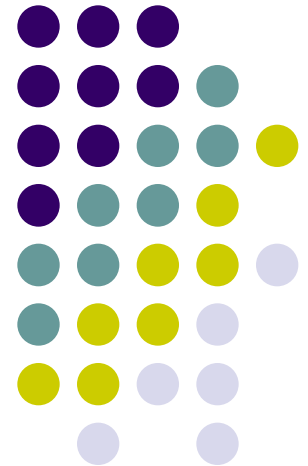


Αποδιαμόρφωση γωνίας με θόρυβο





SNR στην είσοδο του δέκτη

- Εάν η διαμόρφωση είναι PM ή FM

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \phi(t)], \quad \phi(t) = \begin{cases} \Delta\phi m(t) & \text{PM} \\ 2\pi\Delta f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau & \text{FM} \end{cases}$$

- Η ισχύς του σήματος στην είσοδο του δέκτη είναι

$$S_R = A_c^2 / 2$$

- Η ισχύς του θορύβου στην είσοδο του δέκτη είναι

$$N_R = N_0 B_T$$

- Η σηματοθορυβική σχέση στην είσοδο του δέκτη είναι

$$SNR_c = \frac{A_c^2}{2N_0 B_T}$$

Επίδραση θορύβου στη διαμόρφωση γωνίας



- Το σήμα στην είσοδο του δέκτη είναι

$$r(t) = s(t) + n(t) =$$

$$= A_c \cos[2\pi f_c t + \phi(t)] + A_n(t) \cos[2\pi f_c t + \phi_n(t)]$$

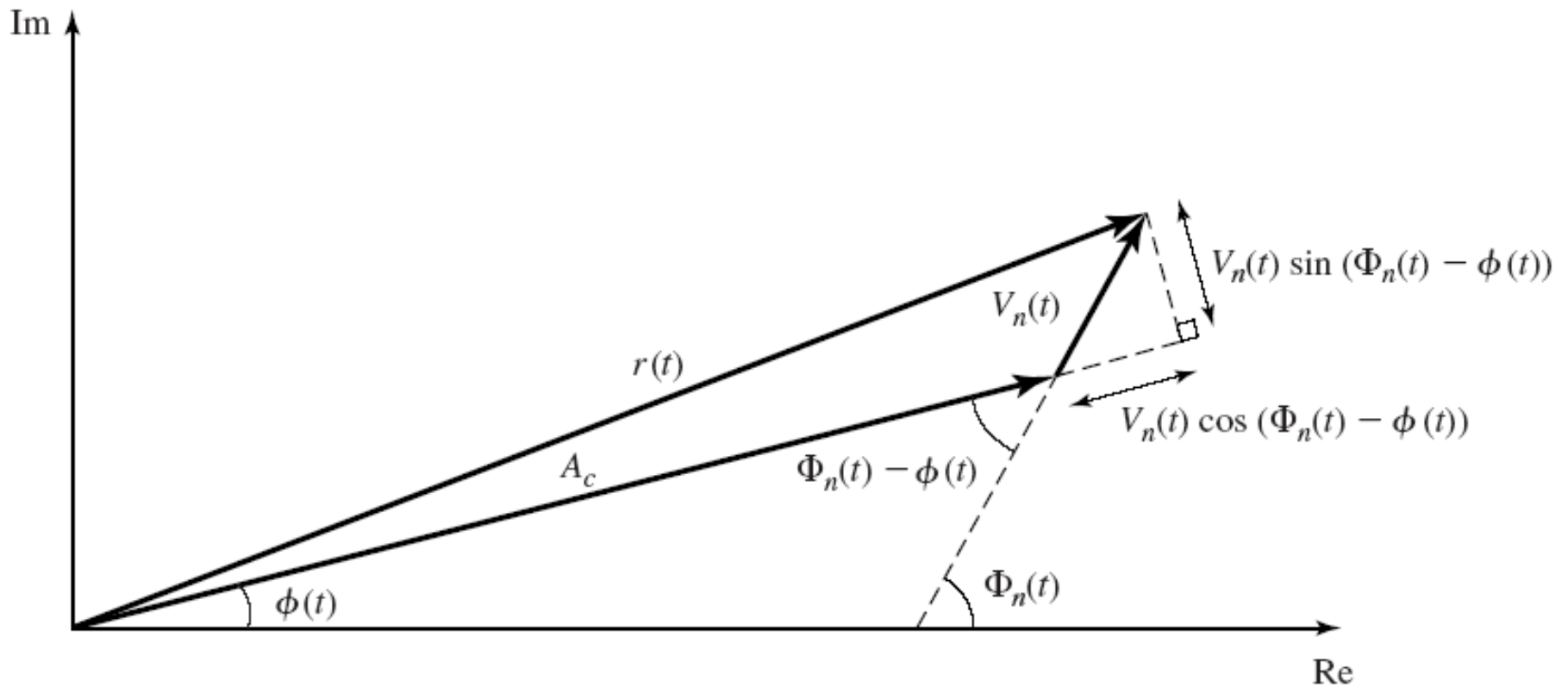
$$= A_r(t) \cos[2\pi f_c t + \phi_r(t)]$$

- Ο περιοριστής θα απαλείψει τη μεταβολή πλάτους οπότε ενδιαφέρει μόνο η γωνία

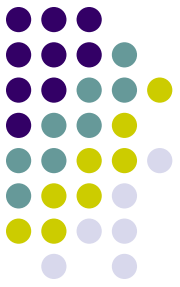
$$\phi_r(t) = \phi(t) + \arctan \frac{A_n(t) \sin[\phi_n(t) - \phi(t)]}{A_c + A_n(t) \cos[\phi_n(t) - \phi(t)]}$$

- όπου ο πρώτος όρος είναι η φάση, ενώ ο δεύτερος όρος περιλαμβάνει το **σήμα και τον θόρυβο**

Αναπαράσταση με φασιθέτες



Θόρυβος στην έξοδο του αποδιαμορφωτή



- Για απλοποίηση της ανάλυσης μπορούμε να υποθέσουμε ασθενή θόρυβο, δηλαδή,

$$A_c \gg A_n(t)$$

- Τότε

$$\phi_r(t) \approx \phi(t) + \frac{A_n(t) \sin[\phi_n(t) - \phi(t)]}{A_c}$$

- Μια δεύτερη προσέγγιση είναι να αντικαταστήσουμε τον όρο $\phi_n(t) - \phi(t)$ **μόνο** με το $\phi_n(t)$

- Η $\phi_n(t)$ έχει ομοιόμορφη κατανομή, το αυτό και η $\phi_n(t) - \phi(t)$

- ΟΠότε

$$\phi_r(t) \approx \phi(t) + \frac{A_n(t) \sin[\phi_n(t)]}{A_c} = \phi(t) + \frac{1}{A_c} n_s(t)$$

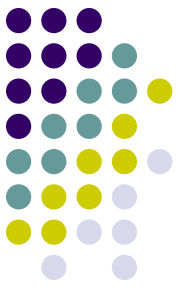
Θόρυβος στην έξοδο του αποδιαμορφωτή



- Η προηγούμενη σχέση δηλώνει ότι η φάση $\varphi(t)$ που προέρχεται από το σήμα πληροφορίας και ο ισοδύναμος θόρυβος φάσης εμφανίζονται **προσθετικά**
- Ο προσθετικός όρος θορύβου εξαρτάται από την **ορθογωνική** συνιστώσα $n_s(t)$ και είναι αντιστρόφως ανάλογος του πλάτους του σήματος
- Η έξοδος του αποδιαμορφωτή θα είναι

$$y(t) = \begin{cases} \Delta\phi m(t) + \frac{n_s(t)}{A_c} & \text{PM} \\ \Delta f m(t) + \frac{1}{2\pi A_c} \frac{dn_s(t)}{dt} & \text{FM} \end{cases}$$

Φάσμα θορύβου στην έξοδο του αποδιαμορφωτή

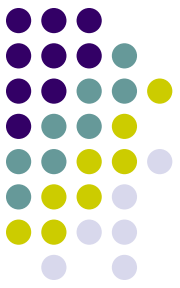


- Το φάσμα του θορύβου εκτείνεται σε εύρος ζώνης $B_T/2$

$$S_n(f) = \begin{cases} \frac{N_o}{A_c^2} & \text{PM} \\ \frac{N_o}{A_c^2} f^2 & \text{FM} \end{cases} \quad |f| \leq \frac{B_T}{2}$$

- Στην περίπτωση FM το φάσμα έχει παραβολική μορφή
 - Ο θόρυβος είναι υψηλότερος στις μεγάλες συχνότητες

Σήμα και θόρυβος στην έξοδο του δέκτη

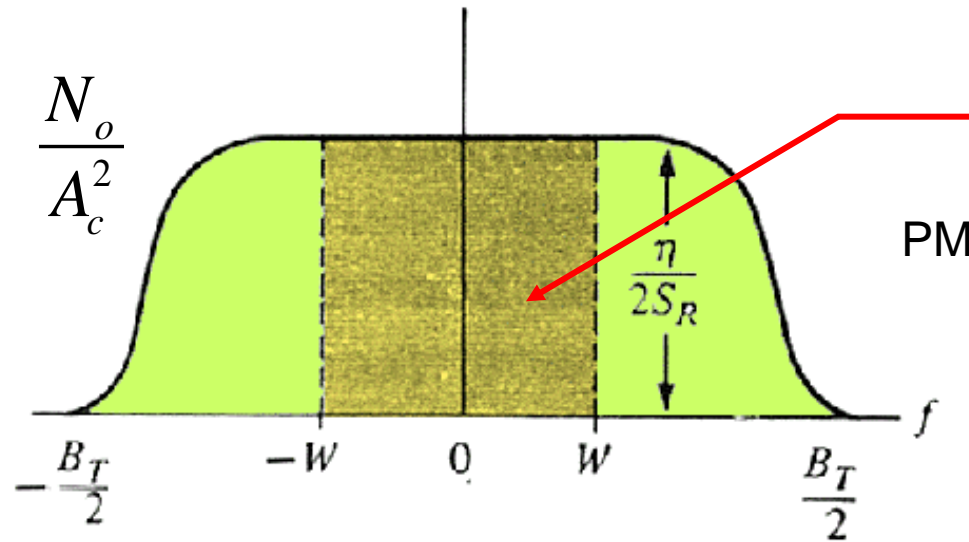


- Στην έξοδο του δέκτη, μετά το φίλτρο μετ' ανίχνευσης, ο θόρυβος περιορίζεται στο εύρος ζώνης W του σήματος πληροφορίας
 - Πλην της περίπτωσης διαμόρφωσης στενής ζώνης, η διαφορά αυτή είναι σημαντική για τη σηματοθορυβική επίδοση του δέκτη

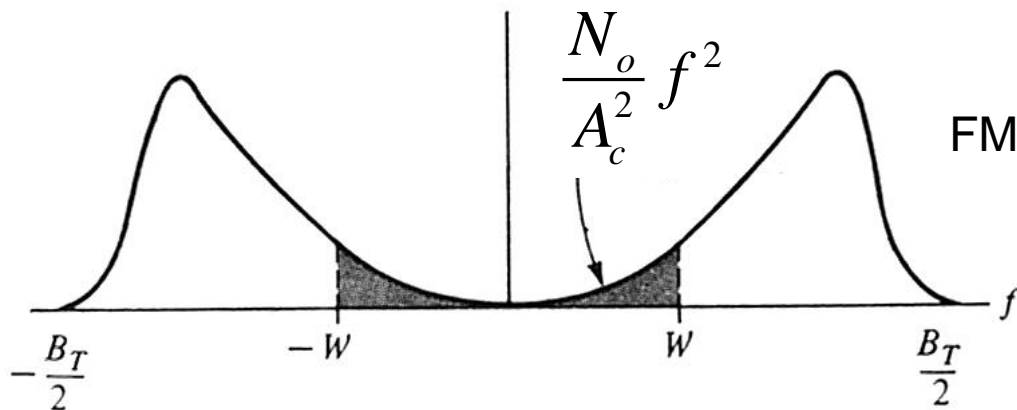
$$S_n(f) = \begin{cases} \frac{N_o}{A_c^2} & \text{PM} \\ \frac{N_o}{A_c^2} f^2 & \text{FM} \end{cases} \quad |f| \leq W$$



Θόρυβος στην έξοδο του δέκτη



Μόνο ο θόρυβος στο εύρος ζώνης του σήματος εμφανίζεται στην έξοδο του δέκτη μετά το φίλτρο μετ' ανίχνευσης





SNR στην έξοδο του δέκτη

- Η ισχύς του σήματος στην έξοδο είναι

$$S_D = \begin{cases} \Delta\phi^2 S_m & \text{PM} \\ \Delta f^2 S_m & \text{FM} \end{cases}$$

- Η ισχύς του θορύβου στην έξοδο είναι

$$N_D = \begin{cases} \frac{2N_0W}{A_c^2} = \frac{N_0W}{S_R} & \text{PM} \\ \frac{2N_0W^3}{3A_c^2} = \frac{N_0W^3}{3S_R} & \text{FM} \end{cases}$$



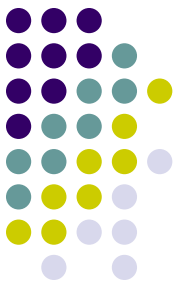
SNR στην έξοδο του δέκτη

- Η σηματοθρομβική σχέση στην έξοδο είναι

$$SNR_o = \frac{S_D}{N_D} = \begin{cases} \frac{\Delta\phi^2 S_m A_c^2}{2N_0 W} = \frac{\Delta\phi^2 S_m S_R}{N_0 W} & \text{PM} \\ 3\left(\frac{\Delta f}{W}\right)^2 \frac{S_m A_c^2}{2N_0 W} = 3\left(\frac{\Delta f}{W}\right)^2 \frac{S_R S_m}{N_0 W} & \text{FM} \end{cases}$$

- και λαμβάνοντας υπόψη τον λόγο διαμόρφωσης και τη σηματοθρομβική σχέση στη βασική ζώνη

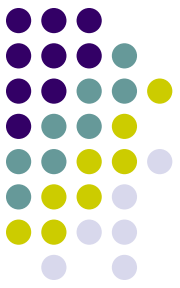
$$SNR_o = \begin{cases} \Delta\phi^2 S_m SNR_b & \text{PM} \\ 3D^2 S_m SNR_b & \text{FM} \end{cases}$$



SNR στην έξοδο του δέκτη

- Ο λόγος σηματοθρομβικών σχέσεων εισόδου εξόδου είναι

$$\frac{SNR_o}{SNR_c} = \begin{cases} \Delta\phi^2 \frac{B_T}{W} S_m & \text{PM} \\ 3D^2 \frac{B_T}{W} S_m = 6D^2(D+2)S_m & \text{FM} \end{cases}$$



Καταστολή θορύβου

- Στη διαμόρφωση γωνίας η σηματοθορυβική σχέση εξόδου είναι ανάλογη του τετραγώνου του δείκτη διαμόρφωσης ($\Delta\varphi$ ή D)
 - SNR_o μπορεί να αυξηθεί μέσω της αύξησης του δείκτη διαμόρφωσης διατηρώντας την ισχύ σταθερή
- Η FM υπερέχει της PM όσον αφορά την επίδοση στον θόρυβο
 - Η βελτίωση στην PM περιορίζεται από το ότι η απόκλιση φάσης $\Delta\varphi$ είναι μικρότερη του π



Καταστολή θορύβου

- Η σηματοθορυβική σχέση εξόδου είναι καλύτερη από την DSB εάν

$$\begin{cases} \Delta\phi^2 S_m > 1 & \text{PM} \\ 3D^2 S_m > 1 & \text{FM} \end{cases}$$

- Για $D > 0.6$ η FM είναι καλύτερη της DSB
- Η τιμή αυτή του λόγου απόκλισης σηματοδοτεί τη μετάβαση από FM στενής ζώνης σε FM ευρείας ζώνης
- Η PM είναι 10 db το πολύ καλύτερη από την DSB

Ανταλλαγή εύρους ζώνης-ισχύος



- Η σηματοθορυβική σχέση SNR_o μπορεί να βελτιωθεί μέσω της αύξησης του εύρους ζώνης μετάδοσης αντί της αύξησης ισχύος εκπομπής
 - Όμως μεγαλώνοντας το εύρος ζώνης μεγαλώνει και ο θόρυβος με αποτέλεσμα κάποια στιγμή να μην ισχύει η ανάλυση ασθενούς θορύβου (φαινόμενο κατωφλίου)



Φαινόμενο κατωφλίου

- Εάν ο θόρυβος υπερισχύει του σήματος
 $A_n(t) \gg A_c$

- Η φάση στον αποδιαμορφωτή θα είναι

$$\phi_r(t) \approx \phi_n(t) + \frac{A_c \sin[\phi_n(t) - \phi(t)]}{A_n(t)}$$

- δηλαδή, ο θόρυβος επικρατεί πλήρως και το σήμα δεν είναι ανακτήσιμο



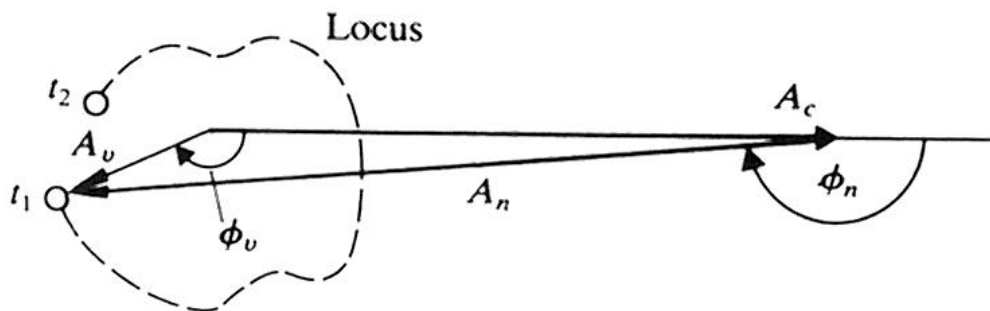
Φαινόμενο κατωφλίου

- Όμως το πρόβλημα εμφανίζεται πολύ πριν γίνει ο θόρυβος τόσο ισχυρός, όταν

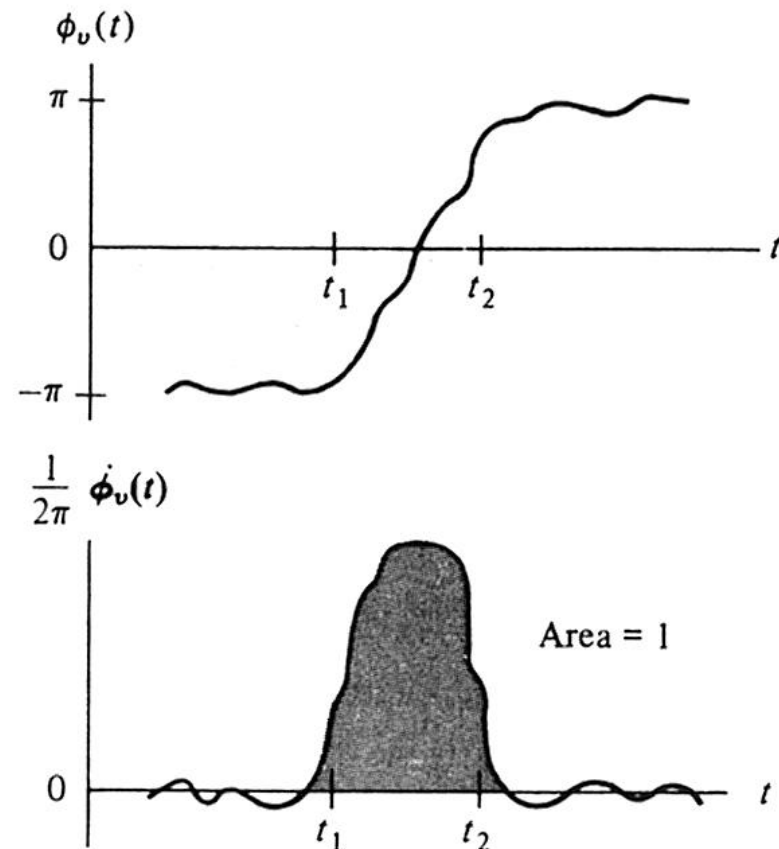
$$\overline{A_n} \approx A_c$$

- Τότε μικρές αλλαγές στο θόρυβο εμφανίζονται ως εκρήξεις (κλικ) στην έξοδο
- Το φαινόμενο αυτό συμβαίνει όταν η συνισταμένη θορύβου και σήματος διαγράφει ένα κύκλο γύρω από την αρχή, δηλαδή, η φάση αλλάζει κατά 2π
 - Τότε η παράγωγος της φάσης θα δώσει παλμούς που ακούγονται σαν κλικ στην έξοδο σκεπάζοντας το σήμα

Φαινόμενο κατωφλίου



(a)



(b)



Ανάλυση του Rice

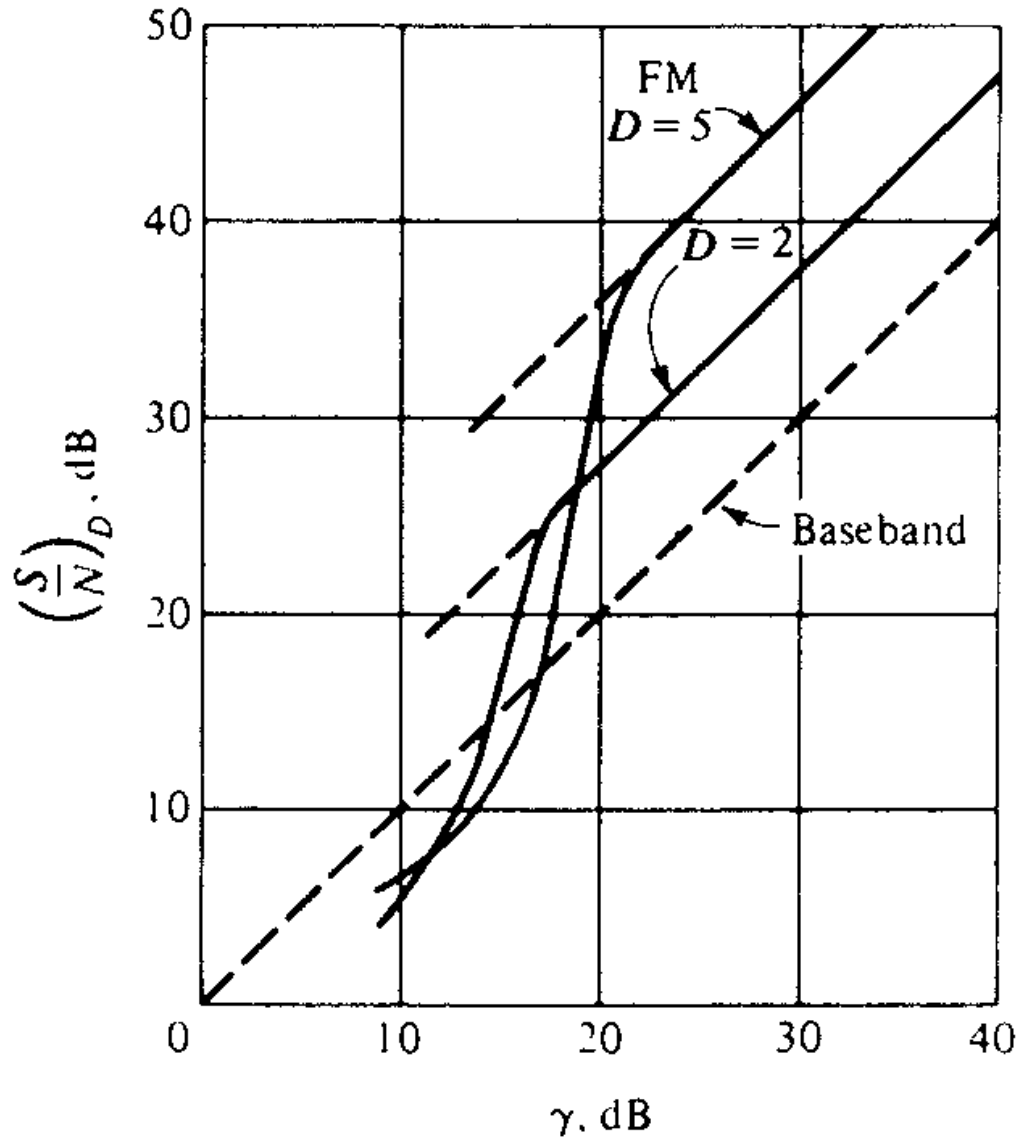
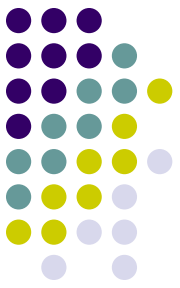
- Ο Rice μελέτησε το φαινόμενο για FM διαμορφωμένο με απλό τόνο

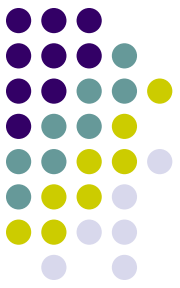
- Τότε

$$N_D = \frac{N_0 W^3}{3S_R} \left[1 + \frac{12D}{\pi} SNR_b \exp \left\{ -\frac{W}{B_T} SNR_b \right\} \right]$$

- όπου ο δεύτερος όρος περιλαμβάνει την επίδραση των κλικ

Ανάλυση του Rice





Το κατώφλι

- Οι καμπύλες εμφανίζουν μια απότομη καμπή “γόνατο” εξ αιτίας του εκθετικού όρου
- Στην περιοχή αυτή, μικρές αλλαγές στην ισχύ του σήματος έχουν δραματικά αποτελέσματα στην έξοδο
 - Τη μια στιγμή υπάρχει σήμα, την επόμενη εξαφανίζεται
 - Κάτω από το κατώφλι, ο θόρυβος καταλαμβάνει την έξοδο
- Στην πράξη εάν $SNR_c > 10$ δεν εμφανίζονται τέτοια φαινόμενα

Σηματοθορυβική σχέση στο κατώφλι



- Επειδή

$$SNR_c = \frac{W}{B_T} SNR_b$$

- Το κατώφλι αντιστοιχεί

$$SNR_{b,th} = 10 \frac{B_T}{W} \approx 20(D + 2), \quad D > 2$$

- για την οποία προκύπτει

$$SNR_{o,th} = 3D^2 S_m SNR_{b,th} \approx 60D^2 (D + 2) S_m, \quad D > 2$$

Σηματοθορυβική σχέση στο κατώφλι



- Η ελάχιστη σηματοθορυβική σχέση για δοθέντα λόγο απόκλισης είναι

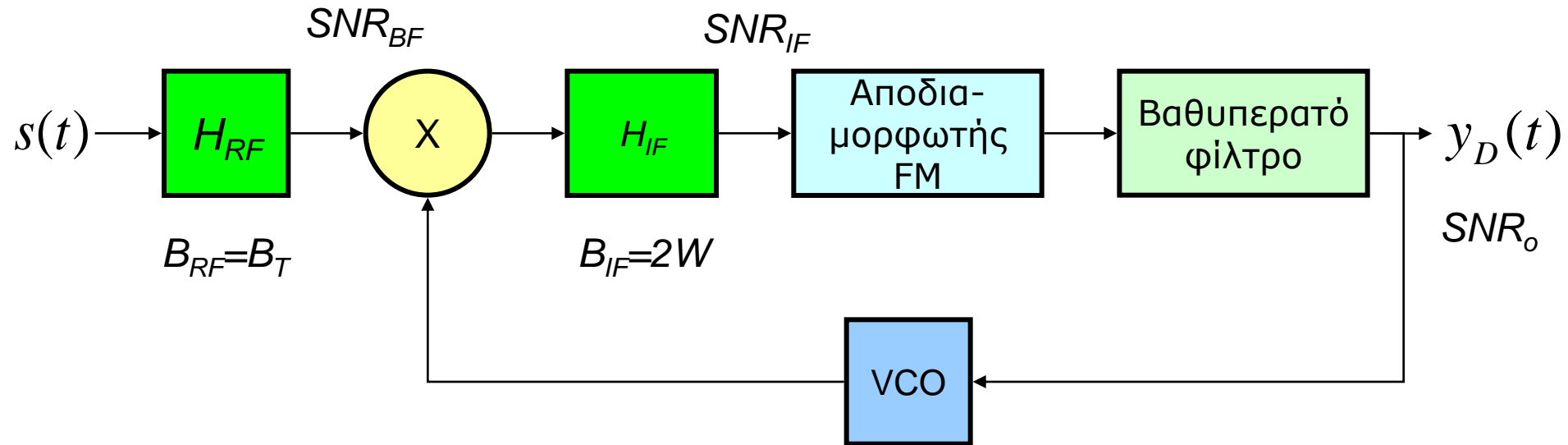
$$SNR_{o,th} = 60D^2(D+2)S_m, \quad D > 2$$

- Ισοδύναμα, για δοθείσα επιθυμητή τιμή σηματοθορυβικής σχέσης και χωρίς περιορισμούς εύρους ζώνης βρίσκουμε τον μέγιστο λόγο απόκλισης λύνοντας ως προς D
 - Η τιμή αυτή αντιστοιχεί στο πλέον αποδοτικό σύστημα FM, δηλαδή, αυτό που απαιτεί την ελάχιστη ισχύ και λειτουργεί πάνω από το κατώφλι



Μείωση κατωφλίου

- Δέκτης FMFB (FM feedback)

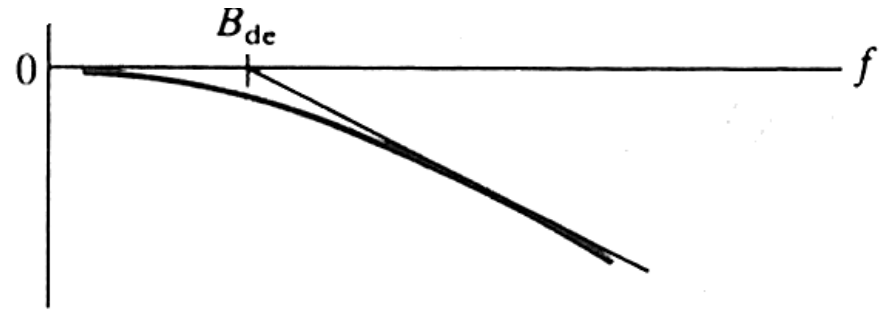
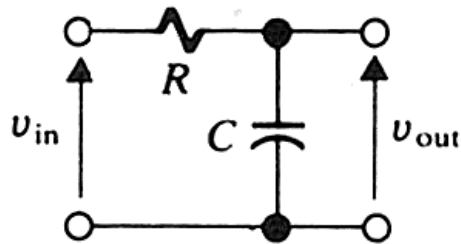




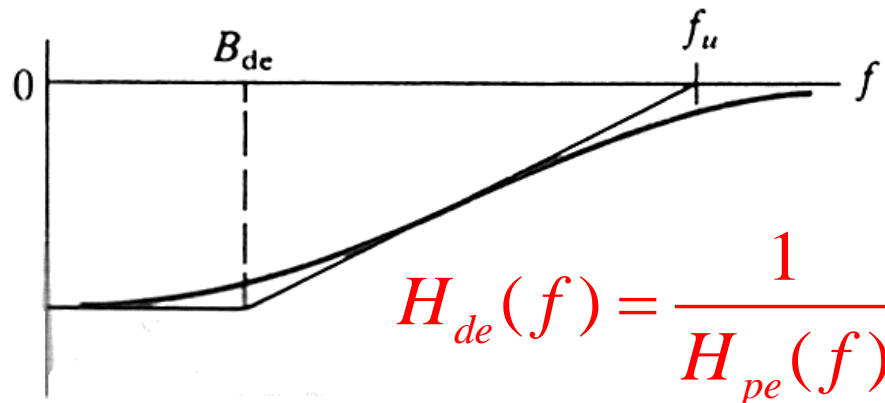
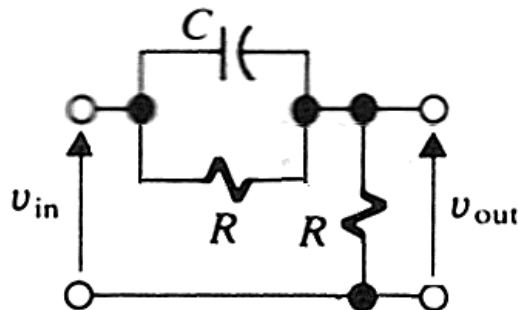
Προέμφαση-Αποέμφαση

- Μπορούμε να βελτιώσουμε τη σηματοθρομβική σχέση εάν ενισχύσουμε τις υψηλές συχνότητες του σήματος πριν τη διαμόρφωση (**προέμφαση**) και τις υποβαθμίσουμε αντίστοιχα κατά την αποδιαμόρφωση (**αποέμφαση**)

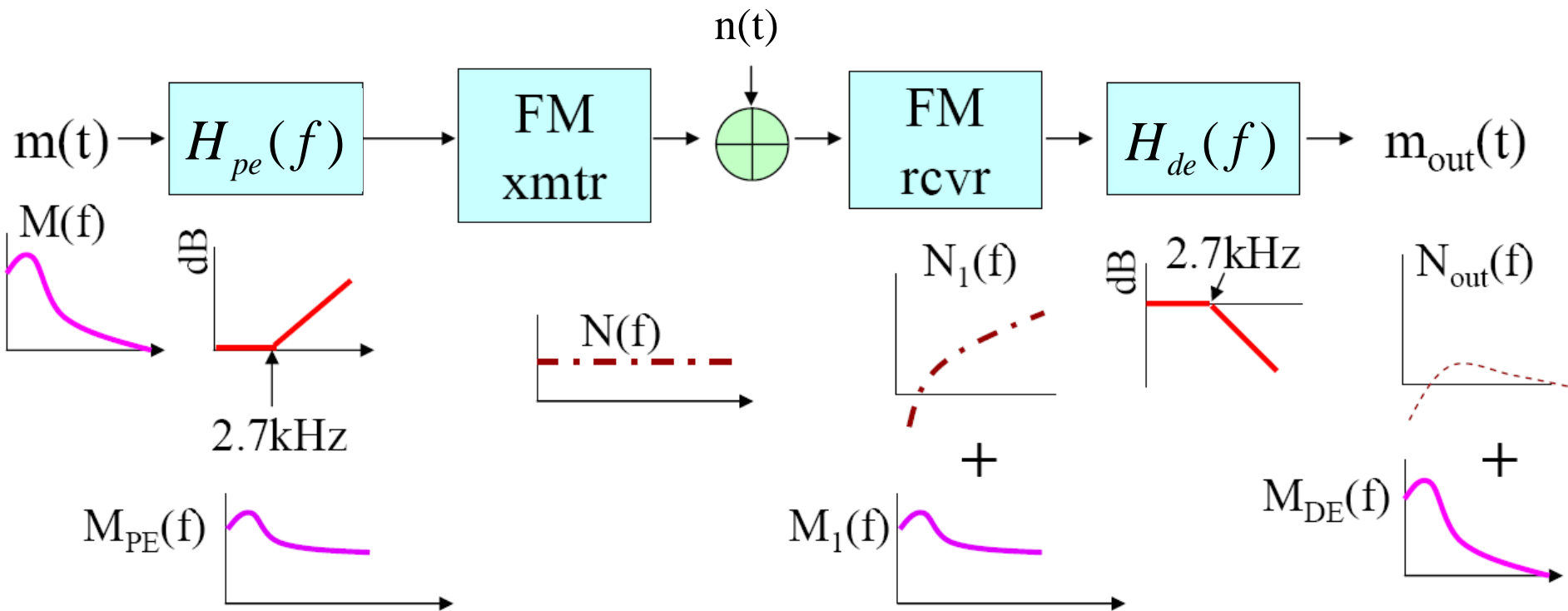
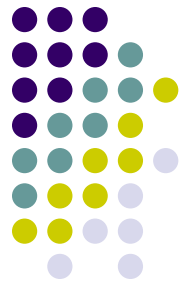
$$H_{de}(f)$$



$$H_{pe}(f)$$



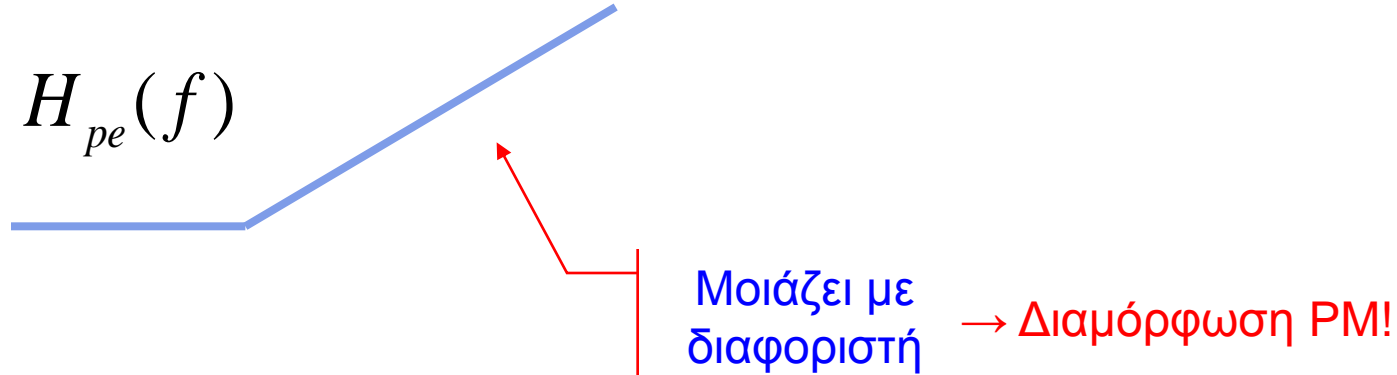
Πρόέμφαση-Αποέμφαση





Τι είδους διαμόρφωση?

- Το φίλτρο προέμφασης παραγωγίζει τις υψηλές συχνότητες του σήματος



- Το τελικό αποτέλεσμα αποτελεί μίξη διαμόρφωσης FM για τις χαμηλές συχνότητες και διαμόρφωσης PM για τις υψηλές συχνότητες του σήματος

Φίλτρο προέμφασης, αποέμφασης



- Το φίλτρο αποέμφασης στον δέκτη είναι

$$H_{de}(f) = \left[1 + j \frac{f}{B_{de}} \right]^{-1} \approx \begin{cases} 1 & |f| \ll B_{de} \\ \frac{B_{de}}{jf} & |f| \gg B_{de} \end{cases}$$

- Το φίλτρο προέμφασης στον πομπό είναι

$$H_{pe}(f) = \left[1 + j \frac{f}{B_{de}} \right] \approx \begin{cases} 1 & |f| \ll B_{de} \\ \frac{jf}{B_{de}} & |f| \gg B_{de} \end{cases}$$

Ισχύς θορύβου με φίλτρο αποέμφασης



- Με το φίλτρο αποέμφασης η ισχύς θορύβου στην έξοδο είναι

$$N_D = \int_{-W}^W |H_{de}(f)|^2 \frac{N_0 f^2}{3S_R} df = \frac{N_0 B_{de}^3}{S_R} \left[\left(\frac{W}{B_{de}} \right) - \arctan \left(\frac{W}{B_{de}} \right) \right]$$

- Στη συνήθη περίπτωση όπου $W \gg B_{de}$
- Η ισχύς θορύβου είναι

$$N_D \approx \frac{N_0 B_{de}^2 W}{S_R}$$



Κέρδος Αποέμφασης

- Η σηματοθρομβική σχέση εξόδου με φίλτρο αποέμφασης είναι

$$SNR_o = \left(\frac{\Delta f}{B_{de}} \right)^2 S_m SNR_b$$

- δηλαδή, έχουμε κέρδος αποέμφασης

$$\frac{1}{3} \left(\frac{W}{B_{de}} \right)^2$$



Παράδειγμα

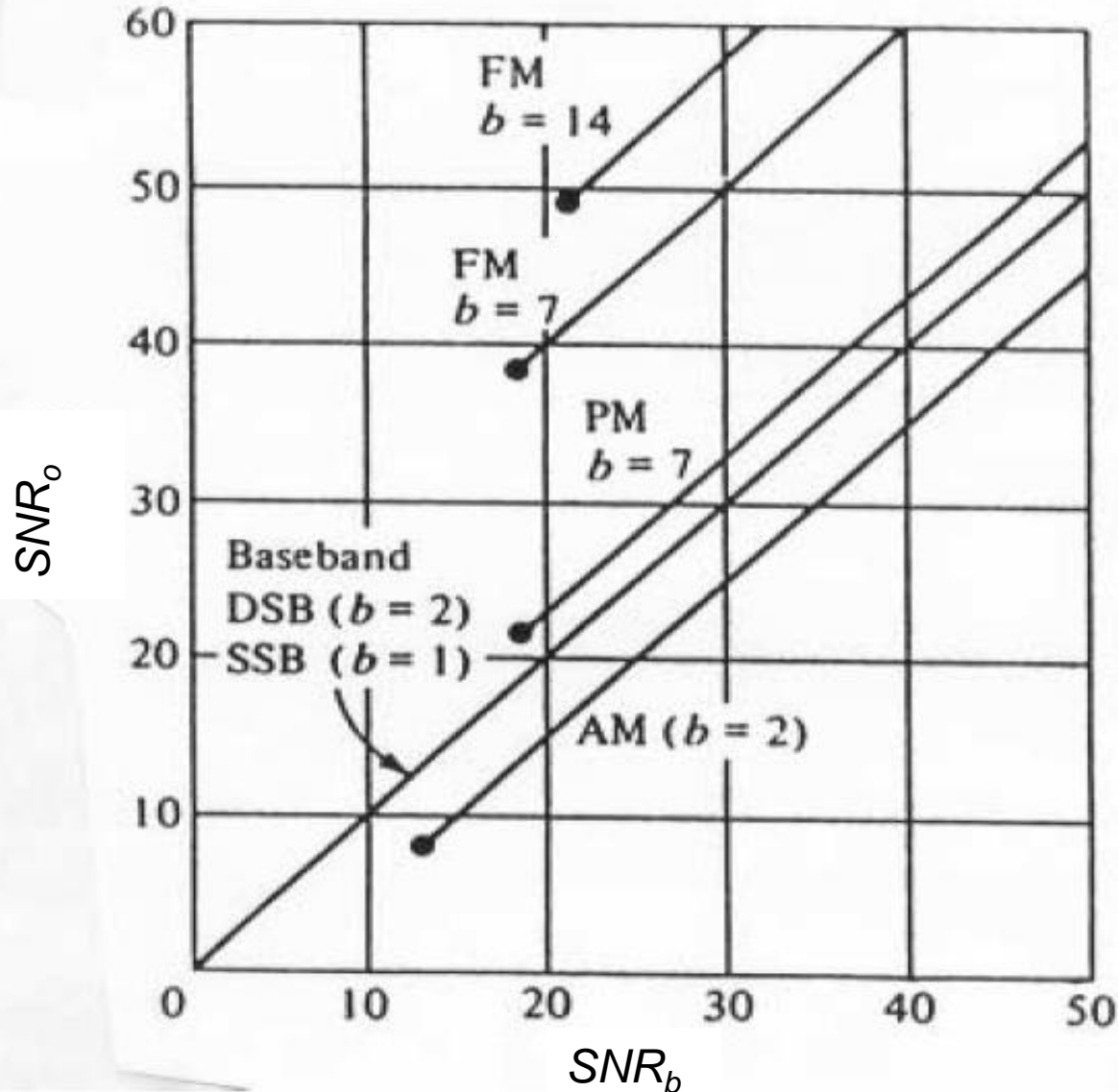
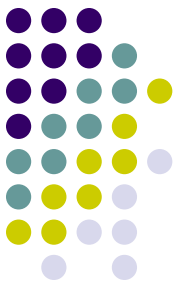
- Στη ραδιοφωνία FM, $\Delta f = 75$ kHz, $W = 15$ kHz, $D = 5$, $S_m = 1/2$, $B_{de} = 2,1$ kHz
- Χωρίς προέμφαση $\frac{SNR_o}{SNR_b} = 3D^2 S_m = 3 \cdot 5^2 \cdot \frac{1}{2} \approx 38$
- Με προέμφαση $\frac{SNR_o}{SNR_b} = \left(\frac{\Delta f}{B_{de}} \right)^2 S_m \approx 640$
- Οικονομία κατά 640 σε ισχύ με αύξηση κατά 5 σε εύρος ζώνης σε σχέση με SSB

Σύστημα Dolby



- Η βασική ιδέα των φίλτρων προέμφασης και αποέμφασης βρίσκει εφαρμογή και στην ηχογράφηση σε ταινία, ειδικά, σε κασέτες
- Εδώ σκοπός είναι να περιορισθεί ο μάλλον ενοχλητικός θόρυβος στις υψηλές συχνότητες
- Όλα τα μοντέρνα συστήματα ήχου είναι εφοδιασμένα με την τεχνική Dolby

Σύγκριση συστημάτων διαμόρφωσης

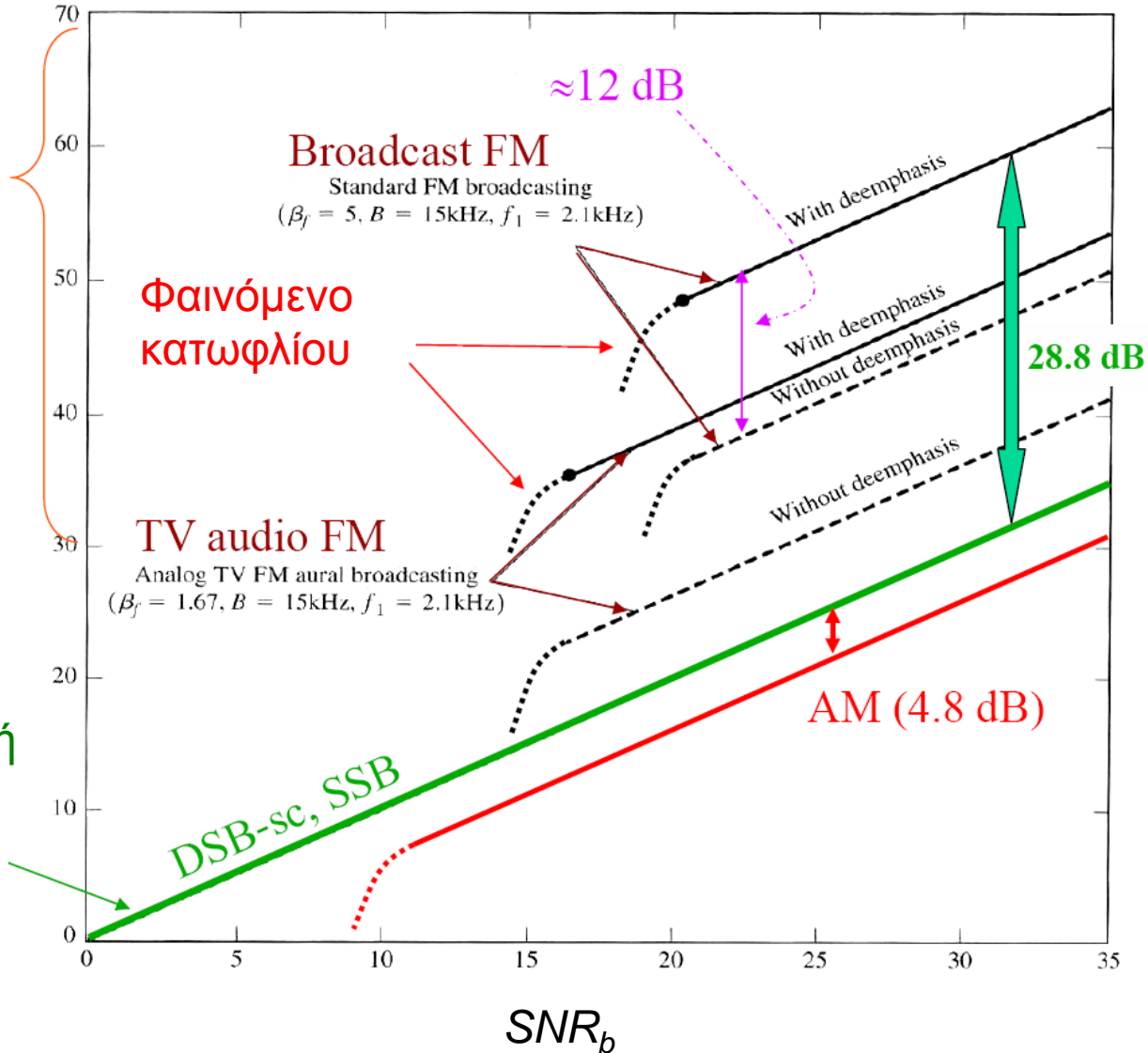


Σύγκριση συστημάτων διαμόρφωσης



Στην περιοχή αυτή ο θόρυβος δεν γίνεται αντιληπτός

SNR_o



Φαινόμενο κατωφλίου

$\approx 12\text{ dB}$

28.8 dB

AM (4.8 dB)

DSB-sc, SSB

SNR_b

Η απόσταση από την πράσινη γραμμή είναι το κέρδος που έχουμε από το σύστημα διαμόρφωσης