ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο: Εξομοίωση-Ψηφιακή Υλοποίηση Αναλογικών Διαμορφώσεων

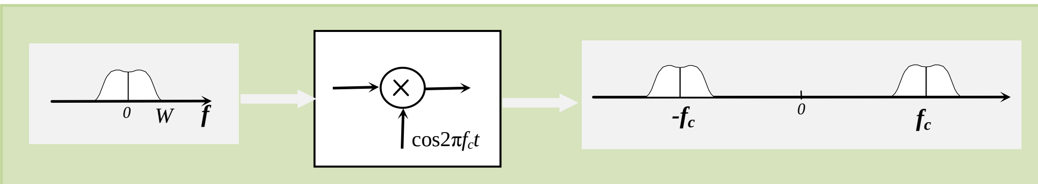
2.1 Εισαγωγή

Όπως τονίστηκε και στο εισαγωγικό κεφάλαιο, η ψηφιακή τεχνολογία τείνει να εξοβελίσει τις αναλογικές τεχνικές από τα συστήματα των σύγχρονων τηλεπικοινωνιών. Ήδη και τα τελευταία «φρούρια» της αναλογικής τεχνολογίας, η τηλεόραση και το ραδιόφωνο, μεταβαίνουν στην εποχή της ψηφιακής εκπομπής. Ωστόσο, το τελευταίο μέρος ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος (RF up-converter και ενισχυτής εξόδου) είναι κατ' ανάγκη αναλογικό, αφού τελικά ένα αναλογικό σήμα θα δημιουργηθεί προς εκπομπή στον διαθέσιμο τηλεπικοινωνιακό δίαυλο. Πέραν αυτού, τόσο το θεωρητικό υπόβαθρο, όσο και επι μέρους διαδικασίες της ψηφιακής διαμόρφωσης δανείζονται από τα κλασικά σχήματα της αναλογικής διαμόρφωσης (QAM, VSB, FM), ενώ και η ανάλυση θορύβου γίνεται με βάση τις στοχαστικές ανελίξεις συνεχούς χρόνου.

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν ασκήσεις ψηφιακής υλοποίησης βασικών σχημάτων αναλογικής διαμόρφωσης, όπως *SSB*, *VSB* και *FM*, με στόχο τόσο την εμπέδωση της σχετικής θεωρίας, όσο και την εξοικείωση με τις τεχνικές ψηφιακής επεξεργασίας τηλεπικοινωνιακών σημάτων (φιλτράρισμα, μορφοποίηση φάσματος), δεξιότητες απαραίτητες για την υλοποίηση συστημάτων ψηφιακής επικοινωνίας.

2.2 Απλή διαμόρφωση AM (DSB) - Πλέγμα δειγματοληψίας

Η απλούστερη διαμόρφωση είναι η *Διαμόρφωση Πλάτους Διπλής Πλευρικής Ζώνης* (*AM Double Side Band – DSB*). Συνίσταται στον πολλαπλασιαμό ενός ημιτονικού σήματος (φέροντος) με το προς μετάδοση σήμα, υπό τη συνθήκη ότι η συχνότητα φέροντος, f_c, είναι τουλάχιστον διπλάσια του εύρους ζώνης, W, του σήματος. Το αποτέλεσμα της διαμόρφωσης αυτής είναι η ολίσθηση του φάσματος του σήματος στην περιοχή της συχνότητας του φέροντος (σχ. 2.1).



Σχήμα 2.1: Διαμόρφωση DSB

Είναι φανερό από το σχήμα 2.1 ότι για να έχουμε σωστή ψηφιακή αναπαράσταση του διαμορφωμένου σήματος (χωρίς σφάλματα επικάλυψης), θα πρέπει το πλέγμα δειγματοληψίας να είναι τόσο πυκνό όσο το διπλάσιο τουλάχιστον της υψηλότερης συχνότητας f_c+W. Εάν λοιπόν το αρχικό πλέγμα δειγματοληψίας δεν είναι επαρκώς πυκνό (π.χ. είναι κοντά στη συχνότητα Nyquist του αρχικού σήματος βασικής ζώνης), θα πρέπει να γίνει κατάλληλη πύκνωσή του, σύμφωνα με τη μέθοδο που περιγράφηκε στο Κεφ. 1.

Στο παράδειγμα που ακολουθεί, σήμα βασικής ζώνης, εύρους περίπου 1 KHz (για την ακρίβεια, το σήμα έχει φιλτραριστεί με συχνότητα αποκοπής f_2=1.23 KHz, βλ. σχετικό Παράδειγμα 1.2) διαμορφώνει κατά πλάτος φέρον συχνότητας $f_c=4f_2$. Η αρχική συχνότητα δειγματοληψίας του σήματος είναι F_s=8192 Hz. Επειδή $2(f_c+f_2)$=12288 > F_s, η συχνότητα δειγματοληψίας δεν επαρκεί για να παρασταθεί σωστά το διαμορφωμένο σήμα και, για το λόγο αυτό, γίνεται πύκνωση πλέγματος (x4).

<u>Παράδειγμα 2.1</u> – Διαμόρφωση AM (DSB) σήματος

Σε περιβάλλον MATLAB, να διαβαστεί διάνυσμα σήματος από το σχετικό αρχείο (μαζί διαβάζονται η συχνότητα δειγματοληψίας, F_s, καθώς και οι οριακές συχνότητες ζώνης μετάβασης και ζώνης αποκοπής, f_c(1:2), του σήματος) και να γίνουν επ' αυτού τα ακόλουθα:
α) Πύκνωση πλέγματος κατά τον παράγοντα 4.
β) Διαμόρφωση AM-DSB με συχνότητα φέροντος $F_c=4f_c(2)$.
γ) Αποδιαμόρφωση και σύγκριση (τμήματος) του τελικού σήματος με το αρχικό.
Σε κάθε στάδιο (α,β,γ) να σχεδιαστεί το φάσμα του αντίστοιχου σήματος.

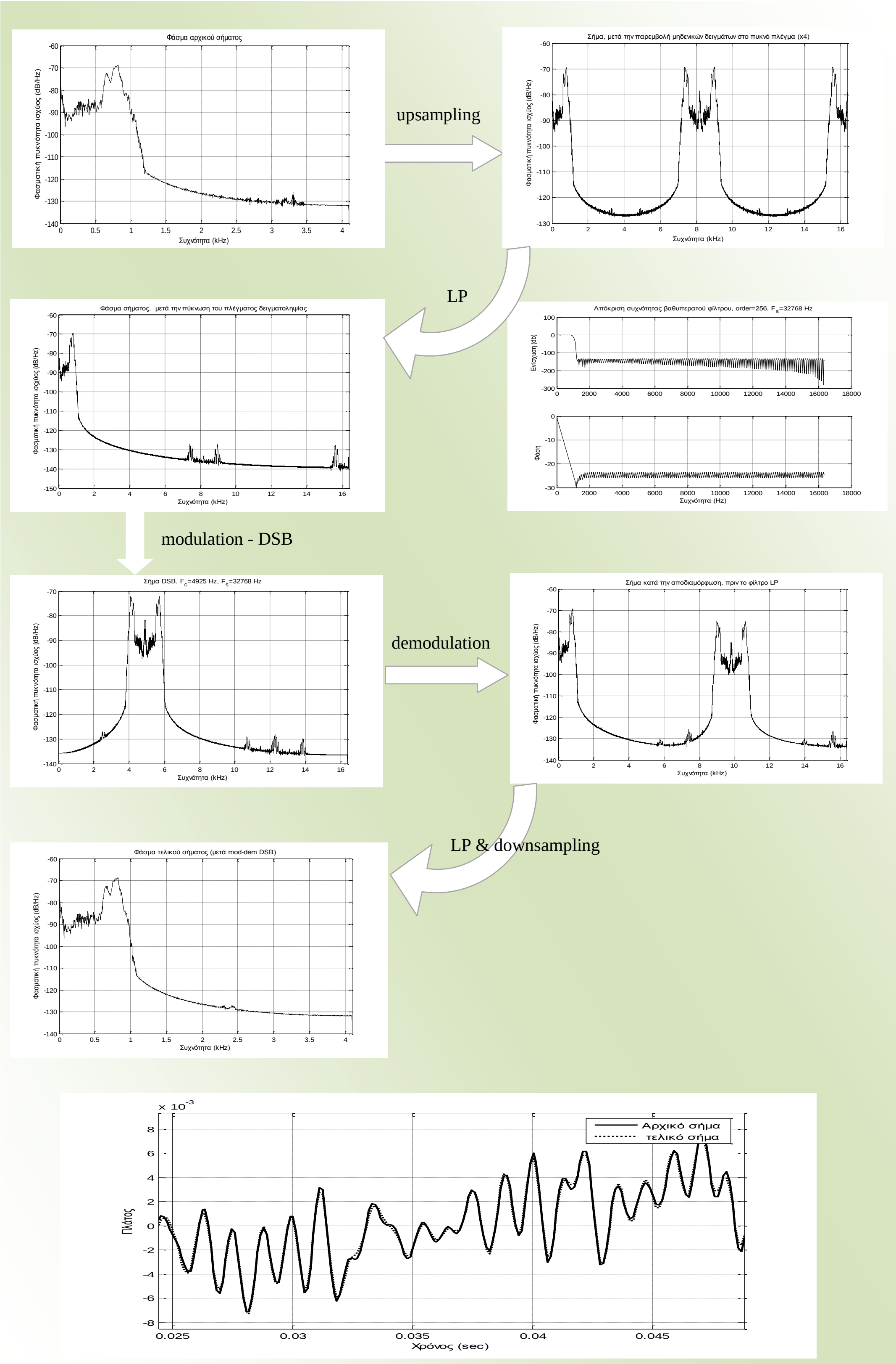
<u>Υλοποίηση - σχολιασμός κώδικα</u>

Ο Κώδικας 2.1 υλοποιεί τα ζητούμενα του παραδείγματος. Αφού φορτωθεί το σήμα και οι παράμετροι συχνότητας από το αρχείο sima_lp (γραμμή 6), σχεδιάζεται η φασματική πυκνότητα του σήματος (γραμμή 9). Στη συνέχεια γίνεται πύκνωση του πλέγματος δειγματοληψίας και υπολογίζονται οι ανηγμένες τιμές των συχνοτήτων στο νέο πλέγμα (γραμμές 10, 11). Η συνάρτηση upsample απλώς παρεμβάλλει μηδενικά δείγματα (τρία, ανά ένα δείγμα σήματος), ο δε συντελεστής <4> χρησιμοποιείται για να διατηρήσει τη φασματική πυκνότητα του σήματος στα αρχικά επίπεδα (όχι την ισχύ του, η οποία τετραπλασιάζεται). Έτσι, μετά και το βαθυπερατό φιλτράρισμα που γίνεται στη συνέχεια (υπολογισμός φίλτρου: γραμμή 14, φιλτράρισμα: γραμμή 20), η κλίμακα του σήματος παραμένει η ίδια (ας σχεδιαστούν και συγκριθούν για επιβεβαίωση αντίστοιχα τμήματα σήματος, πριν και μετά την πύκνωση του πλέγματος). Στα επόμενα τμήματα κώδικα ακολουθούν: η διαμόρφωση (γραμμή 27), η αποδιαμόρφωση (γραμμές 30-34) και η επαναφορά στο αρχικό πλέγμα (αραίωση κατά 4, γραμμή 37). Τέλος συγκρίνονται αντίστοιχα τμήματα του αρχικού και του τελικού σήματος.

Σε καθένα από τα παραπάνω στάδια επεξεργασίας σχεδιάζεται το φάσμα του αντίστοιχου σήματος. Το σχήμα 2.2 συμπεριλαμβάνει τα αντίστοιχα γραφήματα.

```
clear all; close all;
%%%% Φόρτωση σήματος και πύκνωση του πλέγματος δειγματολήψίας
% Φορτώνεται το σήμα βασικής ζώνης, sima_lp, η συχνότητα
% δειγματοληψίας Fs και το διάνυσμα των συχνοτήτων της
% ζώνης μετάβασης fc=[f1 f2], ανηγμένων ως προς Fs
load sima_lp;
F1 = fc(1);    % οριακή συχνότητα ζώνης διέλευσης
F2 = fc(2);    % οριακή συχνότητα ζώνης αποκοπής
figure; pwelch(sima_lp, [], [], [], Fs);
s_dense=4*upsample(sima_lp,4); Fs=Fs*4; % πύκνωση πλεγματος
F1=F1/4; F2=F2/4; % οι συχνότητες αποκοπής στο νέο πλέγμα
figure; pwelch(s_dense, [], [], [], Fs);
% Βαθυπερατό φίλτρο PM
order=256; hpm=firpm(order, [0 F1 F2 0.5]*2, [1 1 0 0]);
[H,F] = FREQZ(hpm,1,512,Fs); % απόκριση συχνότητας του φίλτρου
figure; subplot(2,1,1); plot(F,20*log(abs(H))); grid;
title('Απόκριση συχνότητας βαθυπερατού φίλτρου');
subplot(2,1,2); plot(F,phase(H)); grid;
%
s=conv(s_dense,hpm); s=s(order/2+(1:length(s_dense)));
clear s_dense;
figure; pwelch(s, [], [], [], Fs);
% add a dc component for conventional AM
% s=s+2*max(abs(s));
%%%% Διαμόρφωση DSB
Fc=4*F2;  % συχνότητα φέροντος
s_dsb=sqrt(2)*s.*cos(2*pi*Fc*[1:length(s)]');
figure; pwelch(s_dsb, [], [], [], Fs);
%%%% Αποδιαμόρφωση DSB
s_dsb_dm=sqrt(2)*s_dsb.*cos(2*pi*Fc*[1:length(s_dsb)]');
figure; pwelch(s_dsb_dm, [], [], [], Fs);
%
s_dsb_lp=conv(s_dsb_dm,hpm);
s_dsb_lp=s_dsb_lp(order/2+(1:length(s)));
figure; pwelch(s_dsb_lp, [], [], [], Fs);
%%%% Επαναφορά στο αρχικό πλέγμα
s_dsb_lp=downsample(s_dsb_lp,4); Fs=Fs/4;
figure; pwelch(s_dsb_lp, [], [], [], Fs);
%%%% Σύγκριση με το αρχικό σήμα
n=[200:400];
t=[1:length(sima_lp)]'/Fs;
figure; plot(t(n),sima_lp(n),t(n),s_dsb_lp(n),':'); grid;
axis([min(t(n)) max(t(n)) 1.2*min(sima_lp(n)) ...
   1.2*max(sima_lp(n))]);
legend('Αρχικό σήμα',' τελικό σήμα');
```

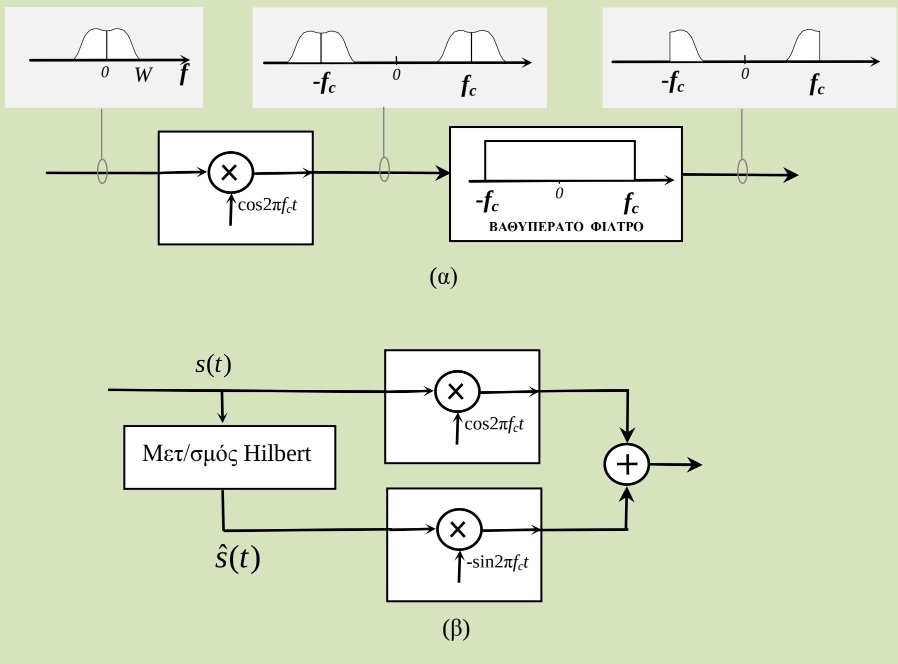
Κώδικας 2.1: Παράδειγμα διαμόρφωσης DSB



Σχήμα 2.2: Γραφήματα του παραδείγματος 2.1 (DSB)

2.3 Ψηφιακή υλοποίηση διαμόρφωσης *SSB*

Όπως διαπιστώθηκε και πειραματικά στην προηγούμενη παράγραφο, η διαμόρφωση AM στην απλή μορφή της *Διπλής Πλευρικής Ζώνης* (Double Side-Band – DSB) παράγει φάσμα εύρους διπλάσιου αυτού του αρχικού (πραγματικού) σήματος, με δύο συμμετρικές συνιστώσες, πάνω και κάτω από τη συχνότητα φέροντος, f_c. Είναι φανερό ότι γίνεται σπατάλη φάσματος, η οποία αίρεται με δύο εναλλακτικές διαμορφώσεις:
(i) διαμόρφωση *QAM*, κατά την οποίαν εκπέμπονται στην ίδια ζώνη συχνοτήτων δύο ανεξάρτητα σήματα, ως το πραγματικό και φανταστικό μέρος ενός μιγαδικού σήματος (για το οποίο δεν υφίσταται πλέον συμμετρία φάσματος ως προς f_c).
(ii) διαμόρφωση *Μονής Πλευρικής Ζώνης* (*Single Side-Band – SSB*). Η *SSB* διατηρεί και μεταδίδει τη μία μόνον πλευρική ζώνη φάσματος (πάνω ή κάτω από τη συχνότητα φέροντος). Δύο εναλλακτικές υλοποιήσεις *SSB* σε ψηφιακή μορφή δείχνονται στο σχήμα 2.3: (α) με παραγωγή σήματος DSB σε πρώτο στάδιο και φιλτράρισμα αυτού, στη συνέχεια, με βαθυπερατό ή υψιπερατό φίλτρο, συχνότητας αποκοπής f_c. (β) ως *QAM* του σήματος και του Hilbert μετασχηματισμού αυτού (δομή διαμορφωτή Hartley).



Σχήμα 2.3: Εναλλακτικές υλοποιήσεις SSB (α) DSB→LP (ή HP) (β) τύπου Hartley

Παράδειγμα 2.2. – Διαμόρφωση SSB σήματος διακριτών τόνων

Α. Να σχηματισθεί σήμα τριών τόνων,
$s(t) = a_1 \cos(2\pi f_1 t) + a_2 \cos(2\pi f_2 t) + a_3 \cos(2\pi f_3 t)$, και στη συνέχεια εκείνο της διαμόρφωσης SSB-LSB (Single Side-Band – Lower Side Band) για δοσμένη συχνότητα φέροντος, f_c, με τις εξής τεχνικές:

α) QAM του σήματος $s(t)$ και του μετασχηματισμού Hilbert, $\hat{s}(t)$, αυτού: $ssb\_lsb = s(t)\cos(2\pi f_c t) + \hat{s}(t)\sin(2\pi f_c t)$ (διαμορφωτής SSB τύπου Hartley)

β) Με βαθυπερατό φιλτράρισμα του σήματος DSB-SC με συχνότητα αποκοπής την f_c.

Β. Να γίνει η αποδιαμόρφωση και να συγκριθεί το λαμβανόμενο σήμα με το αρχικό (τμήμα αυτών).

Γ. Σε κάθε στάδιο των Α και Β παραπάνω να σχεδιαστεί το αντίστοιχο φάσμα.

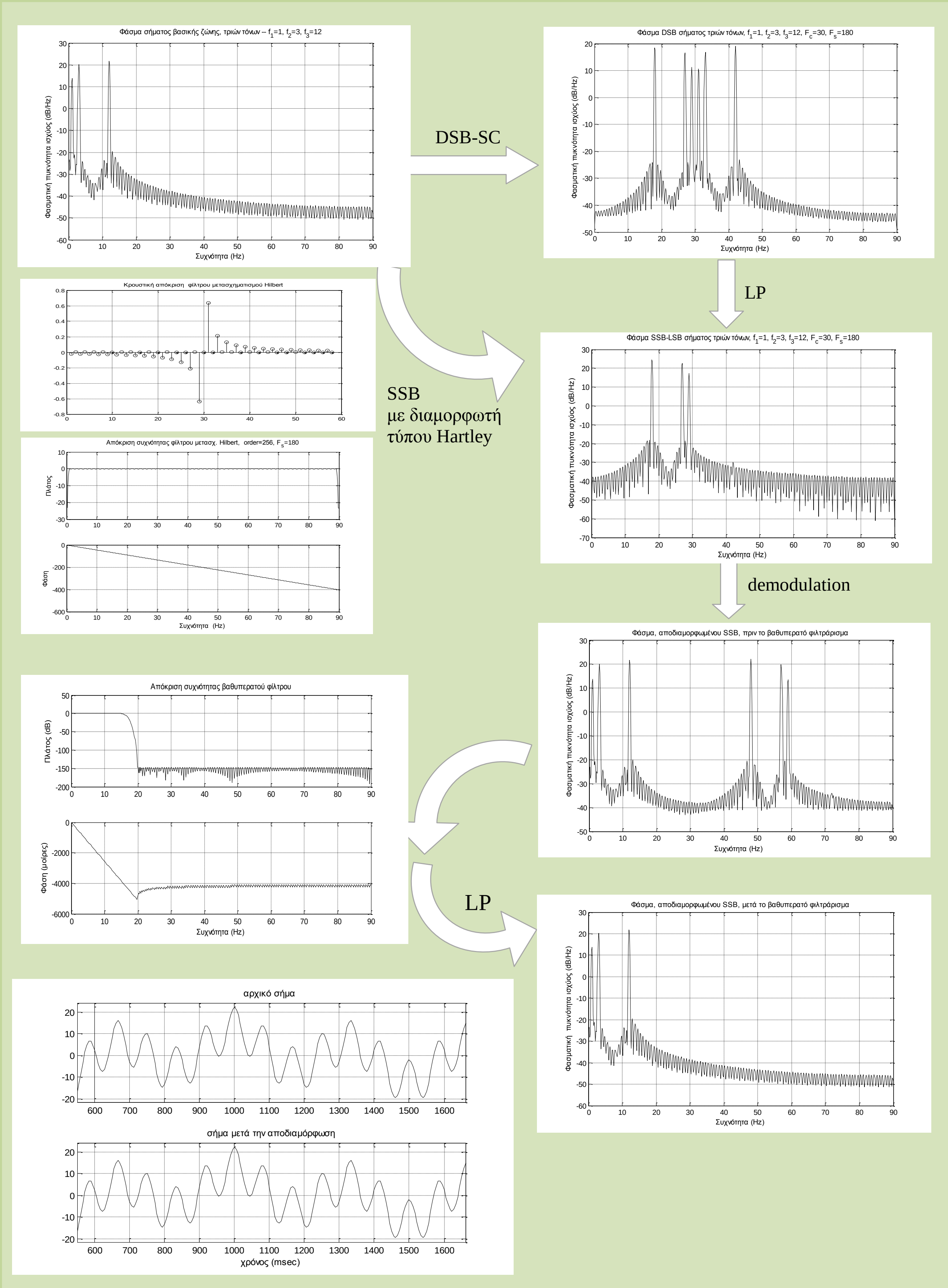
Υλοποίηση

```
%% Παραγωγή σήματος τριών τόνων και διαμόρφωση SSB
%
clear all; close all;
%% σήμα βασικής ζώνης - τριών τόνων
f1=1; f2=3; f3=12;
Fs=180; % συχνότητα δειγματοληψίας
order=256;  % τάξη FIR φίλτρων
Fc=30;  % συχνότητα φέροντος
t=[0:1/Fs:20]';  % πλέγμα δειγματοληψίας
s=4*cos(2*pi*f1*t)+8*cos(2*pi*f2*t)+10*cos(2*pi*f3*t);
% φάσμα σήματος βασικής ζώνης
figure; pwelch(s,[],[],[],Fs);

%% Φίλτρο μετασχηματισμού Hilbert και αναλυτικό σήμα
% κρουστική απόκριση φίλτρου (FIR)
b=firpm(order,[0.01 0.99], [1 1], 'Hilbert');
a=1;
figure; stem(b(order/2-28:order/2+29)); grid;
% απόκριση συχνότητας φίλτρου
[H,F] = FREQZ(b,a,512,Fs);
figure;
subplot(2,1,1); plot(F,20*log(abs(H))); grid;
title('Απόκριση συχνότητας φίλτρου μετασχ. Hilbert');
subplot(2,1,2); plot(F,phase(H)); grid;
%
u=[zeros(1,order/2) 1 zeros(1,order/2)]; % φίλτρο καθυστέρησης
s1=conv(s,u);  %  αρχικό σήμα, καθυστερημένο κατά order/2
s2=conv(s,b);  %  ο μετασχηματισμός Hilbert του σήματος
s1 = s1(order/2+(1:length(s))); % περικοπή ουρών
s2 = s2(order/2+(1:length(s))); %      "
```

Κώδικας 2.2: Διαμόρφωση SSB με σήμα διακριτών τόνων (συνεχίζεται)

```
%% Διαμόρφωση SSB άνω πλευρικής ζώνης (τύπου Hartley)
ssb=sqrt(2)*(s1.*cos(2*pi*Fc*t)+s2.*sin(2*pi*Fc*t));
% κάτω πλευρική SSB
% ssb1=sqrt(2)*s1.*cos(2*pi*Fc*t)-s2.*sin(2*pi*Fc*t);
figure; pwelch(ssb,[],[],[],Fs); % φάσμα σήματος SSB

%%  Εναλλακτική παραγωγή σήματος ssb: dsb -->lp--> ssb
dsb=sqrt(2)*s.*cos(2*pi*Fc*t);  % σήμα AM (DSB-SC)
figure; pwelch(dsb,[],[],[],Fs); % φάσμα σήματος DSB-SC
fpts=[0 Fc-0.98*f1 Fc+0.98*f1 Fs/2]*2/Fs;
b = firpm(order,fpts,[1 1 0 0], [1 1]);
ssb1=conv(dsb,b); ssb1=ssb1(order/2+(1:length(s)));
figure; pwelch(ssb1,[],[],[],Fs); % φάσμα σήματος ssb1
%
clear z z1 z2;
%% αποδιαμόρφωση --
z=sqrt(2)*ssb.*cos(2*pi*Fc*t);
figure; pwelch(z,[],[],[],Fs);

% Βαθυπερατό φίλτρο Parks-McClellan
F1=1.1*f3/Fs; F2=1.5*F1;
fpts=[0 F1 F2 0.5]*2;
mag=[1 1 0 0];
wt=[1 1];
b = firpm(order,fpts,mag,wt);
a=1;
% απόκριση βαθυπερατού φίλτρου
% [H,F] = freqz(b,a,512,'whole',Fs);
figure; freqz(b,a,512,Fs);

% Βαθυπερατό φιλτράρισμα
z_lp=conv(z,b); z_lp=z_lp(order/2+(1:length(s)));
figure; pwelch(z_lp,[],[],[],Fs);
figure;
n=[100:300]; t1=t(n)*1000;
subplot(2,1,1); plot(t1,s(n));
maxs=max(s); mins=min(s);
axis([min(t1) max(t1) mins*1.1 maxs*1.1]);
title('αρχικό σήμα ');
grid;
subplot(2,1,2); plot(t1, z_lp(n));
axis([min(t1) max(t1) mins*1.1 maxs*1.1]);
xlabel('χρόνος (msec)');
title('σήμα μετά την αποδιαμόρφωση');
grid;
```

Κώδικας 2.2 (συνέχεια): Διαμόρφωση SSB – σήμα διακριτών τόνων

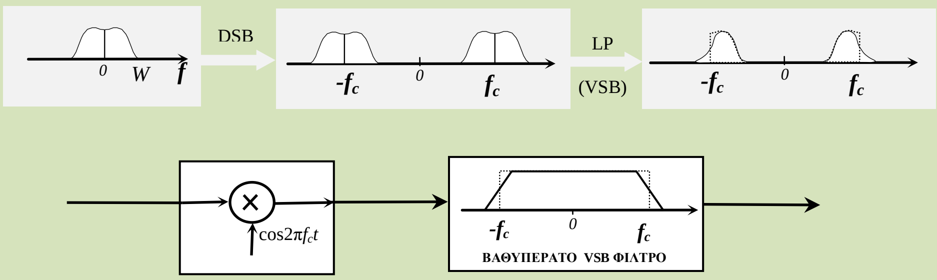


Σχήμα 2.4: SSB σήματος 3 τόνων

2.4 Ψηφιακή υλοποίηση διαμόρφωσης VSB

Το πλεονέκτημα της SSB είναι η εξοικονόμηση εύρους ζώνης, αφού χρησιμοποιεί το ελάχιστο δυνατό (ίσο με αυτό του σήματος βασικής ζώνης). Ωστόσο, το φίλτρο που χρησιμοποιεί, είτε αυτό του σχ. 2.3(α) (μετά την DSB), είτε για το μετασχηματισμό Hilbert (υλοποίηση τύπου Hartley), θα είναι πάντα μια προσέγγιση του ιδανικού και, σε κάθε περίπτωση, θα παραποιεί (σε μικρότερο ή μεγαλύτερο βαθμό) το πλησίον της μηδενικής συχνότητας φάσμα του αρχικού σήματος. Όσο αυστηρότερες δε είναι οι προδιαγραφές του φίλτρου αυτού, τόσο «ακριβότερη» γίνεται και η υλοποίηση του διαμορφωτή. Δεν είναι, λοιπόν, η SSB η πλέον κατάλληλη διαμόρφωση για σήματα που έχουν σημαντικό ενεργειακό περιεχόμενο στις χαμηλές συχνότητες, όπως συμβαίνει π.χ. με το σήμα τηλεόρασης.

Η *διαμόρφωση υπολειπόμενης πλευρικής ζώνης* (*Vestigial Side-Band – VSB*) είναι ένας συμβιβασμός μεταξύ DSB και SSB. Στέλνει τη μια πλευρική ζώνη (άνω ή κάτω) με κατάλοιπο της άλλης. Το φίλτρο που χρησιμοποιεί παρουσιάζει μια αντισυμμετρία πλάτους ακριβώς στη συχνότητα φέροντος, με αποτέλεσμα, μετά την αποδιαμόρφωση, το φάσμα σήματος βασικής ζώνης να αποκαθίσταται χωρίς παραμορφώσεις (σχ. 2.5).



Σχήμα 2.5: Υλοποίηση VSB-LSB

<u>Παράδειγμα 2.3</u> – Φίλτρο VSB - Διαμόρφωση VSB

A. Να γραφεί συνάρτηση MATLAB για τον υπολογισμό FIR φίλτρου VSB γραμμικής πτώσης, με τις εξής παραμέτρους εισόδου: συχνότητα φέροντος , συχνότητα δειγματοληψίας, συντελεστή εξάπλωσης (rolloff), καθυστέρηση ομάδας (εναλλακτικά, τάξη) του φίλτρου. Να επιστρέφει τη χρονική απόκριση (συντελεστές FIR) του φίλτρου. Να σχεδιαστεί η απόκριση χρόνου και συχνότητας του εν λόγω φίλτρου για τιμές παραμέτρων της επιλογής σας.
B. Με χρήση του φίλτρου του ερωτήματος A, να επαναληφθούν τα ερωτήματα του παραδείγματος 2.2, τώρα για διαμόρφωση VSB-LSB.

Υλοποίηση - σχολιασμός κώδικα

A. Ο υπολογισμός των συντελεστών του ζητούμενου FIR φίλτρου γίνεται από τη συνάρτηση vsb_lb_fltr() του κώδικα 2.3. Ξεκινάει με τη λήψη δειγμάτων της επιθυμητής απόκρισης πλάτους, μιας συνάρτησης σε μορφή ισοσκελούς τραπεζίου, με τα μέσα των μη παράλληλων πλευρών στις θέσεις $-f_c$, f_c (όπως δείχνει και το σχήμα 2.5) και κλίση πτώσης - από τη ζώνη διέλευσης στη ζώνη αποκοπής - προσδιοριζόμενη από το συντελεστή εξάπλωσης (rolloff). Στη συνέχεια, υπολογίζεται η κρουστική απόκριση του φίλτρου ως ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier αυτών των δειγμάτων (με τη βοήθεια της σχετικής συνάρτησης ifft του MATLAB, και επιβολή συμμετρίας κατά την αντιστροφή). Η δειγματοληψία της απόκρισης συχνότητας γίνεται σε ένα πυκνό πλέγμα σημείων (2*delay*dense), για λόγους ακρίβειας. Η λαμβανόμενη κρουστική απόκριση περικόπτεται τελικά στο επιθυμητό μήκος (2*delay), πολλαπλασιάζεται με παράθυρο kaiser και κανονικοποιείται σε μοναδιαία ισχύ.

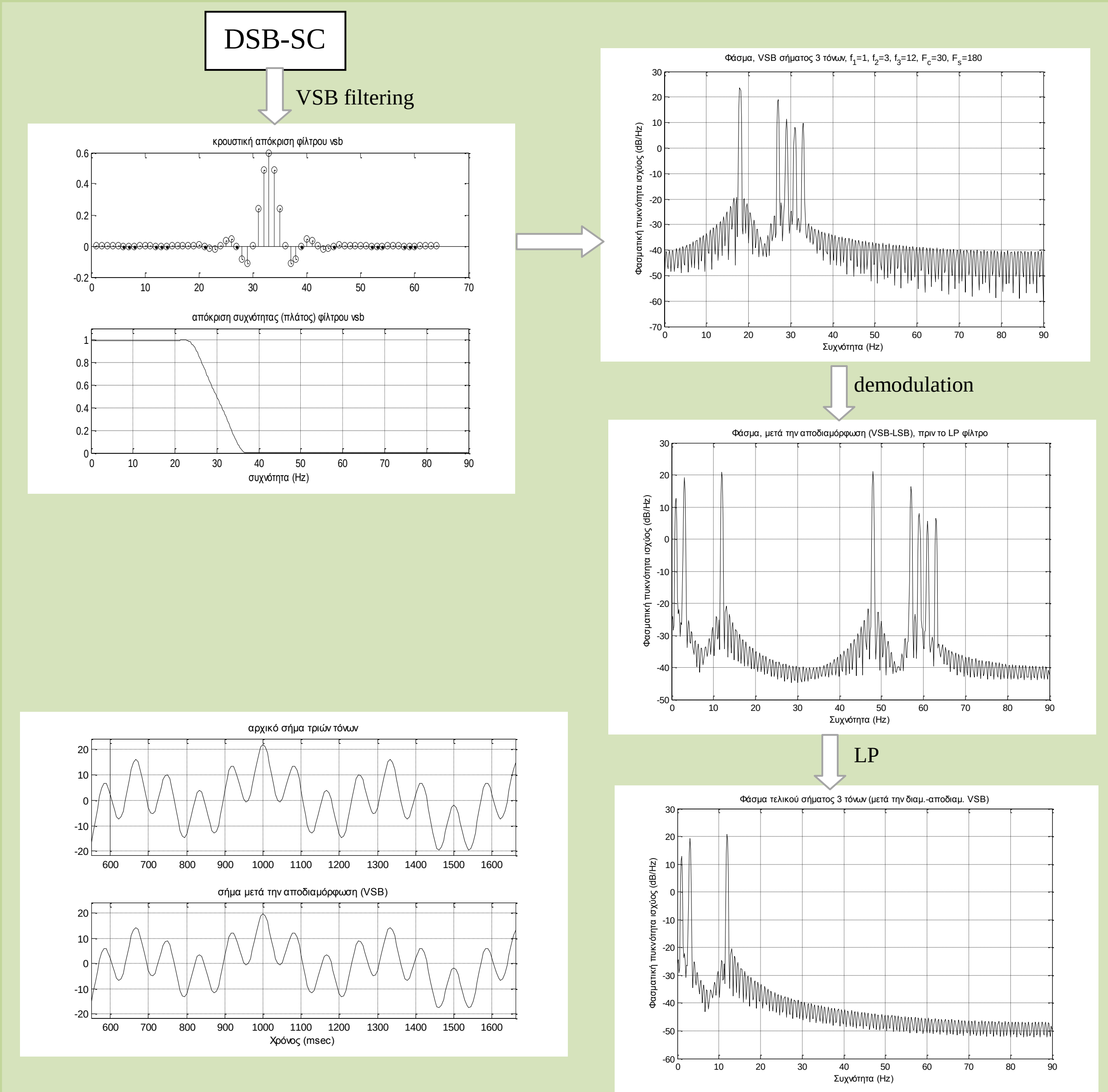
```
% function vsb_lb_filter - VSB-LSB filter
%
function vsb_lb_fltr=vsb_lb_filter(Fc,Fs,rolloff,delay)

F0 = Fc/Fs;
% υπερδειγμάτιση της απόκρισης συχνότητας, για ακρίβεια
dense=32;
a = rolloff; F1=F0*(1-a); F2=F0*(1+a); % ακραίες συχνότητες
M = 2*delay*dense;    % αριθμός δειγμάτων συχνότητας
for k=1:M/2
    f=(k-1)/M;
    if (f<F1) Ho(k)=1;
    elseif (f>F2) Ho(k)=0;
    else Ho(k)=max(0,1-(f-F1)/(F2-F1));
    end
    Ho(M/2+1)=0; Ho(M+2-k)=Ho(k);
end
H=Ho.*exp(j*pi*(M+2)/(M+1)*[0:M]);
% stem([0:M], abs(Ho));
h=ifft(H,'symmetric');
% περικοπή ουρών
N=M/dense;
for k=-N/2:N/2
    vsb_lb(k+N/2+1)=h(M/2+1+k);
end
% παράθυρο Kaiser και κανονικοποίηση
wk=kaiser(length(vsb_lb));
vsb_lb =vsb_lb.*wk';
vsb_lb_fltr=vsb_lb/sqrt(sum(vsb_lb.^2));
end
```

Κώδικας 2.3: Φίλτρο VSB-LSB

B. Η υλοποίηση του διαμορφωτή VSB (κώδικας 2.4) δεν παρουσιάζει κάποια ιδιαιτερότητα. Σχηματίζεται, κατ' αρχήν το σήμα βασικής ζώνης τριών τόνων (όπως και στο παράδειγμα 2.2, κώδικας 2.2), το οποίο διαμορφώνει κατά DSB φέρον συχνότητας f_c και, στη συνέχεια, φιλτράρεται με φίλτρο VSB, όπως αυτό υπολογίζεται με κλήση της συνάρτησης του κώδικα 2.3. Η αποδιαμόρφωση είναι όμοια με αυτήν των DSB και SSB.

```
clear all; close all;
f1=1; f2=3; f3=12;
Fc=30; Fs=180; order=256;
t=[0:1/Fs:20];
s=4*cos(2*pi*f1*t)+8*cos(2*pi*f2*t)+10*cos(2*pi*f3*t);
figure; pwelch(s, [], [], [], Fs);
dsb=sqrt(2)*s.*cos(2*pi*Fc*t);
figure; pwelch(dsb, [], [], [], Fs);
delay=order/8; rolloff=0.20;
vsb_lb_fltr=vsb_lb_filter(Fc, Fs, rolloff, delay);
%
% απόκριση συχνότητας & χρόνου του φίλτρου vsb
[H,f]=freqz(vsb_lb_fltr,1,401);
H=H/max(abs(H)); f=f*Fs/2/pi;
figure;
subplot(2,1,1);
stem(vsb_lb_fltr(delay-31:delay+32));
title('κρουστική απόκριση φίλτρου vsb ');
subplot(2,1,2);
plot(f, abs(H));
axis([0 Fs/2 0 1.1]); grid;
xlabel('συχνότητα (Hz)');
title('απόκριση συχνότητας (πλάτος) φίλτρου vsb ');
hold off;
%% Φιλτράρισμα με το φίλτρο VSB
vsb_lb=conv(dsb,vsb_lb_fltr);
% vsb_lb = awgn(vsb_lb,15,'measured'); % πρόσθεση θορύβου
vsb_lb=vsb_lb(delay+(1:length(s)));
figure; pwelch(vsb_lb, [], [], [], Fs);
%
%% demodulation
s_dm=sqrt(2)*vsb_lb.*cos(2*pi*Fc*t);
figure; pwelch(s_dm, [], [], [], Fs);
%% Βαθυπερατό φιλτράρισμα και γραφήματα τελικού σήματος
hpm=firpm(order, [0 f3*1.5/Fs f3*2/Fs 0.5]*2, [1 1 0 0]);
s_pm=conv(s_dm,hpm); s_pm=s_pm(order/2+(1:length(s)));
figure; pwelch(s_pm, [], [], [], Fs);
figure;
n=[100:300]; t1=t(n)*1000;
subplot(2,1,1); plot(t1,s(n));
maxs=max(s); mins=min(s);
axis([min(t1) max(t1) mins*1.1 maxs*1.1]);
title('αρχικό σήμα'); grid;
subplot(2,1,2); plot(t1, s_pm(n));
axis([min(t1) max(t1) mins*1.1 maxs*1.1]);
xlabel('χρόνος (msec)');
title(τελικό σήμα'); grid;
```

Κώδικας 2.4: Υλοποίηση VSB – σήμα 3 τόνων



Σχήμα 2.6: VSB σήματος διακριτών τόνων

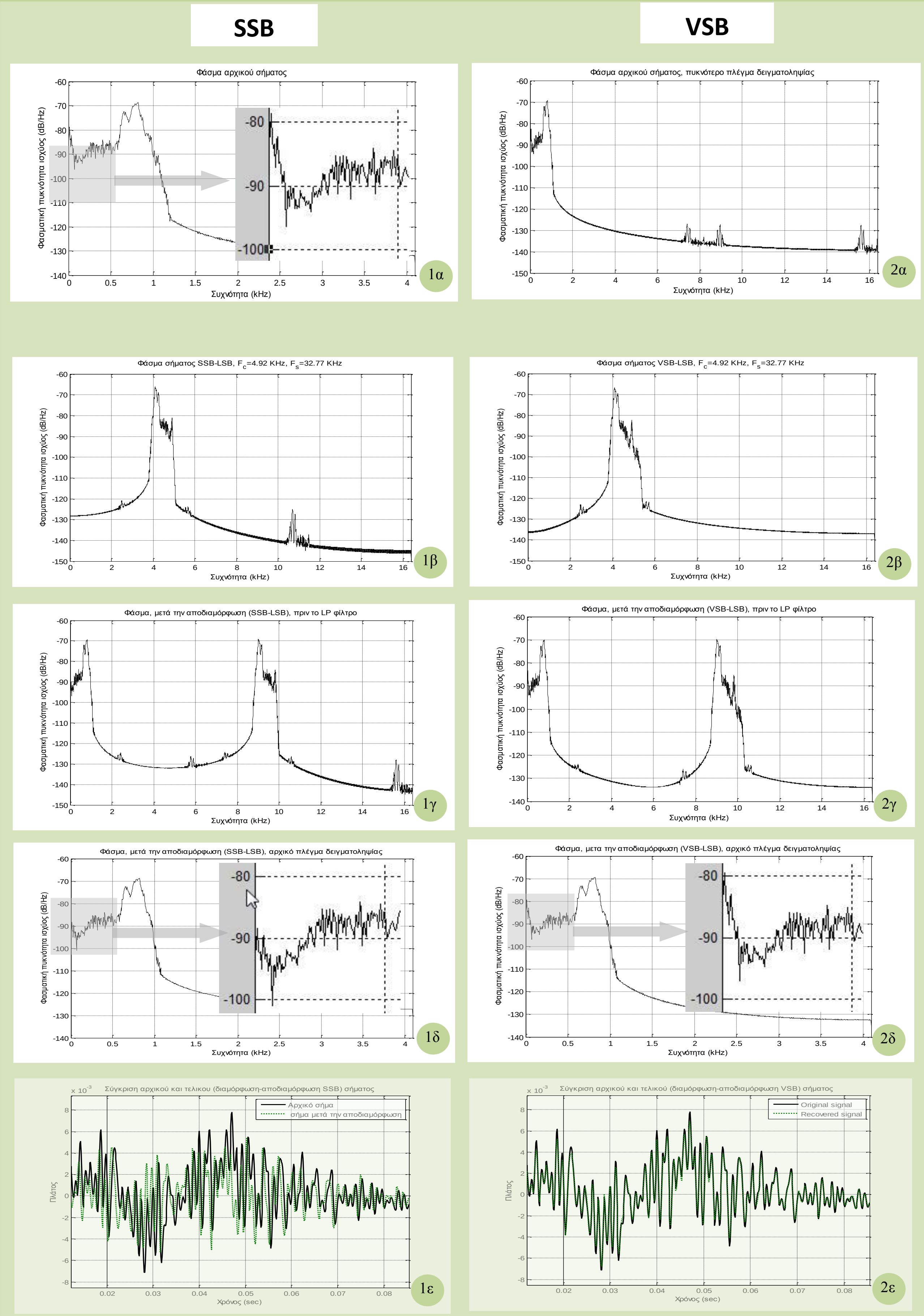
Παράδειγμα 2.4 – Σύγκριση SSB-VSB σε διαμόρφωση με σήμα συνεχούς φάσματος

Να επαναληφθούν τα του παραδείγματος 2.1, για διαμόρφωση SSB και VSB με το σήμα συνεχούς φάσματος. Να συγκριθούν οι δύο διαμορφώσεις, όσον αφορά στην αναπαραγωγή του φάσματος στην περιοχή χαμηλών συχνοτήτων.

Απάντηση – σχολιασμός γραφημάτων

Ο κώδικας υλοποίησης βασίζεται στα αντίστοιχα τμήματα των κωδίκων 2.1, 2.2 και 2.4: Διαβάζει κατ' αρχήν το αρχείο σήματος και πυκνώνει το πλέγμα δειγματοληψίας (γραμμές 6-26 κώδικα 2.1). Στη συνέχεια κάνει τις διαμορφώσεις, αφ' ενός κατά SSB-LSB, αφ' ετέρου κατά VSB-LSB και σχεδιάζει τα αντίστοιχα γραφήματα φάσματος (σχ. 2.7, 1β-2β). Συνεχίζει με τις αντίστοιχες αποδιαμορφώσεις & βαθυπερατό φιλτράρισμα και παράγει τα αντίστοιχα γραφήματα φάσματος (σχ. 2.7, 1δ-2δ) και χρόνου (σχ. 2.7, 1ε-2ε) του τελικού σήματος.

Η σύγκριση των γραφημάτων 1α & 1δ δείχνει την παραμόρφωση φάσματος στην περιοχή χαμηλών συχνοτήτων που προκαλεί η SSB (βλ. ένθετη μεγέθυνση), ενώ αντίστοιχη παραμόρφωση δεν παρατηρείται με την VSB (γραφήματα 1α & 2δ). Τα παραπάνω φαίνονται και στο πεδίο του χρόνου: το τελικό σήμα αποκλίνει του αρχικού στην περίπτωση της SSB (γράφημα 1ε), ενώ τα δύο σήματα σχεδόν ταυτίζονται, στην περίπτωση της VSB (γράφημα 2ε).



Σχήμα 2.7: Σύγκριση SSB-VSB σε σήμα συνεχούς φάσματος

2.5 Ψηφιακή υλοποίηση διαμόρφωσης FM

Σύντομη θεωρία των εκθετικών διαμορφώσεων (PM, FM)

Σε αντίθεση με τις διαμορφώσεις πλάτους όλων των εκδοχών, τις ονομαζόμενες και *γραμμικές* διαμορφώσεις (αν και η διαμόρφωση, αυστηρά θεωρούμενη, δεν είναι γραμμική πράξη), στις *εκθετικές διαμορφώσεις* ή *διαμορφώσεις γωνίας* το προς μετάδοση σήμα, $x(t)$, διαμορφώνει τη φάση ή τη συχνότητα του φέροντος:

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \varphi(t)], \qquad \varphi(t) = \begin{cases} \varphi_\Delta x(t), & (PM) \\ 2\pi f_\Delta \int^t x(\tau)d\tau, & (FM) \end{cases} \tag{2.1}$$

Οι σταθερές $\varphi_\Delta < \pi$ και $f_\Delta < f_c$ ονομάζονται *απόκλιση φάσης* (*phase deviation*) και *απόκλιση συχνότητας* (*frequency deviation*), αντίστοιχα. Το πλάτος του εκ διαμορφώσεως ζωνοπερατού σήματος, $s(t)$, είναι σταθερό, όπως και η μέση ισχύς του, ίση με $P_s = \frac{A_c^2}{2}$, ανεξάρτητα από την ισχύ του σήματος βασικής ζώνης. Αυτό σημαίνει ότι μπορεί να αυξηθεί η ισχύς του σήματος $x(t)$ (με αντίστοιχη βελτίωση της σηματοθορυβικής σχέσης, αλλά και αύξηση του απαιτούμενου εύρους ζώνης, όπως θα φανεί παρακάτω), χωρίς να αυξηθεί και η ισχύς του εκπεμπόμενου σήματος, $s(t)$ (*SNR-to-bandwidth tradeoff*).

Η ακριβής φασματική ανάλυση του διαμορφωμένου σήματος δεν μπορεί να διεξαχθεί αναλυτικά στη γενική μορφή της (2.1). Είναι δυνατή στην περίπτωση σήματος $x(t)$ διακριτών τόνων, ή προσεγγιστικά υπό συνθήκες μικρών γωνιακών αποκλίσεων (*διαμόρφωση γωνίας στενής ζώνης*).

<u>PM και FM στενής ζώνης</u>

Η σχέση (2.1) μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$s(t) = A_c \cos[\varphi(t)]\cos(2\pi f_c t) - A_c \sin[\varphi(t)]\sin(2\pi f_c t) \tag{2.2}$$

Αναπτύσσονται τα $\cos[\varphi(t)]$ και $\sin[\varphi(t)]$ σε σειρα Taylor και υπό τη συνθήκη μικρών αποκλίσεων φάσης, δηλαδή

$$|\varphi(t)| << 1\,\text{rad} \tag{2.3α}$$

κρατείται ο πρώτος όρος της κάθε σειράς (1 και $\varphi(t)$, αντίστοιχα) οπότε η (2.2) γράφεται

$$s(t) \approx A_c \cos(2\pi f_c t) - A_c \sin[\varphi(t)]\sin(2\pi f_c t) \tag{2.3β}$$

Στην περίπτωση αυτή, το φάσμα του διαμορφωμένου σήματος $s(t)$ δίνεται ως

$$S(f)=\frac{1}{2}A_c[\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)+\Phi(f-f_c)+j\Phi(f+f_c)] \tag{2.4α}$$

όπου
$$\Phi(f)=\Im\{\varphi(t)\}=\begin{cases}\varphi_\Delta X(f), & PM\\ -jf_\Delta X(f)/f, & FM\end{cases} \tag{2.4β}$$

Παρατηρούμε ότι υπο τη συνθήκη (2.3α), η *διαμόρφωση φάσης στενής ζώνης* (*Narrow Band Phase Modulation – NBPM*) προσεγγίζει τη διαμόρφωση πλάτους, πέραν μιας ολίσθησης 90^{o} και στις δύο πλευρικές, όπως δηλώνει ο συντελεστής *j*. Στη *διαμόρφωση συχνότητας στενής ζώνης* (*Narrow Band Frequency Modulation – NBFM*) παρατηρείται ολίσθηση 180^{o} στην κάτω πλευρική ζώνη (λόγω του αρνητικού προσήμου), ενώ συμβαίνει και μια ενίσχυση (έμφαση) των χαμηλων συχνοτήτων, λογώ του $1/f$.

Διαμόρφωση PM και FM με σήμα διακριτών τόνων

Έστω ότι το σήμα βασικής ζώνης είναι ένας απλό τόνος, συχνότητας f_m και, για κοινή τυποποίηση των PM και FM, υποθέτουμε συγκεκριμένα ότι:

$$x_1(t)=\begin{cases}a_m\sin 2\pi f_m t & PM\\ a_m\cos 2\pi f_m t & FM\end{cases},$$ οπότε η (2.1) δίνει:

$$\varphi(t)=\beta\sin 2\pi f_m t\,, \qquad \text{με} \qquad \beta\equiv\begin{cases}\varphi_\Delta a_m & PM\\ a_m\dfrac{f_\Delta}{f_m} & FM\end{cases} \tag{2.5}$$

Η παράμετρος β ονομάζεται **δείκτης διαμόρφωσης (modulation index)** σε PM ή FM απλού τόνου, το δε διαμορφωμένο σήμα της (2.2) γράφεται τώρα ως εξής:

$$s_1(t)=A_c[\cos(\beta\sin 2\pi f_m t)\cos 2\pi f_c t-\sin(\beta\sin 2\pi f_m t)\sin 2\pi f_c t] \tag{2.6}$$

Χρησιμοποιούμε τις μαθηματικές ταυτότητες των συναρτήσεων Bessel πρώτου είδους για να αναπτύξουμε την (2.6) σε άθροισμα απλών τριγωνομετρικών όρων:

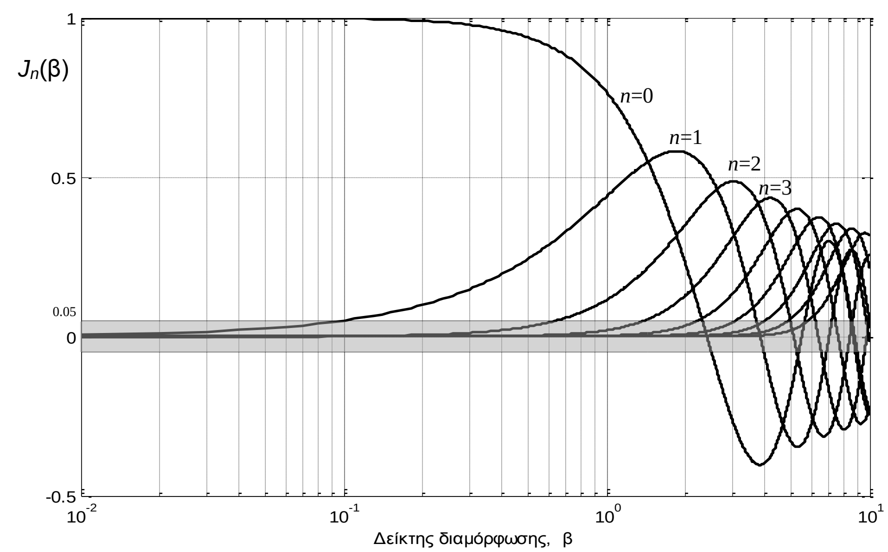
$$\begin{aligned}\cos(\beta\sin 2\pi f_m t)&=J_0(\beta)+\sum_{n\ \acute{\alpha}\rho\tau\iota o}^{\infty}2J_n(\beta)\cos 2\pi n f_m t\\ \sin(\beta\sin 2\pi f_m t)&=\sum_{n\ \pi\varepsilon\rho\iota\tau\tau o}^{\infty}2J_n(\beta)\sin 2\pi n f_m t\end{aligned} \tag{2.7}$$

με n θετικό και
$$J_n(\beta)\equiv\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{j(\beta\sin\mu-n\mu)}d\mu \quad , \tag{2.8}$$

οπότε:
$$s_1(t)=A_c\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(\beta)\cos 2\pi(f_c+nf_m) \tag{2.9}$$

Η (2.9) είναι στην επιθυμητή μορφή, αφού εύκολα δίνει το φάσμα του σήματος ως ένα σύνολο φασματικών γραμμών. Αυτές βρίσκονται δεξιά και αριστερά της f_c σε αποστάσεις-ακέραια πολλαπλάσια της f_m και βάρη τις τιμές των αντίστοιχων συναρτήσεων Bessel με όρισμα το δοσμένο β.

Στο σχ. έχουν σχεδιαστεί οι συναρτήσεις Bessel πρώτου είδους, τάξης 0 έως 8 και για τιμές του β από 0 έως 10 (σε λογαριθμική κλίμακα, για να παρατηρηθεί η περιοχή μικρών τιμών – 0 έως 1). Στο ίδιο σήμα έχει σκιαγραφηθεί η περιοχή τιμών (-0.05, 0.05). Παρατηρούμε ότι για τιμές του β μέχρι και 0.5, όλοι οι συντελεστές $J_n(\beta)$ της (2.9) παραμένουν κατ' απόλυτη τιμή κάτω του 0.05, πλήν των δύο πρώτων (για n=0 και 1), κάτι που εξηγεί την προσέγγιση στενής ζώνης. Για μεγάλες τιμές του β πολλοί όροι του αθροίσματος 2.9 είναι σημαντικοί, π.χ. για $\beta = 5$, οκτώ όροι του αθροίσματος (έως και ο $J_7(\beta)$) έχουν τιμή μεγαλύτερη του 0.05.



Σχήμα

Η σχέση (2.9) γενικεύεται για σήματα πολλών διακριτών τόνων. Παραδείγματος χάριν, για σήμα δύο τόνων στις συχνότητες f_1 και f_2 και αντίστοιχους δείκτες διαμόρφωσης $\beta_1 = a_1 f_\Delta / f_1$, $\beta_2 = a_2 f_\Delta / f_2$, το διαμορφωμένο σήμα δίνεται από τη σχέση

$$s_2(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_n(\beta_1) J_m(\beta_2) \cos 2\pi (f_c + nf_1 + mf_2)t \qquad (2.10)$$

<u>Παράδειγμα 2.5</u> – Διαμόρφωση FM με σήμα διακριτών τόνων

Α. Να παραχθεί σήμα δύο τόνων, των οποίων οι συχνότητες διαφέρουν σημαντικά (π.χ. $f_2 \approx 20 f_1$) και είναι πρώτες μεταξύ τους. Να παραχθεί στη συνέχεια σήμα διαμόρφωσης FM συγκεκριμένης συχνότητας φέροντος (π.χ. f_c=10f_2)

(α) στενής ζώνης (π.χ. απόκλισης συχνότητας $f_\Delta = f_2/5$)

(β) ευρείας ζώνης (π.χ. απόκλιση συχνότητας $f_\Delta = 2 f_2$)

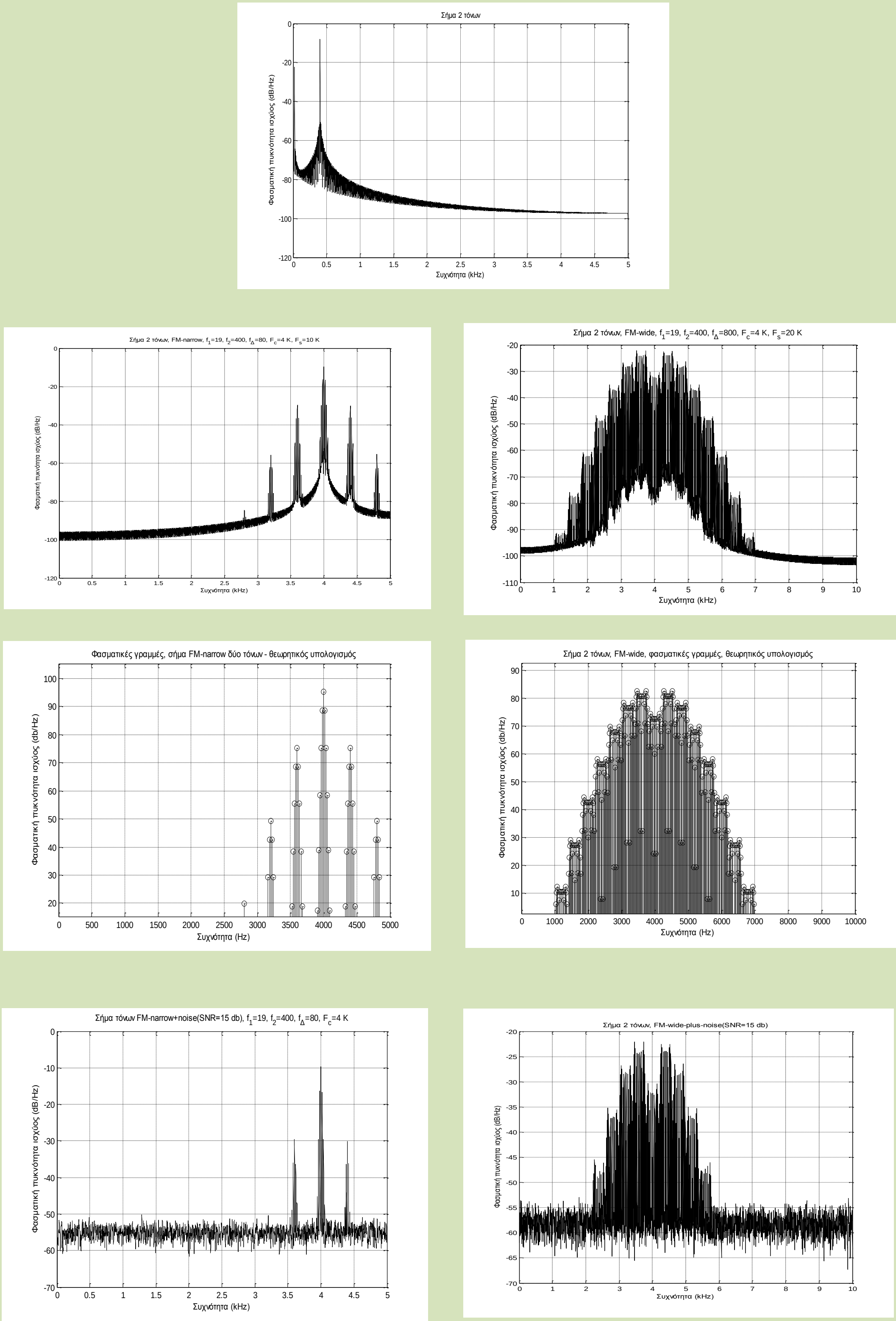
Και για τις δύο περιπτώσεις διαμόρφωσης, (α) και (β), να προστεθεί στο διαμορφωμένο σήμα FM λευκός, γκαουσιανός θόρυβος για συγκεκριμένη τιμή σηματοθορυβικής σχέσης (π.χ. SNR=15). Σε κάθε στάδιο να σχεδιαστεί το φάσμα του αντίστοιχου σήματος. Να υπολογιστεί και σχεδιαστεί επίσης το θεωρητικώς αναμενόμενο φάσμα του σήματος FM.

Β. Για τις δύο περιπτώσεις διαμόρφωσης του προηγούμενου θέματος, να γίνει η αποδιαμόρφωση και να συγκριθούν αντίστοιχα τμήματα, του αρχικού και του τελικού σήματος. Σε κάθε στάδιο να σχεδιαστεί και πάλι το φάσμα του αντίστοιχου σήματος. Να παρατηρηθεί το tradeoff μεταξύ εύρους ζώνης και επίδρασης θορύβου.

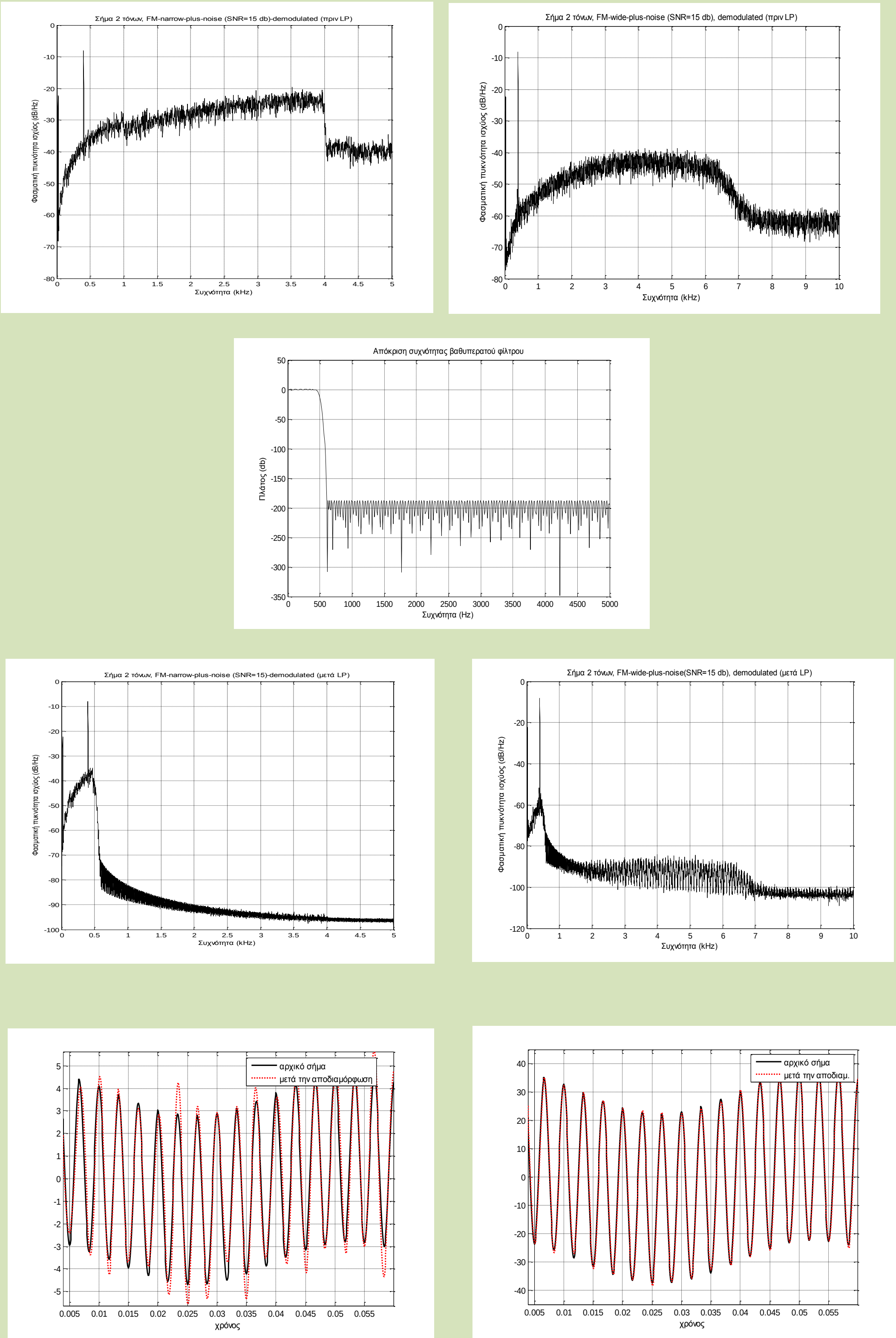
<u>Υλοποίηση – σχολιασμός κώδικα</u>

```
%% Διαμόρφωση FM με σήμα δύο τόνων
clear all; close all;
Fs = 10000; % Συχνότητα δειγματοληψίας
t = [0:2*Fs+1]'/Fs; % πλέγμα δειγματοληψίας
F1=19; F2=400; A1=0.2; A2=1;
%% μικροί σχετικά δείκτες διαμόρφωσης
freqdev=F2/5;
b1=A1*freqdev/F1; b2=A2*freqdev/F2;
x = A1*cos(2*pi*F1*t) + A2*cos(2*pi*F2*t);
figure; pwelch(x,[],[],[],Fs);
Fc = 10*F2; % συχνότητα φέροντος
% διαμόρφωση FM
y=cos(2*pi*Fc*t+b1*sin(2*pi*F1*t)+b2*sin(2*pi*F2*t));
% εναλλακτικά, με χρήση της fmmod
% y = fmmod(x,Fc,Fs,freqdev); % Modulate.
figure; pwelch(y,[],[],[],Fs);
y = awgn(y,15,'measured'); % πρόσθεση θορύβου
figure; pwelch(y,[],[],[],Fs);
z = fmdemod(y,Fc,Fs,freqdev); % Demodulate.
figure; pwelch(z,[],[],[],Fs);
% Βαθυπερατό φίλτρο Parks-McClellan
f1=F2/Fs; f2=1.5*f1;
order=240;
fpts=[0 f1 f2 0.5]*2;
mag=[1 1 0 0];
wt=[1 1];
b = firpm(order,fpts,mag,wt);
a=1;
% σχεδιασμός απόκρισης φίλτρου
[H,F] = FREQZ(b,a,512,Fs);
figure; plot(F,20*log(abs(H)));
% LP filtering
z_lp=conv(z,b); z_lp=z_lp(order/2+(1:length(x)));
figure; pwelch(z_lp,[],[],[],Fs);
% Γράφημα αρχικού και τελικού σήματος
n=[40:600];
figure; plot(t(n),x(n),'k-',t(n),z_lp(n),'r'); grid;
axis([min(t(n)) max(t(n)) 1.2*min(x(n)) 1.2*max(x(n))]);
legend('Αρχικό σήμα','Τελικό σήμα');
% Θεωρητικός υπολογισμός φασματικών γραμμών
z=[]; f=[];
for j=-4:4
for i=-5:5
    f=[f Fc+j*F2+i*F1];
    z=[z besselj(j,b2)*besselj(i,b1)];
end
end
logz=100+10*log10((z.^2)/2);
figure; stem(f,logz);
axis([0 Fs/2 max(logz)-80 max(logz)+10]); grid
%% Επαναλαμβάνονται τα παραπάνω
% με μεγαλύτερους δείκτες διαμόρφωσης
% b1=8; b2=2;
```

Κώδικας 2.5: Διαμόρφωση FM με σήμα δύο τόνων



Σχήμα 4: FM στενής και ευρείας ζώνης σήματος 2 τόνων (συνεχίζεται)



Σχήμα 4: FM στενής και ευρείας ζώνης σήματος 2 τόνων

Παράδειγμα 2.6 - Διαμόρφωση FM με σήμα συνεχούς φάσματος

Να επαναληφθούν τα (Α) και (Β) του παραδείγματος 2.5 για δοσμένο σήμα βασικής ζώνης, συνεχούς φάσματος (π.χ. το `sima_lp` των παραδειγμάτων 2.1 και 2.4). Να δοκιμασθούν, ειδικότερα, δύο διαφορετικές τιμές σηματοθορυβικής σχέσης (SNR=25, SNR=40), και να διερευνηθεί η χρησιμότητα ζωνοπερατού φιλτραρίσματος πριν την αποδιαμόρφωση. Να επαληθευθούν οι προσεγγιστικές σχέσεις υπολογισμού του εύρους ζώνης FM:

$$B_{FM} \approx 2(DR+1)W, \quad \begin{matrix} DR >> 1 \\ DR << 1 \end{matrix} \quad \text{(κανόνας του Carson)}$$

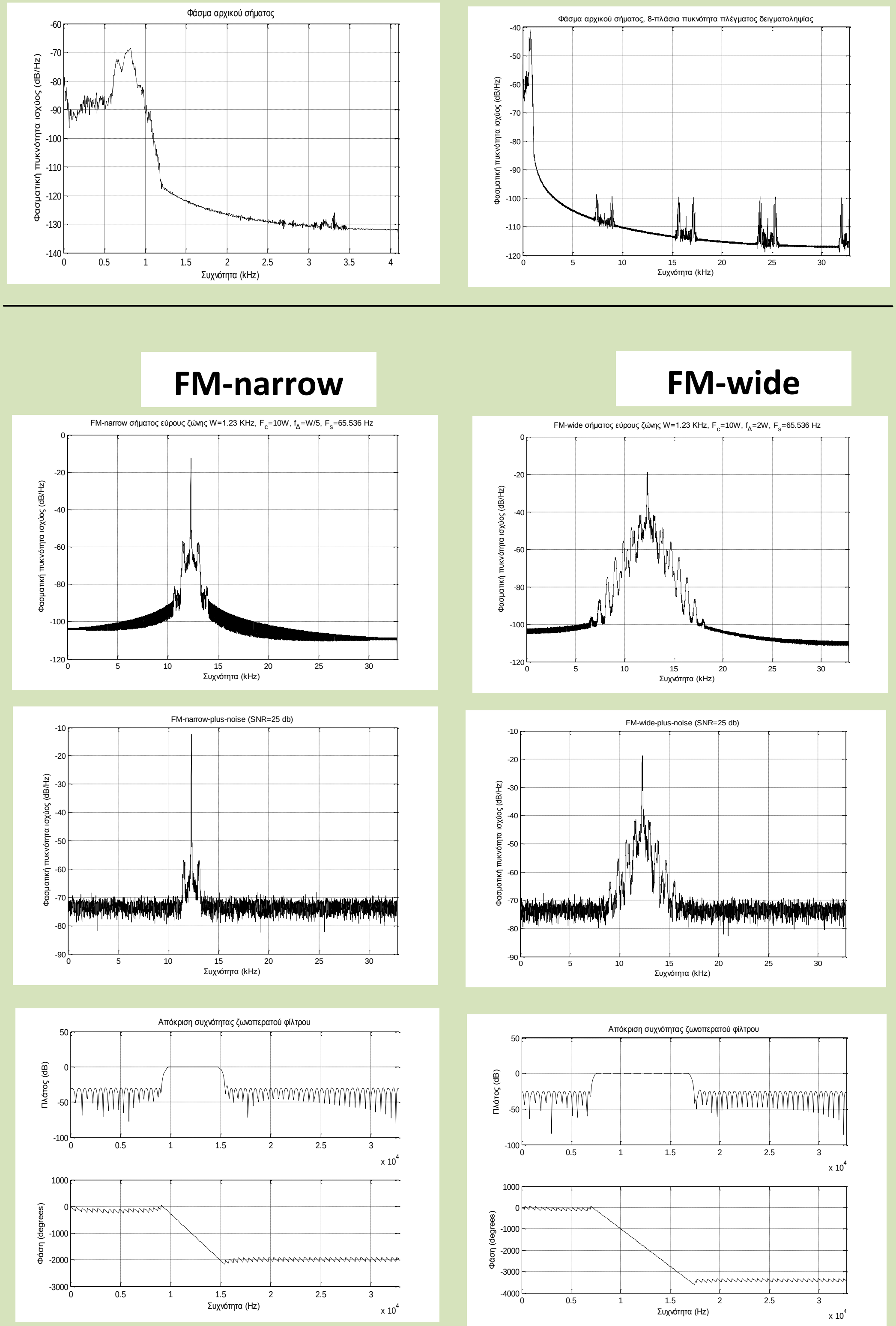
ή

$$B_{FM} \approx 2(DR+2)W, \quad DR > 2,$$

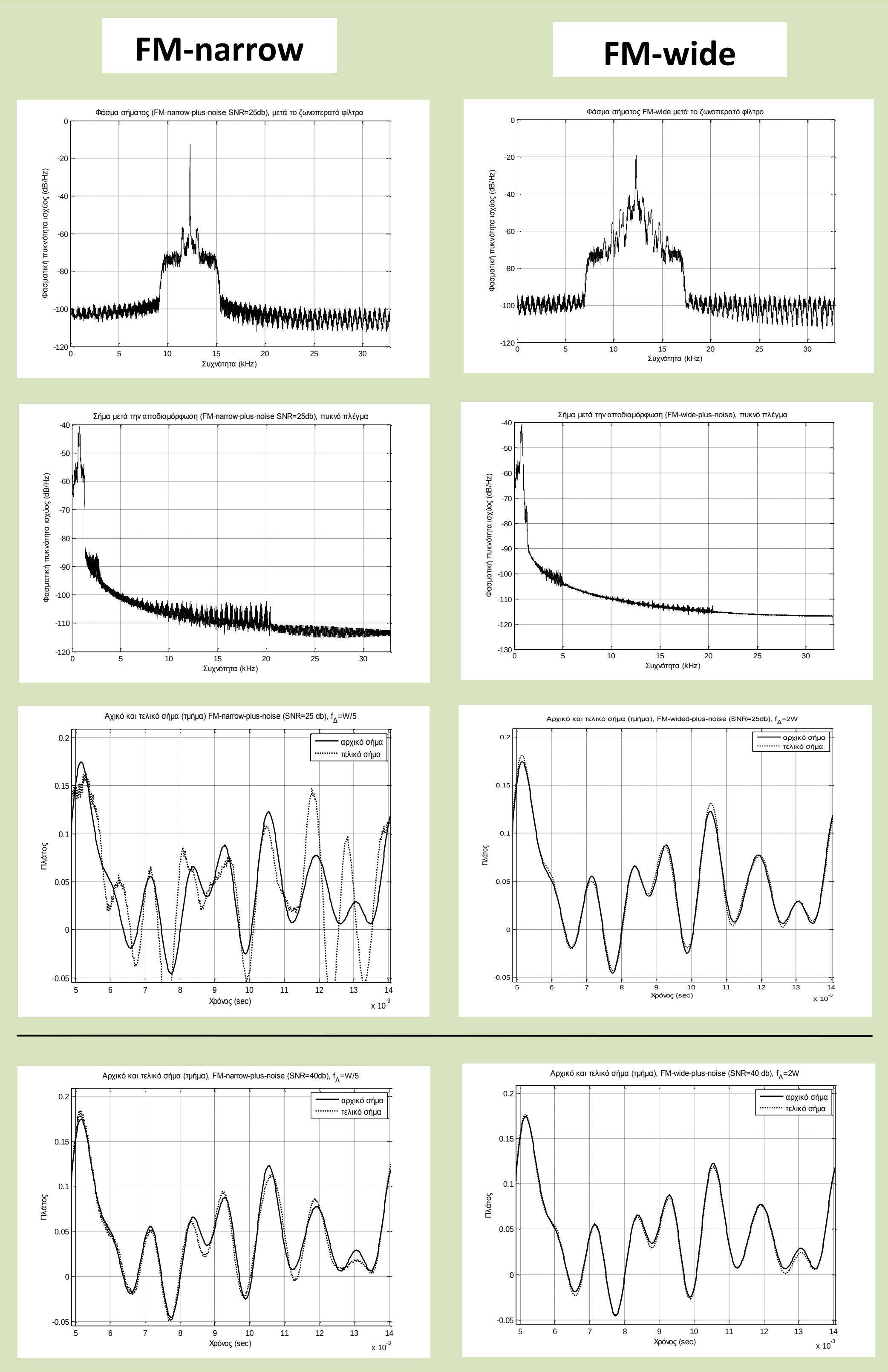
όπου $DR=f_\Delta /W$, ο λόγος απόκλισης και W το εύρος ζώνης του αρχικού σήματος.

```
%% Διαμόρφωση FM σήματος συνεχούς φάσματος
clear all; close all;
%% Φορτώνεται το αρχείο με το σήμα βασικής ζώνης, τη συχνότητα
% δειγματοληψίας Fs και το διάνυσμα των συχνοτήτων
% της ζώνης μετάβασης fc=[f1 f2], ανηγμένων ως προς Fs
load sima_lp;
F1 = fc(1);    % οριακή συχνότητα ζώνης διέλευσης
F2 = fc(2);    % οριακή συχνότητα ζώνης αποκοπής
figure; pwelch(sima_lp,[],[],[],Fs);
% Γίνεται πύκνωση του πλέγματος δειγματοληψίας (xD)
D=8;
sima_lp=upsample(sima_lp,D); Fs=Fs*D;
sima_lp=sima_lp/max(sima_lp);
F1=F1/D; F2=F2/D; % οι συχνότητες αποκοπής στο νέο πλέγμα
t=[1:length(sima_lp)]'/Fs;
% Βαθυπερατό φιλτράρισμα
order=D*64;    % πρέπει να αυξάνει ανάλογα του D
hpm=firpm(order, [0 F1 F2 0.5]*2, [1 1 0 0]);
s=conv(sima_lp,hpm); s=s(order/2+(1:length(sima_lp)))/max(s);
figure; pwelch(s, [], [], [], Fs);
Fc = 10*F2*Fs;     % carrier frequency for SSB modulation
%% Διαμόρφωση FM
% (α) Μικρής απόκλισης συχνότητας: freqdev=Fs*F2/5
freqdev=F2*Fs/5;
y = fmmod(s,Fc,Fs,freqdev); % Modulate.
figure; pwelch(y,[],[],[],Fs);
y = awgn(y,25,'measured'); % προσθήκη θορύβου
figure; pwelch(y,[],[],[],Fs);
%% Ζωνοπερατό φιλτράρισμα πριν την αποδιαμόρφωση
DR=freqdev/(F2*Fs);
fl=Fc/Fs-(DR+2)*F2; fh=Fc/Fs+(DR+2)*F2; % Carson's rule
M=128;
hpm=firpm(M, [0 fl*0.95 fl*1.02 fh*0.98 fh*1.05 0.5]*2, ...
[0 0 1 1 0 0]);
figure; freqz(hpm,1,512,Fs);
y=conv(y,hpm); y=y(M/2+(1:length(sima_lp)));
figure; pwelch(y, [], [], [], Fs);
%%
z = fmdemod(y,Fc,Fs,freqdev); % Demodulate.
figure; pwelch(z,[],[],[],Fs);
% Βαθυθπερατό φίλτράρισμα Parks-McClellan
f1=F2; f2=1.1*f1; order=64*D;
fpts=[0 f1 f2 0.5]*2;
mag=[1 1 0 0]; wt=[1 1];
b = firpm(order,fpts,mag,wt);
z_lp=conv(z,b); z_lp=z_lp(order/2+(1:length(s)));
figure; pwelch(z_lp,[],[],[],Fs);
% Plot the original and recovered signals.
n=[40*D:40*D+600];
figure; plot(t(n),s(n),'k-',t(n),z_lp(n),'r');
grid; axis([min(t(n)) max(t(n)) 1.2*min(s(n)) 1.2*max(s(n))]);
legend('αρχικό σήμα','τελικό σήμα');
figure; pwelch(downsample(z_lp,D),[],[],[],Fs/D);
%% Επαναλαμβάνονται τα παραπάνω με μεγαλύτερη απόκλιση
% συχνότητας (β) freqdev=F2*Fs*2
% Να παρατηρηθεί το tradeoff μεταξύ εύρους ζώνης και
% συμπεριφοράς στο θόρυβο (μικρό SNR=25, μεγάλο SNR=40)
% Να γίνουν τα παραπάνω με και χωρίς το ζωνοπερατό φιλτράρισμα
% και να παρατηρηθεί η επίδραση του εύρους ζώνης του διαύλου:
% 2*(DR+2)*F2, για μεγάλο DR, 2*DR*F2, για μικρό DR
```

Κώδικας 2.5: Διαμόρφωση FM με σήμα συνεχούς φάσματος



Σχήμα 5: FM στενής και ευρείας ζώνης σήματος συνεχούς φάσματος (συνεχίζεται)



Σχήμα 5: FM στενής και ευρείας ζώνης σήματος συνεχούς φάσματος