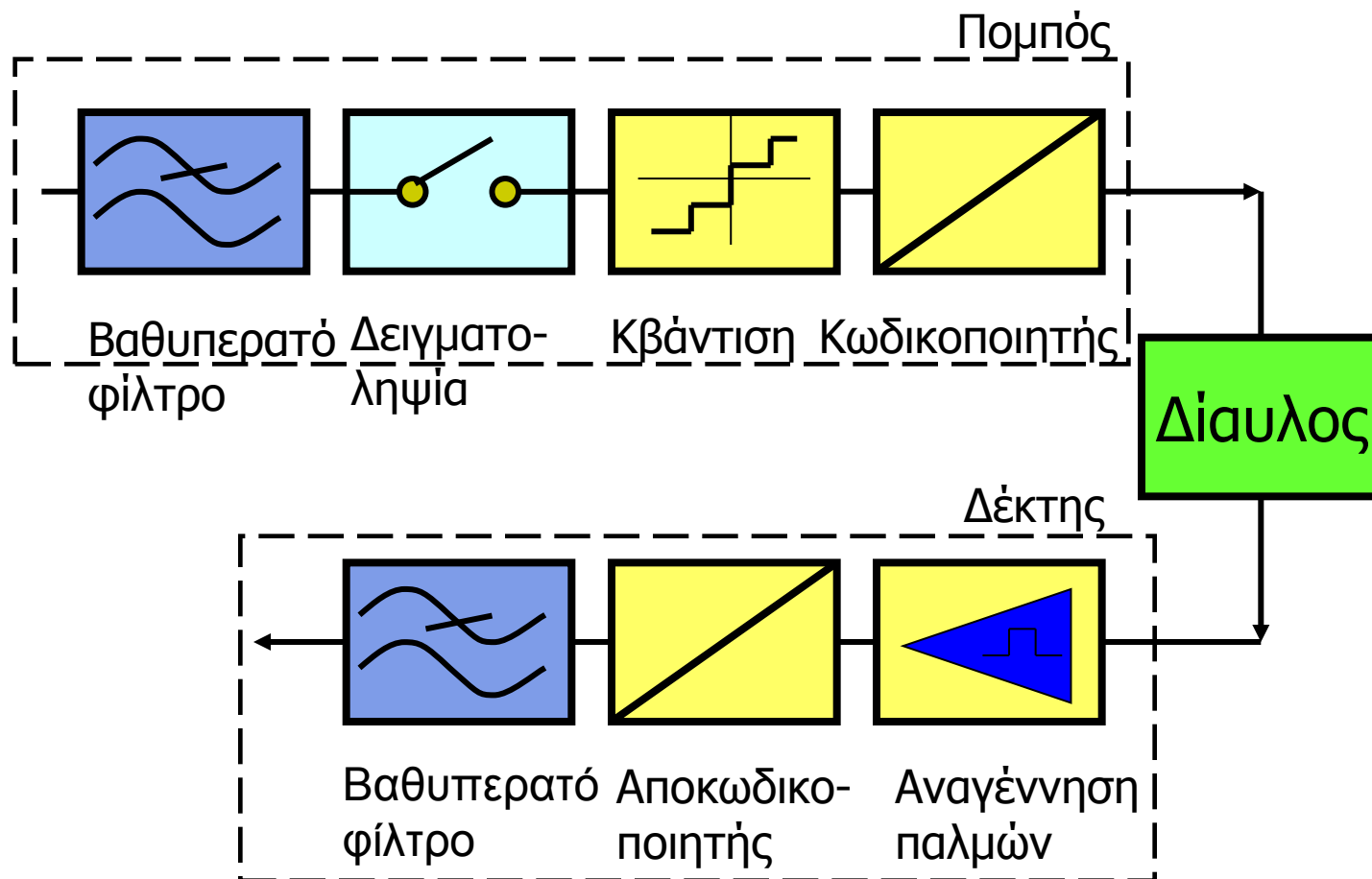
- Η PCM είναι ένας στοιχειώδης τρόπος διαμόρφωσης που **δεν** χρησιμοποιεί φέρον!
- Το μεταδιδόμενο (διαμορφωμένο) σήμα PCM είναι μια ψηφιακή αναπαράσταση του αναλογικού σήματος
 - το πλάτος του σήματος δειγματοληπτείται
 - κβαντίζεται, και
 - μεταδίδεται ως σειρά συμβόλων, συνήθως, δυαδικών (bit)
- Ο δέκτης από τους λαμβανόμενους παλμούς ανακτά τη ψηφιακή ακολουθία συμβόλων και ανακατασκευάζει το αναλογικό σήμα μέσω μετατροπέα D/A

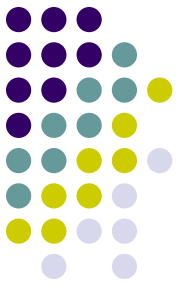


Ιστορικό

- Δοκιμάσθηκε για πρώτη φορά το 1948 στα Bell Labs για τη μετάδοση αναλογικού σήματος φωνής 4 kHz ως ψηφιακού σήματος 64 kbps
- Σε συνδυασμό με TDM, η PCM άρχισε να χρησιμοποιείται στο τηλεφωνικό σύστημα
 - 1962 στις ΗΠΑ: 24 κανάλια φωνής σε φορέα 1,5 Mbps
 - 1969 στην Ευρώπη, 30 κανάλια φωνής σε φορέα 2 Mbps
- Η PCM διευκολύνει τη ψηφιακή μετάδοση από σημείο σε σημείο (σε σειρά ζεύξεων)
- Εκτός από την τηλεφωνία, η PCM χρησιμοποιείται στον ψηφιακό ήχο σε προσωπικούς υπολογιστές και στα CD (δεν συνηθίζεται στα DVD)

Δομικό διάγραμμα PCM

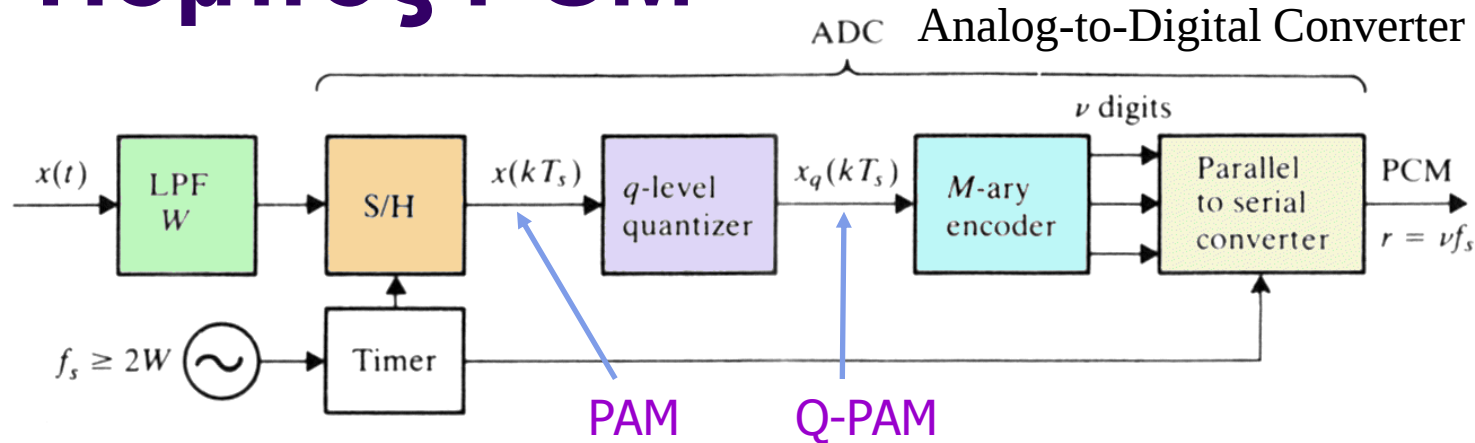
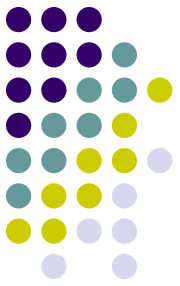




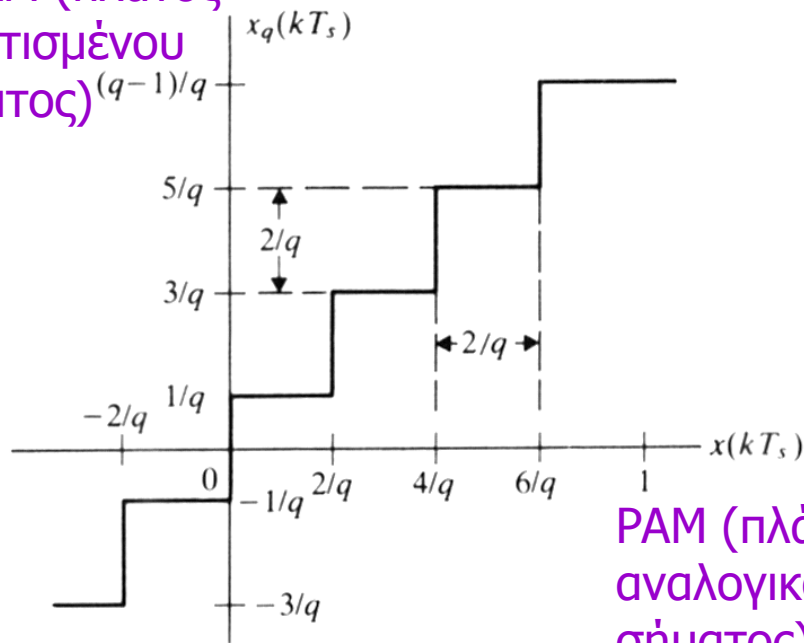
Λειτουργία πομπού PCM

- Το αναλογικό σήμα $x(t)$ διέρχεται από βαθυπερατό φίλτρο και λαμβάνονται τα δείγματα $x(kT_s)$ με κύκλωμα sample and hold (S/H)
- Ο κβαντιστής στρογγυλεύει τα δείγματα $x(kT_s)$ στην πλησιέστερη διακριτή τιμή από ένα σύνολο q σταθμών κβάντισης
 - Τα προκύπτοντα δείγματα $x_q(kT_s)$ είναι διακριτά στο χρόνο και στο πλάτος
- Ο κωδικοποιητής μετατρέπει τα κβαντισμένα δείγματα σε ψηφιακές κωδικές λέξεις των ν bit χρησιμοποιώντας M -κη σηματοδότηση
- Ο μετατροπέας παράλληλου σε σειριακό μετατρέπει τις κωδικές λέξεις σε συρμό bit

Πομπός PCM



Q-PAM (πλάτος κβαντισμένου σήματος)



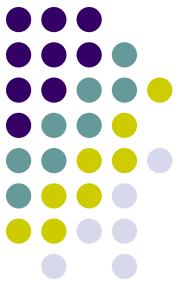
PAM (πλάτος αναλογικού σήματος)

M : σύμβολα

q : στάθμες κβαντισμού

ν : αριθμός bit

r : ρυθμός εξόδου



Πομπός PCM

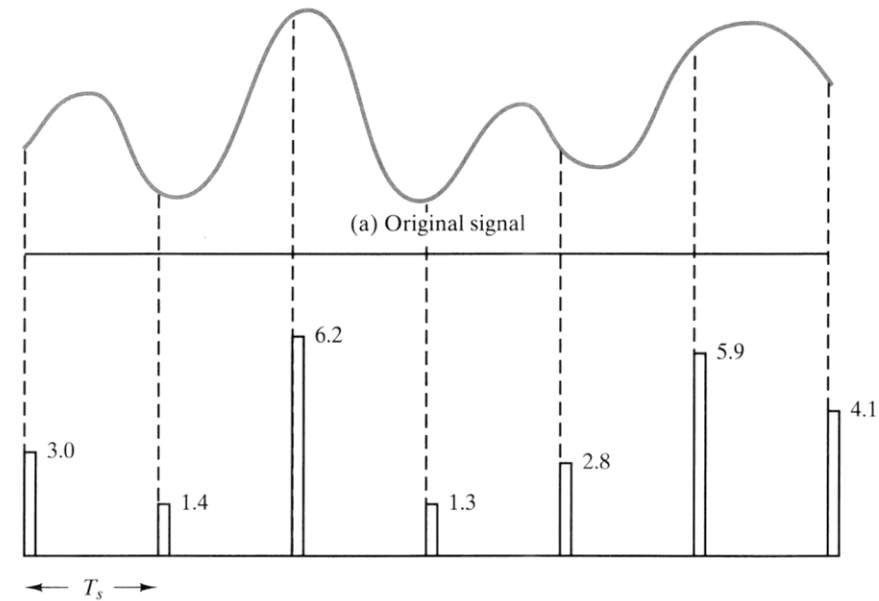
- Οι παράμετροι M , ν και q επιλέγονται ώστε να ικανοποιούν τη σχέση

$$q = M^{\nu} \Leftrightarrow \nu = \log_M q$$

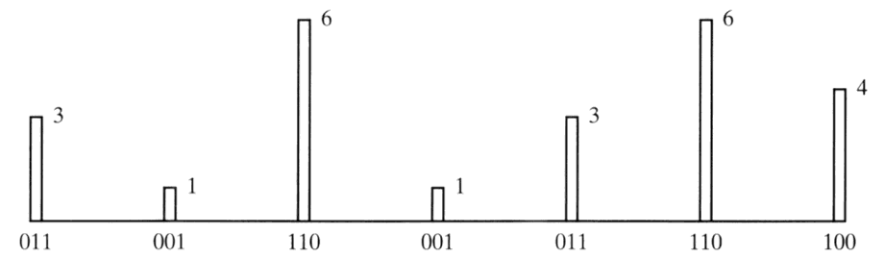
- Για δυαδική σηματοδότηση $M=2$ οπότε $q=2^{\nu}$
- Ο ρυθμός σηματοδότησης είναι $r=\nu f_s$ με $f_s \geq 2W$
- Και το εύρος ζώνης $B_T \geq \frac{r}{2} = \frac{\nu f_s}{2} \geq \nu W$

Κβάντιση

- Το σήμα έχει συνεχείς τιμές εντός της δυναμικής του περιοχής
- Το σήμα PAM έχει συνεχείς τιμές σε διακριτές χρονικές στιγμές
- Το κβαντισμένο σήμα Q-PAM έχει πεπερασμένες τιμές (εδώ οι λέξεις 3 bit)



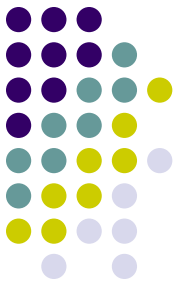
(b) PAM pulses



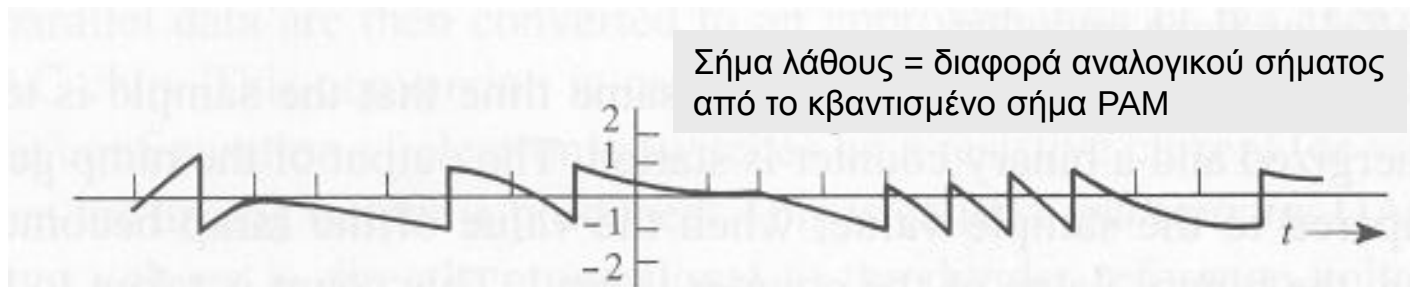
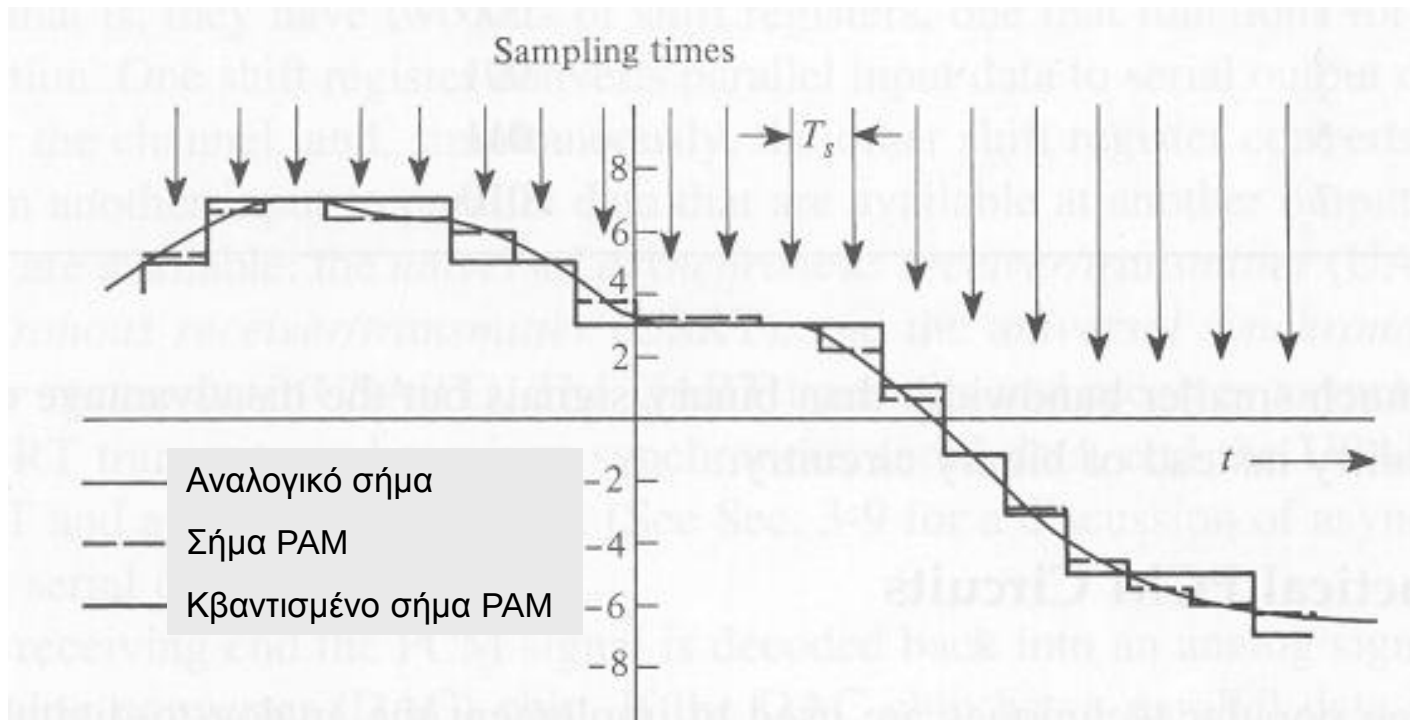
(c) PCM pulses

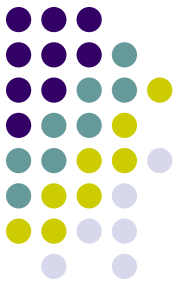
011001110001011110100

(d) PCM output



Κυματομορφές PCM

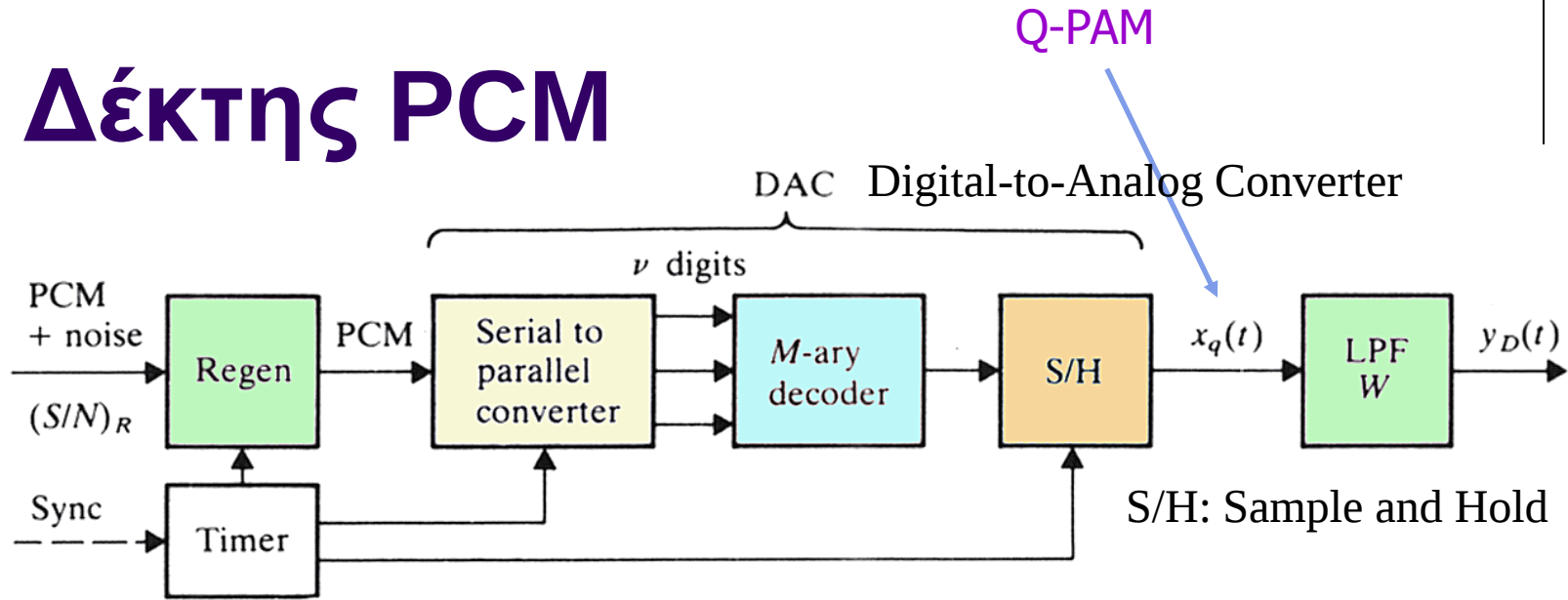
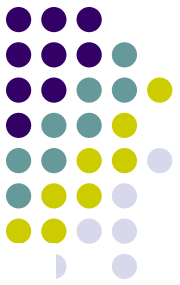




Λειτουργία δέκτη PCM

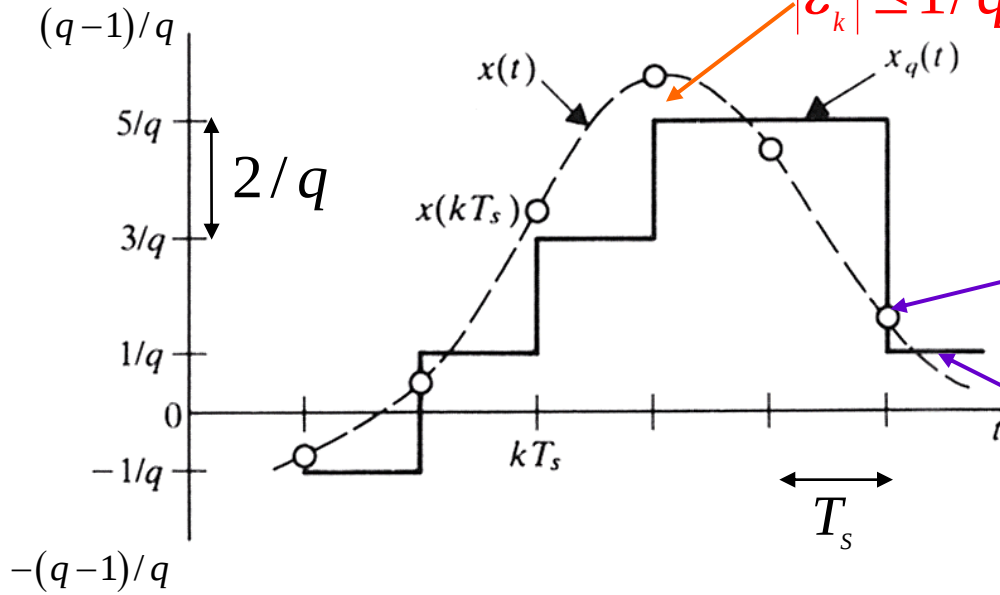
- Το λαμβανόμενο σήμα περιέχει θόρυβο, αλλά ο αναγεννητής παράγει μια καθαρή μορφή
 - χωρίς λάθη εάν η σηματοθορυβική σχέση είναι μεγάλη
- Ο μετατροπέας ψηφιακού προς αναλογικό (DAC)
 - Μετατρέπει τα σειριακά σύμβολα σε παράλληλα
 - Αποκωδικοποιεί τα M -κα σύμβολα
 - Παράγει την αναλογική κυματομορφή $x_q(t)$ μέσω κυκλώματος S/H

Δέκτης PCM



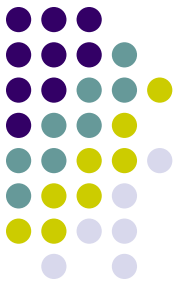
Το σφάλμα κβαντισμού
έχει όριο

$$|\varepsilon_k| \leq 1/q$$



PAM (πλάτος
αναλογικού σήματος)

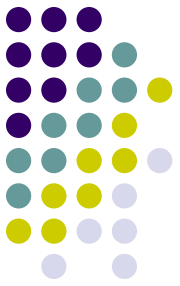
Q-PAM (πλάτος
κβαντισμένου σήματος)



Λειτουργία δέκτη PCM

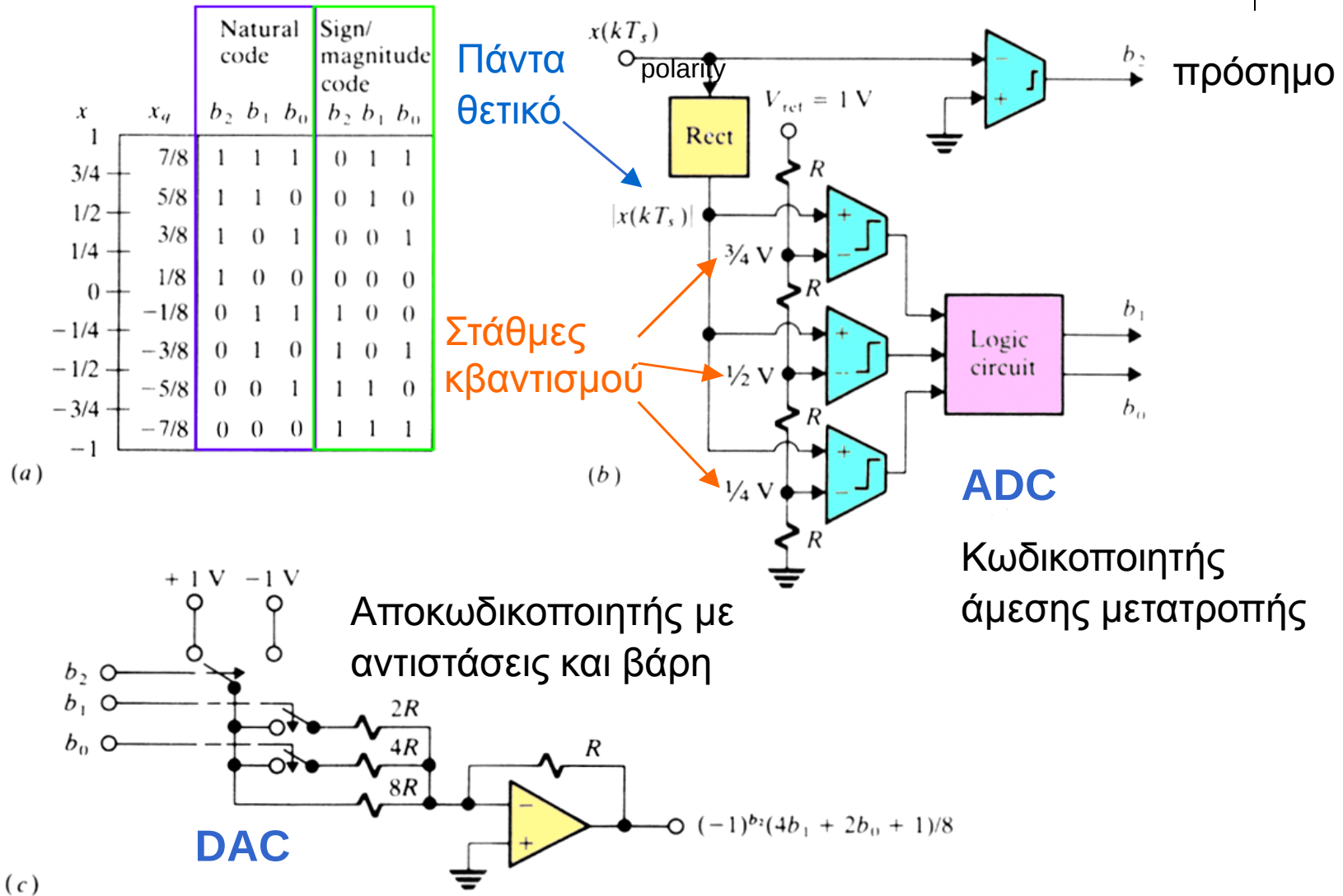
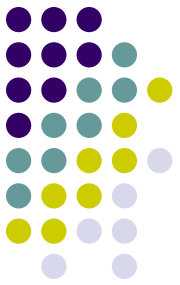
- Η $x_q(t)$ είναι μια κλιμακωτή (staircase) προσέγγιση του σήματος πληροφορίας $x(t)$
- Το βαθυπερατό φίλτρο την εξομαλύνει παράγοντας το σήμα $y_D(t)$
 - διαφέρει από το σήμα πληροφορίας στο ποσοστό που τα κβαντισμένα δείγματα διαφέρουν από τα πραγματικά
- Η τέλεια ανακατασκευή του σήματος στο PCM είναι αδύνατη ακόμη και χωρίς την ύπαρξη θορύβου

Κωδικοποίηση, αποκωδικοποίηση

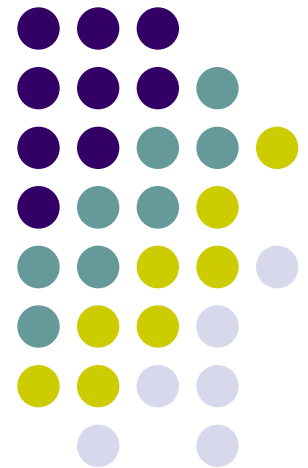


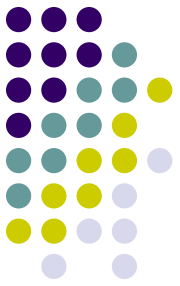
- Ο κωδικοποιητής μπορεί να υλοποιηθεί με χρήση συγκριτών
 - Το σήμα συγκρίνεται με συγκεκριμένες στάθμες και η κωδική λέξη προκύπτει από κατάλληλο λογικό κύκλωμα
- Ο αποκωδικοποιητής μπορεί να υλοποιηθεί με κύκλωμα αποτελούμενο από διακόπτες, αντιστάσεις και τελεστικό ενισχυτή

Κωδικοποίηση, αποκωδικοποίηση PCM ($\nu=3$)



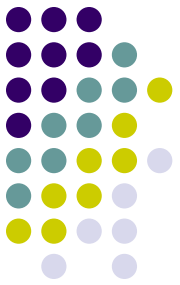
Κβάντιση





Θόρυβος κβαντισμού

- Ακόμη και χωρίς θόρυβο η τέλεια αναπαραγωγή του σήματος πληροφορίας είναι αδύνατη λόγω του κβαντισμού που υφίστανται τα δείγματα
 - Ο μετατροπέας ADC εισάγει μόνιμα λάθη που εμφανίζονται ως **θόρυβος** κατά την αποδιαμόρφωση



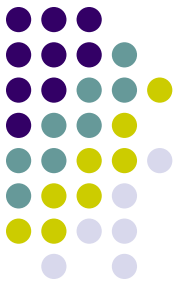
Σφάλμα κβαντισμού

- Για την ανάλυση είναι βολικότερο να αναπαρασταθεί το σήμα PCM ως τραίνο παλμών (συναρτήσεις δέλτα) αντί ως κλιμακωτή προσέγγιση (ορθογωνικοί παλμοί)

$$x_{\delta}(t) = \sum_k [x(kT_s) + \varepsilon_k] \delta(t - kT_s)$$

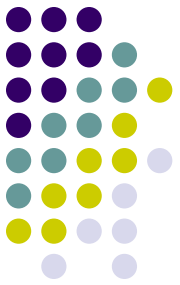
- Το σφάλμα κβαντισμού είναι η διαφορά μεταξύ των κυματομορφών Q-PAM και PAM

$$\varepsilon_k = x_q(kT_s) - x(kT_s)$$



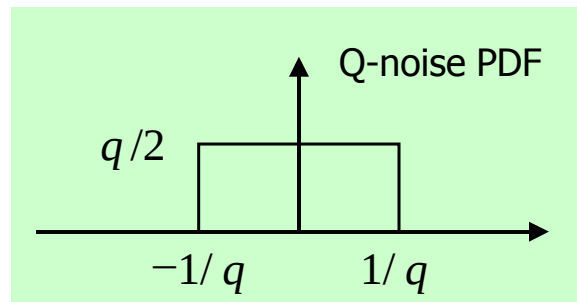
Σφάλμα κβαντισμού

- Για μεγάλο πλήθος σταθμών q , τα σφάλματα κβαντισμού ε_k είναι ασυσχέτιστα και ανεξάρτητα του σήματος πληροφορίας $x(t)$
- Το σφάλμα κβαντισμού μπορεί να ειδωθεί ως θόρυβος με ισχύ τη μέση τετραγωνική τιμή $\overline{\varepsilon_k^2}$
- Για κανονικοποιημένο σήμα $|x(t)| \leq 1$ και ισαπέχουσες στάθμες το βήμα κβαντισμού είναι $\Delta = 2/q$, οπότε έχουμε $|\varepsilon_k| \leq 1/q$



Ισχύς θορύβου κβαντισμού

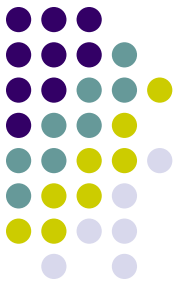
- Το σφάλμα κβαντισμού μπορεί να θεωρηθεί ως ομοιόμορφα κατανοημένη τυχαία μεταβλητή στο διάστημα $-1/q \leq \varepsilon_k \leq 1/q$



- οπότε η ισχύς του θορύβου κβαντισμού είναι

$$\overline{\sigma_q^2} = \overline{\varepsilon_k^2} = \frac{q}{2} \int_{-1/q}^{1/q} \varepsilon^2 d\varepsilon = \frac{1}{3q^2}$$

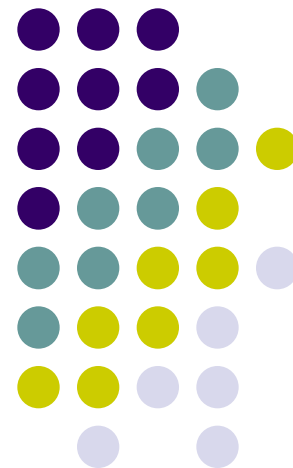
Λόγος σήματος προς θόρυβο κβαντισμού (SQNR)

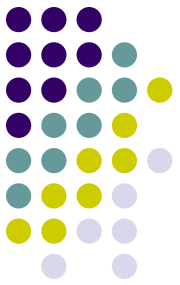


- Λόγος σήματος προς θόρυβο κβαντισμού (signal to quantization noise – SQNR) ορίζεται ως η ισχύς του σήματος προς την ισχύ του θορύβου κβαντισμού

$$SQNR = \frac{S_x}{\sigma_q^2} = 3q^2 S_x$$

Σηματοθρομβική σχέση

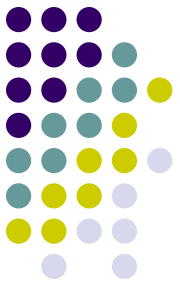




Σηματοθορυβική σχέση εξόδου

- Υποθέτουμε μετάδοση **χωρίς λάθη**
- Η έξοδος του βαθυπερατού φίλτρου είναι
$$y_D(t) = x(t) + \sum_k \varepsilon_k \text{sinc}(f_s t - k)$$
και έχει τη μορφή σήματος με προσθετικό θόρυβο
- Ο όρος του θορύβου είναι το σήμα λάθους
$$\sum_k \varepsilon_k \text{sinc}(f_s t - k) = x_q(t) - x(t)$$
- οπότε η σηματοθορυβική σχέση εξόδου ταυτίζεται με το λόγο σήματος προς θόρυβο κβαντισμού (SQNR)

Σηματοθορυβική σχέση εξόδου



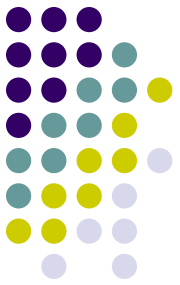
- Η ισχύς του σήματος πληροφορίας στην έξοδο του δέκτη PCM είναι

$$S_D = \overline{x^2} = S_x \leq 1$$

- Επειδή $q=2^\nu$, εκφράζοντας τη σηματοθορυβική σχέση σε db

$$\begin{aligned} SNR_o &= 10 \log_{10} (3 \cdot 2^{2\nu} S_x) \\ &= 4.8 + 6.0\nu + 10 \log_{10} (S_x) \\ &\leq 4.8 + 6.0\nu \quad \text{dB} \end{aligned}$$

με την ισότητα να ισχύει για $S_x=1$



Μη ομοιόμορφη κβάντιση

- Για συστήματα PCM φωνής έχουμε $v=8$, και $SNR_o \leq 52,8 \text{ db}$
- Όμως, για μουσική ο λόγος $|x(t)|_{\max} / \sigma_x$ είναι μεγάλος επομένως $S_x = \sigma_x^2 \ll 1$
- Σε συστήματα HiFi $v=14$, αλλά $SNR_o \approx 60 \text{ db}$, αντί του ορίου $88,8 \text{ db}$
 - Τα ισχυρά σήματα κβαντίζονται με περιττή περίσσεια
 - Τα ασθενή σήματα κβαντίζονται ανεπαρκώς
- Αντί αύξησης των σταθμών κβαντισμού
→ **μη ομοιόμορφη** κβάντιση