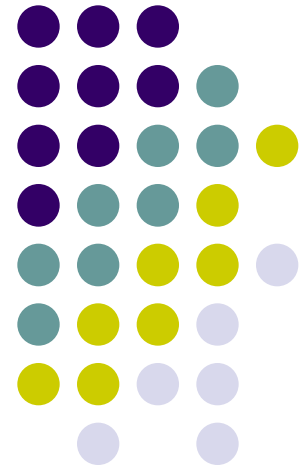
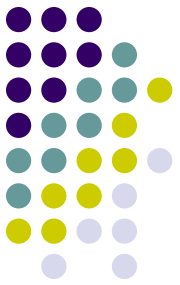


FM & PM στενής ζώνης

Narrowband FM & PM



Διαμόρφωση γωνίας στενής ζώνης



- Το διαμορφωμένο κατά γωνία σήμα μπορεί να γραφεί ως

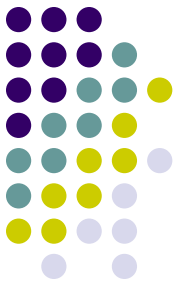
$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \phi(t)]$$

- όπου η στιγμιαία φάση είναι

$$\phi(t) = \begin{cases} \Delta\phi x(t) & \text{PM} \\ 2\pi\Delta f \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau & \text{FM} \end{cases}$$

- Εάν $|\phi(t)| \ll 1$ έχουμε διαμόρφωση **στενής ζώνης**

Διαμόρφωση γωνίας ως ζωνοπερατό σήμα



- Αναπαράσταση ως ζωνοπερατό σήμα

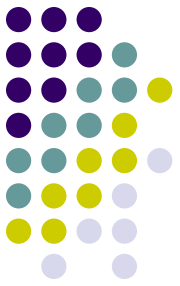
$$\begin{aligned}s(t) &= A_c \cos[2\pi f_c t + \phi(t)] \\&= A_c [\cos(2\pi f_c t) \cos(\phi(t)) - \sin(2\pi f_c t) \sin(\phi(t))] \\&= m_c(t) \cos(2\pi f_c t) - m_s(t) \sin(2\pi f_c t)\end{aligned}$$

- όπου οι ορθογώνιες συνιστώσες είναι

$$m_c(t) = A_c \cos(\phi(t)) = A_c \left[1 - \frac{1}{2!} \phi^2(t) + \dots \right] \approx A_c$$

$$m_s(t) = A_c \sin(\phi(t)) = A_c \left[\phi(t) - \frac{1}{3!} \phi^3(t) + \dots \right] \approx A_c \phi(t)$$

Διαμόρφωση γωνίας στενής ζώνης



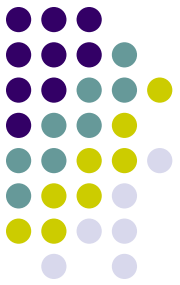
- Στην περίπτωση διαμόρφωσης στενής ζώνης

$$m_c(t) \approx A_c$$

$$m_s(t) \approx A_c \phi(t)$$

- οπότε το διαμορφωμένο κατά γωνία σήμα στενής ζώνης είναι

$$s(t) \approx A_c [\cos(2\pi f_c t) - \phi(t) \sin(2\pi f_c t)]$$



Φάσμα σήματος στενής ζώνης

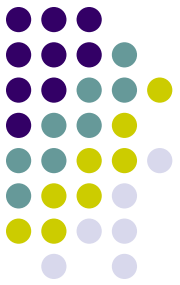
- Ο μετασχηματισμός Fourier του σήματος στενής ζώνης είναι

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] + \frac{jA_c}{2} [\Phi(f - f_c) - \Phi(f + f_c)]$$

- Όπου

$$\Phi(f) = \begin{cases} \Delta\phi X(f) & \text{PM} \\ -\frac{j\Delta f}{f} X(f) & \text{FM} \end{cases}$$

Διαμόρφωση στενής ζώνης από απλό τόνο



- Έστω $m(t) = \begin{cases} A \cos(2\pi f_m t) & \text{FM} \\ A \sin(2\pi f_m t) & \text{PM} \end{cases}$

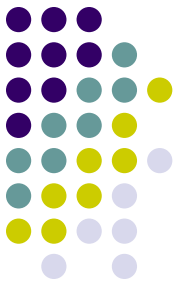
- Διαμόρφωση φάσης

$$\begin{aligned} s(t) &= A_c [\cos(2\pi f_c t) - \Delta\phi \sin(2\pi f_m t) \sin(2\pi f_c t)] \\ &= A_c [\cos(2\pi f_c t) - \beta_p \sin(2\pi f_m t) \sin(2\pi f_c t)] \end{aligned}$$

- Διαμόρφωση συχνότητας

$$\begin{aligned} s(t) &= A_c \left[\cos(2\pi f_c t) - \frac{\Delta f}{f_m} \sin(2\pi f_m t) \sin(2\pi f_c t) \right] \\ &= A_c [\cos(2\pi f_c t) - \beta_f \sin(2\pi f_m t) \sin(2\pi f_c t)] \end{aligned}$$

Διαμόρφωση στενής ζώνης από απλό τόνο



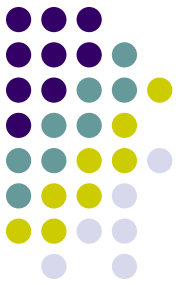
- που τελικά απλοποιείται στην

$$s(t) = A_c \left[\cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2} \beta \cos[2\pi(f_c + f_m)t] - \frac{1}{2} \beta \cos[2\pi(f_c - f_m)t] \right]$$

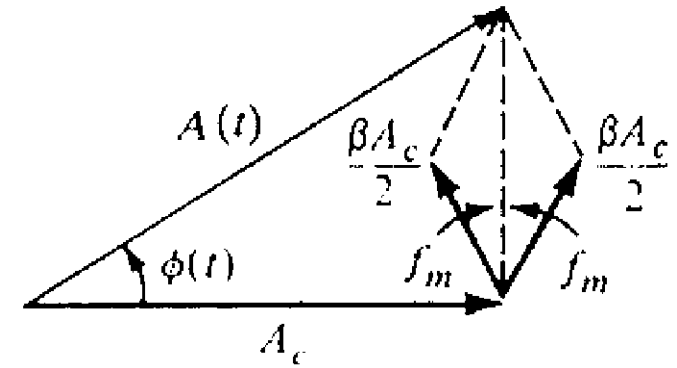
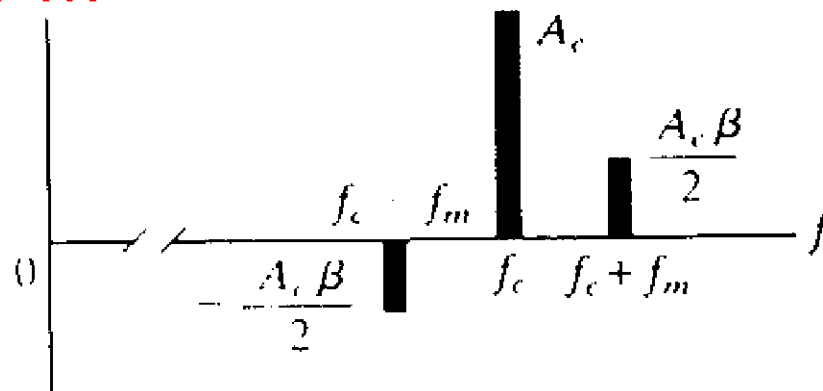
- Όπου $\beta \ll 1$ ο εκάστοτε δείκτης διαμόρφωσης

$$\beta = \begin{cases} \Delta\phi = k_p A_m & \text{PM} \\ \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{k_f A_m}{f_m} & \text{FM} \end{cases}$$

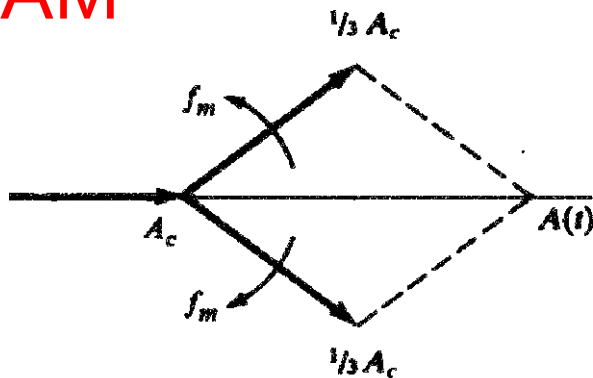
Αναπαράσταση με φασιθέτες

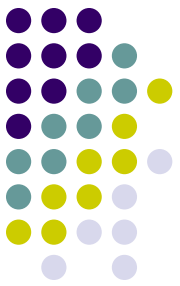


- FM

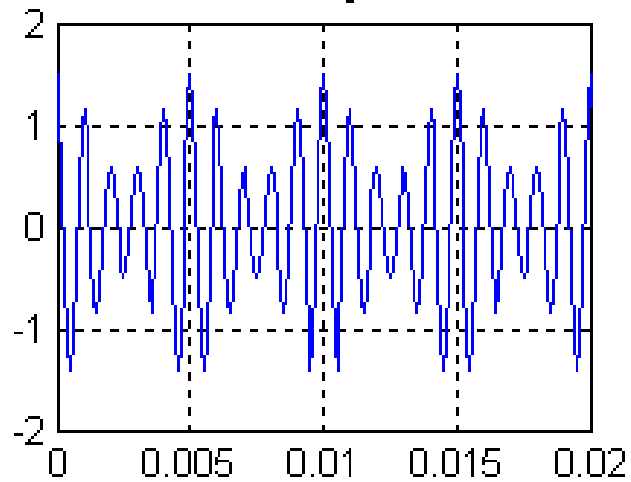


- AM

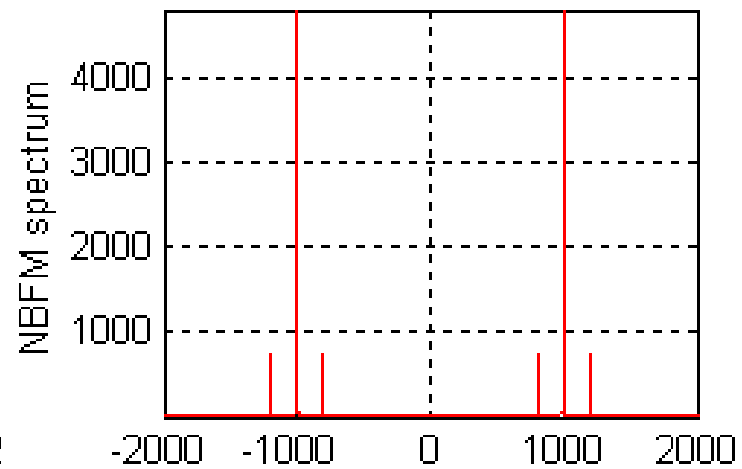
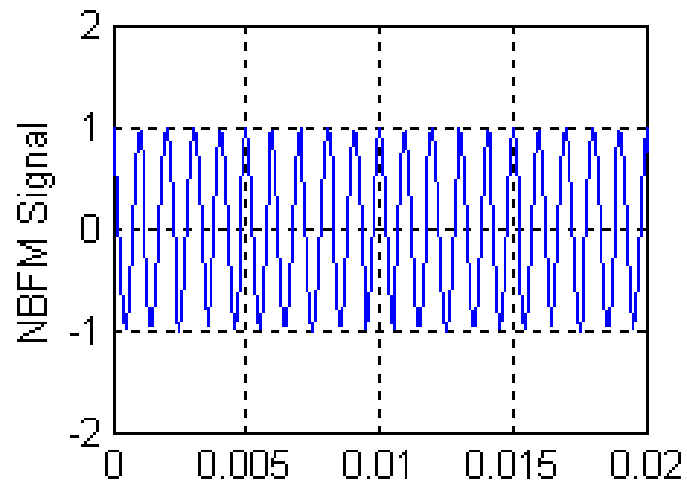
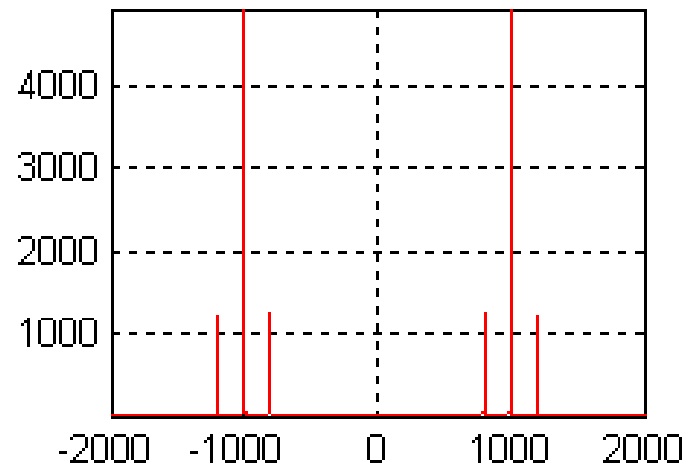


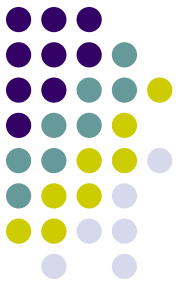


AM Signal



AM Signal spectrum



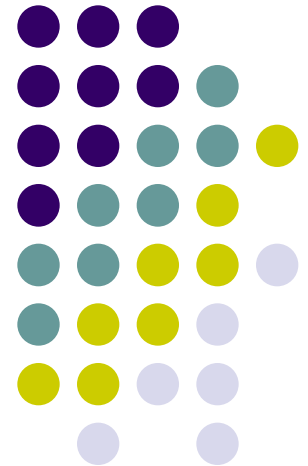


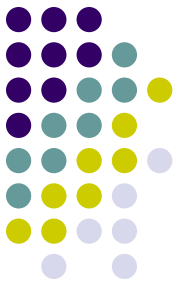
Συμπέρασμα

- Το διαμορφωμένο κατά γωνία σήμα στενής ζώνης είναι παρόμοιο με το σήμα AM
- Έχει εύρος ζώνης $2W$ διπλάσιο του σήματος προς διαμόρφωση

FM & PM ευρείας ζώνης

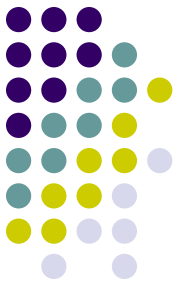
Broadband FM & PM





Φασματική ανάλυση

- Η μαθηματική αναπαράσταση του φάσματος στη γενική περίπτωση, ακόμη και για απλά σήματα, είναι δυσχερής λόγω των εμπλεκόμενων μη γραμμικοτήτων
- Επίσης, το διαμορφωμένο σήμα FM ή PM ευρείας ζώνης, εν γένει, δεν είναι περιοδικό
- Εντούτοις, είναι δυνατή η ανάλυση σε αρμονικές συνιστώσες όταν το $m(t)$ είναι περιοδική συνάρτηση
- Η απλούστερη περίπτωση είναι αυτή του ημιτονικού σήματος



Διαμόρφωση από απλό τόνο

- Όπως πριν για σήματα FM

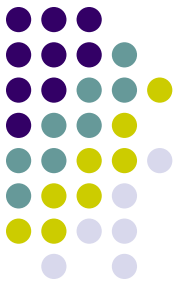
$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$$

- Ενώ για σήματα PM

$$m(t) = A_m \sin(2\pi f_m t)$$

- Έτσι και στις δύο περιπτώσεις το διαμορφωμένο σήμα από απλό τόνο θα είναι

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)]$$



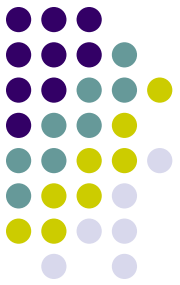
Μιγαδική περιβάλλουσα

- Το διαμορφωμένο κατά FM σήμα $s(t)$ που προκύπτει από απλό τόνο σήμα δεν είναι περιοδικό (πλην εξαιρέσεων)

$$\begin{aligned} s(t) &= A_c \cos[2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)] \\ &= A_c \operatorname{Re}[\exp(j2\pi f_c t + j\beta \sin(2\pi f_m t))] \\ &= \operatorname{Re}[\tilde{s}(t) \exp(j2\pi f_c t)] \end{aligned}$$

- όμως η μιγαδική του περιβάλλουσα $\tilde{s}(t)$ είναι περιοδικό σήμα, άρα μπορεί να αναλυθεί σε σειρά Fourier

$$\tilde{s}(t) = A_c \exp[j\beta \sin(2\pi f_m t)]$$



Ανάλυση σε σειρά Fourier

- Ανάπτυξη της μιγαδικής περιβάλλουσας σε σειρά Fourier

$$\tilde{s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(j2\pi n f_m t)$$

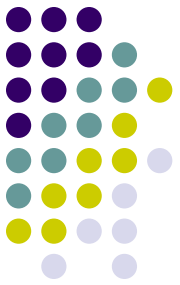
- με συντελεστές

$$c_n = \int_{-\frac{1}{2f_m}}^{\frac{1}{2f_m}} \tilde{s}(t) \exp(-j2\pi n f_m t) dt = f_m A_c \int_{-\frac{1}{2f_m}}^{\frac{1}{2f_m}} \exp[j\beta \sin(2\pi f_m t) - j2\pi n f_m t] dt$$

$$= \frac{A_c}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp[j(\beta \sin x - nx)] dx = A_c J_n(\beta)$$

- όπου $J_n(\beta)$ η συνάρτηση Bessel πρώτου είδους τάξης n με όρισμα το β

Φάσμα σήματος FM ευρείας ζώνης



- Άρα $\tilde{s}(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \exp(j2\pi n f_m t)$
- και επομένως

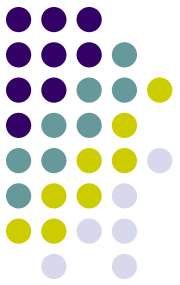
$$s(t) = A_c \operatorname{Re} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \exp[j2\pi(f_c + n f_m)t] \right]$$

$$= A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos[2\pi(f_c + n f_m)t]$$

- οπότε το φάσμα σήματος FM είναι

$$S(f) = A_c \operatorname{Re} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \exp[j2\pi(f_c + n f_m)t] \right]$$

$$= \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(f - f_c - n f_m) + \delta(f + f_c + n f_m)]$$



Ιδιότητες συναρτήσεων Bessel

- Η συνάρτηση Bessel πρώτου είδους τάξης n είναι

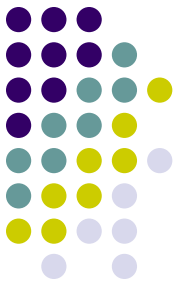
$$J_n(\beta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (\beta/2)^{n+2k}}{k!(k+n)!}$$

- και για μικρές τιμές του β $J_n(\beta) \approx \frac{\beta^n}{2^n n!}$
- επίσης

$$J_{-n}(\beta) = \begin{cases} J_n(\beta) & n \text{ άρτιος} \\ -J_n(\beta) & n \text{ περιττός} \end{cases}$$

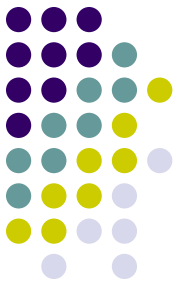
$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta) = 1$$

Ισχύς σήματος FM ευρείας ζώνης

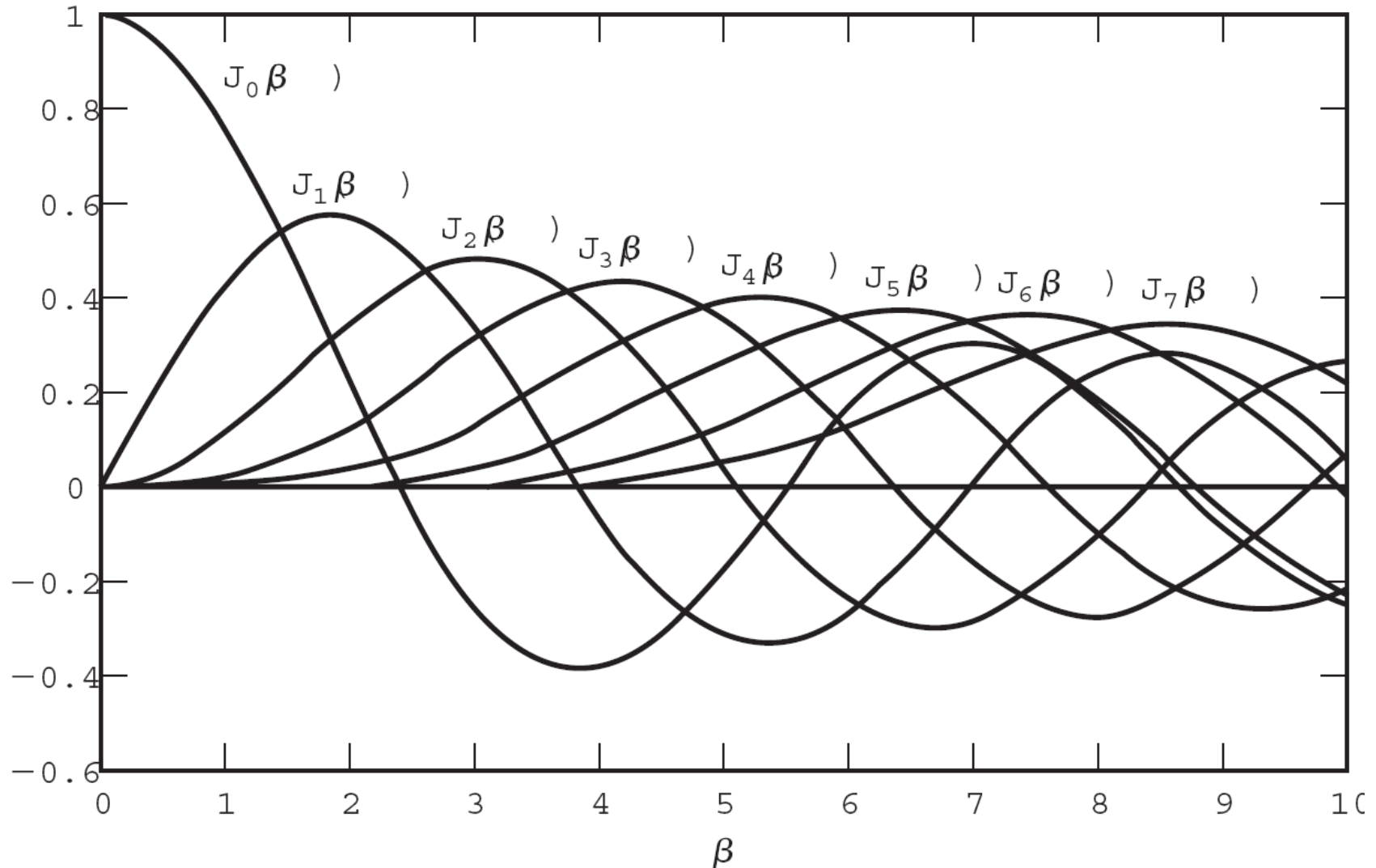


- Αφού
$$s(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos[2\pi(f_c + nf_m)t]$$
- επομένως
$$P = \frac{A_c^2}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta)$$
$$= \frac{A_c^2}{2}$$

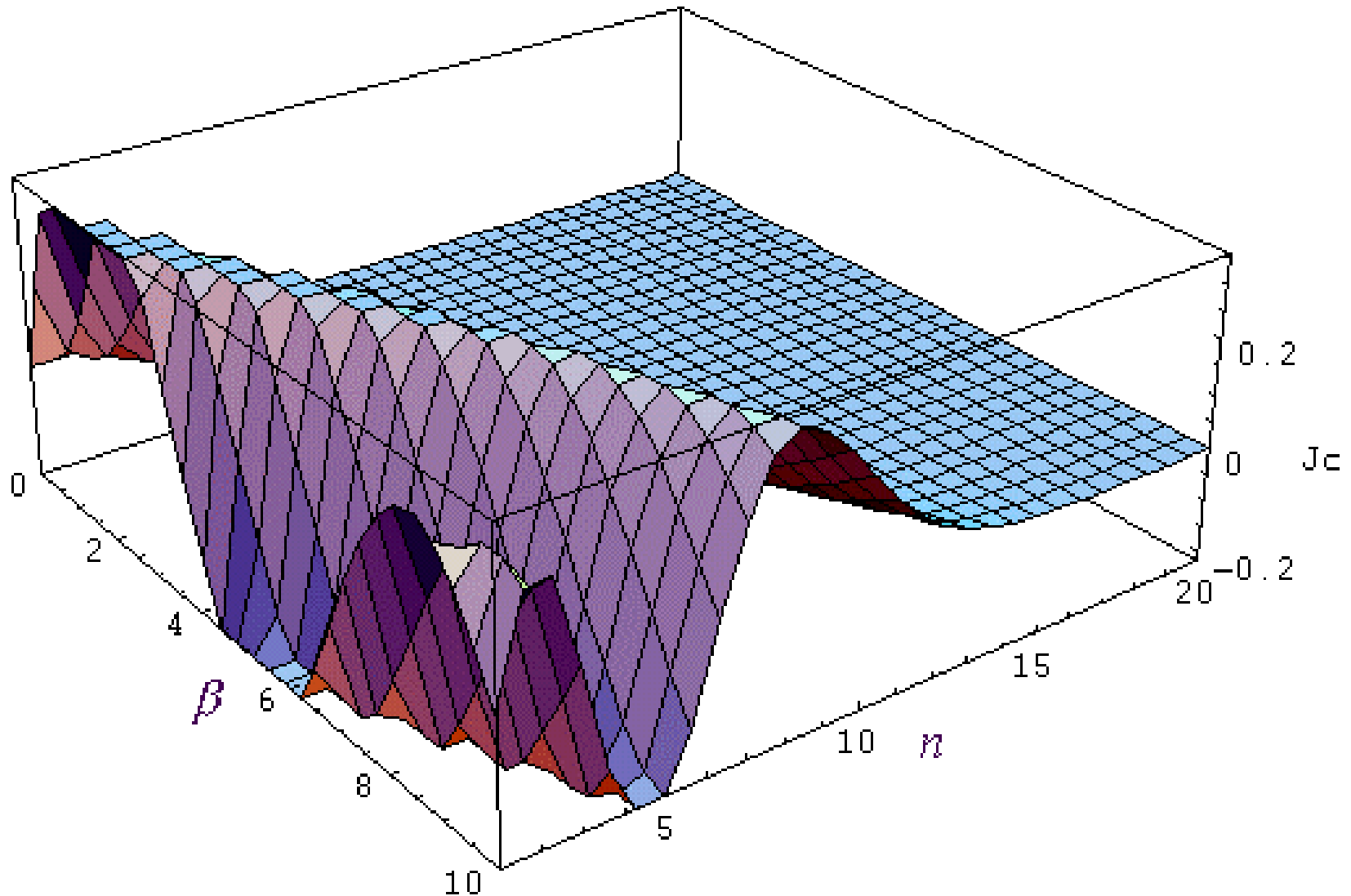
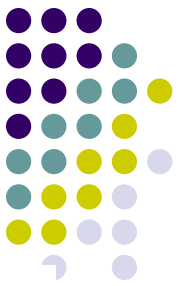
Τιμές συναρτήσεων Bessel

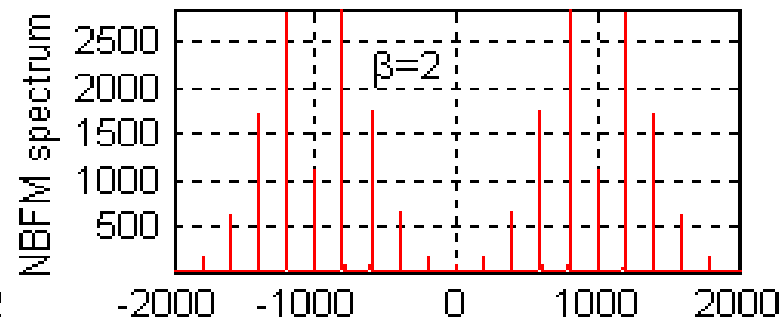
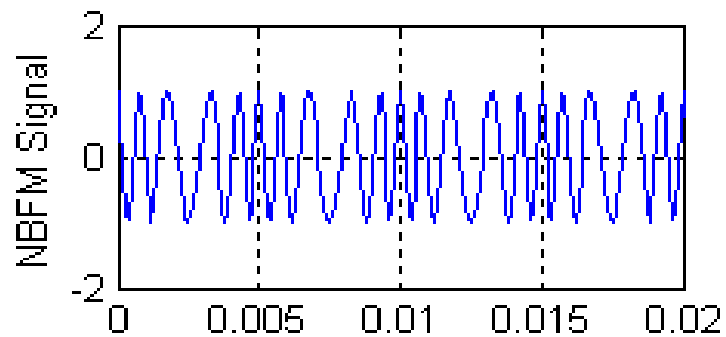
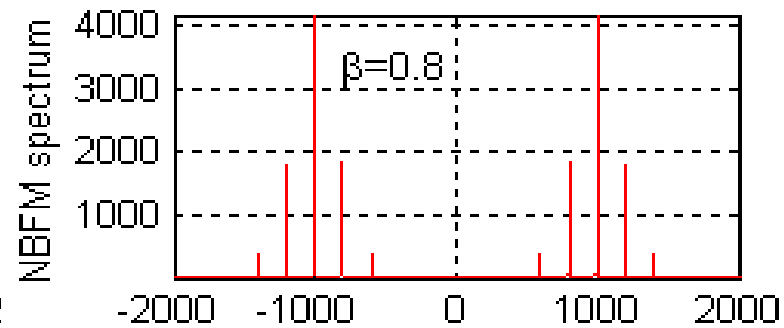
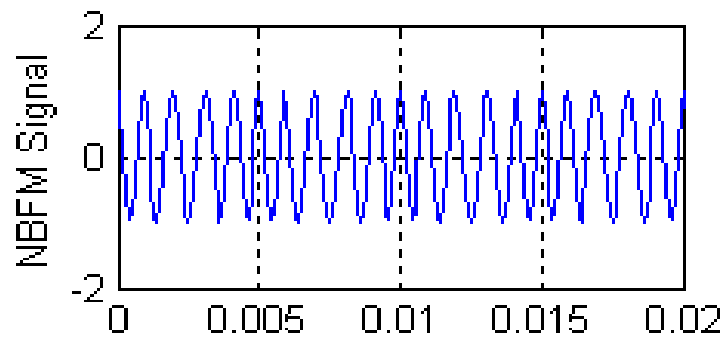
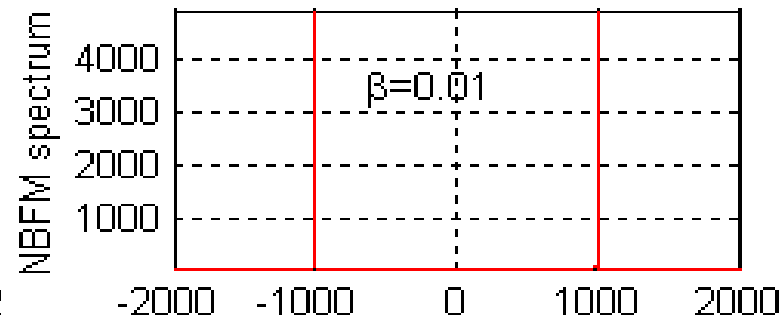
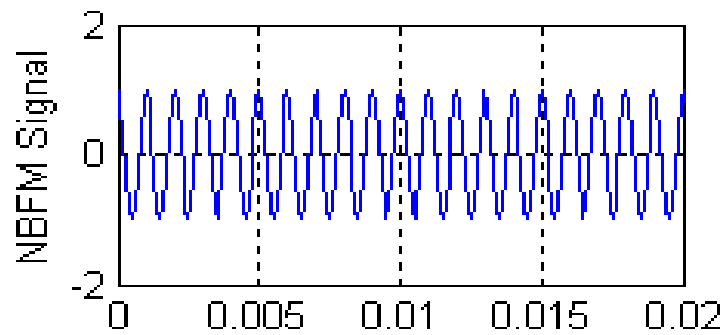
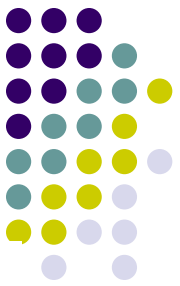


Διάγραμμα των συναρτήσεων Bessel $J_n(\beta)$

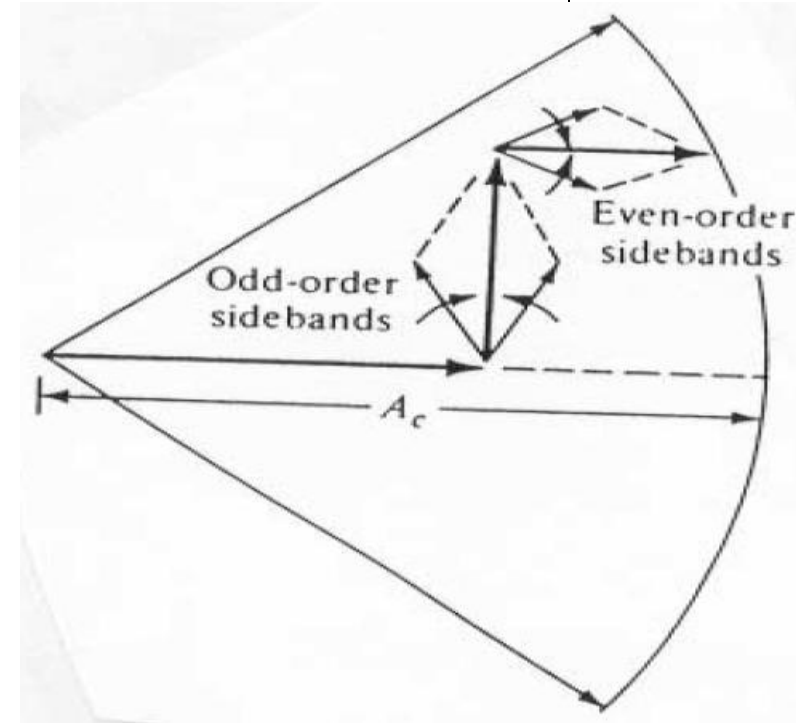
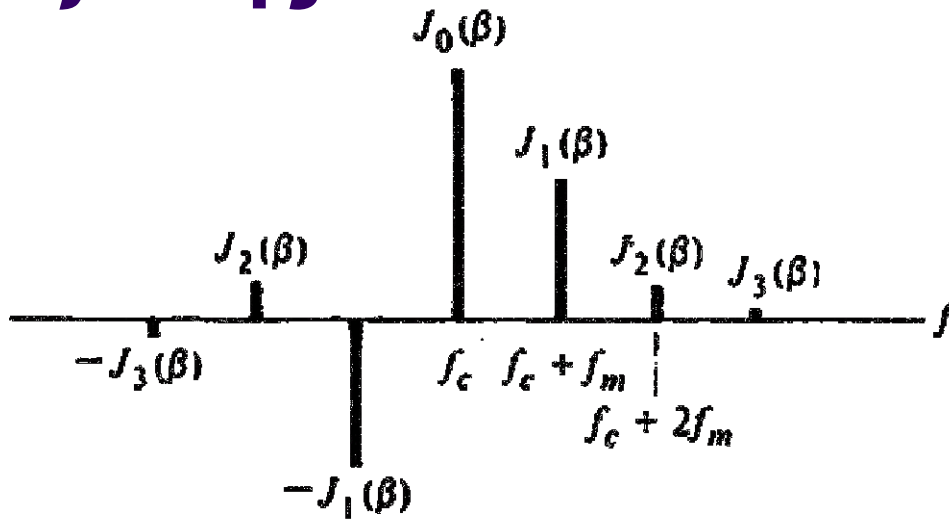


Τιμές συναρτήσεων Bessel





Φάσμα σήματος FM ευρείας ζώνης



- Οι περιττές συνιστώσες είναι ορθογώνιες προς το φέρον και προκαλούν την επιθυμητή **διαμόρφωση συχνότητας** και κάποια ανεπιθύμητη **παραμόρφωση πλάτους**
- Οι άρτιες συνιστώσες είναι συμφασικές με το φέρον και διορθώνουν την παραμόρφωση πλάτους

Διαμόρφωση από πολλούς τόνους



- Έστω ότι

$$m(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t) + A_2 \cos(2\pi f_2 t)$$

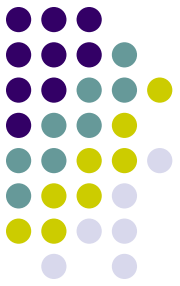
- και οι συχνότητες f_1 και f_2 δεν σχετίζονται αρμονικά (πολλαπλάσιο η μία της άλλης), τότε

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \beta_1 \sin(2\pi f_1 t) + \beta_2 \sin(2\pi f_2 t)]$$

- όπου

$$\beta_1 = \frac{k_f A_1}{f_1} = \frac{\Delta f_1}{f_1}, \quad \beta_2 = \frac{k_f A_2}{f_2} = \frac{\Delta f_2}{f_2}$$

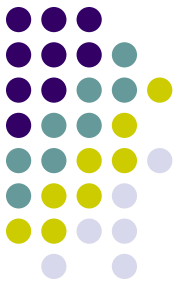
Διαμόρφωση από πολλούς τόνους



- Μετά από πολλές (προφανείς) πράξεις

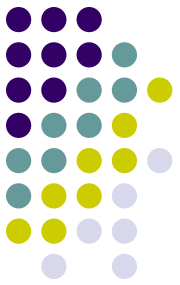
$$s(t) = A_c \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_m(\beta_1) J_n(\beta_2) \cos[2\pi(f_c + mf_1 + nf_2)t]$$

Φάσμα σήματος FM από πολλούς τόνους

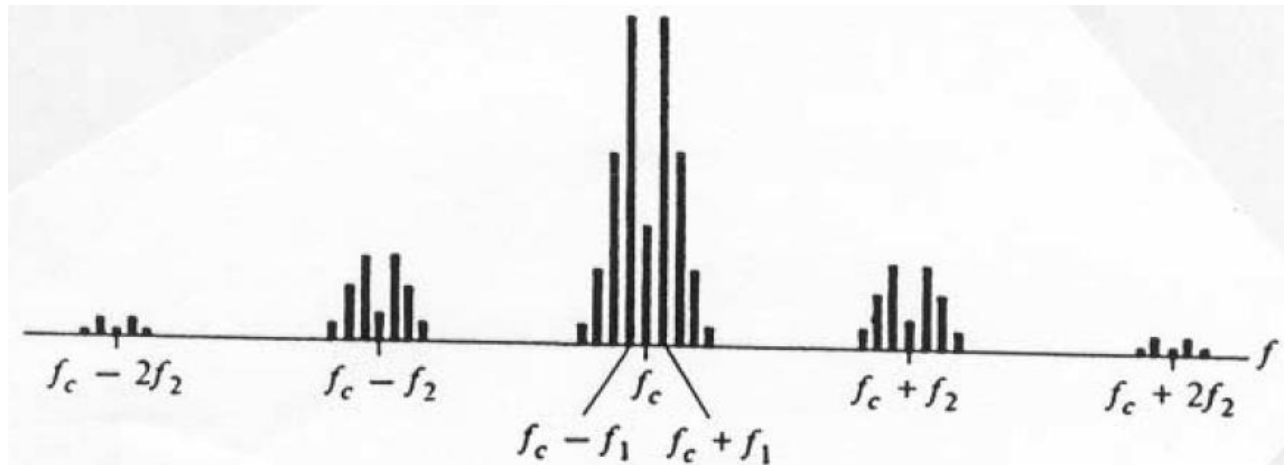


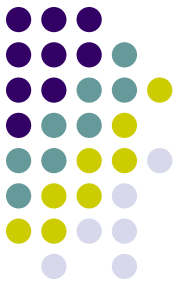
- Το φάσμα του διαμορφωμένου σήματος FM από πολλούς τόνους περιλαμβάνει
 - όλες τις πλευρικές συχνότητες που προκύπτουν από την f_1 , δηλαδή, $f_c \pm mf_1$
 - όλες τις πλευρικές συχνότητες που προκύπτουν από την f_2 , δηλαδή, $f_c \pm nf_2$
 - όλες τις συχνότητες ενδοδιαμόρφωσης, δηλαδή, $f_c \pm mf_1 \pm nf_2$

Φάσμα σήματος FM από πολλούς τόνους



- Έστω $f_1 < f_2$ και $\beta_1 > \beta_2$





Διαμόρφωση από περιοδικό σήμα

- Έστω ότι $m(t)$ είναι περιοδικό σήμα, τότε η μιγαδική περιβάλλουσα του $s(t)$ θα είναι και αυτή περιοδικό σήμα

$$\tilde{s}(t) = A_c \exp[j\beta m(t)]$$

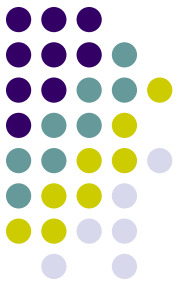
- οπότε μπορεί να αναλυθεί σε σειρά Fourier

$$\tilde{s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(j2\pi n f_m t)$$

- με συντελεστές

$$c_n = \int_0^{T_m} \exp[j\beta m(f_m) - j2\pi n f_m t] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\left[j\left(\beta m\left(\frac{x}{2\pi f_m}\right) - nx\right)\right] dx$$

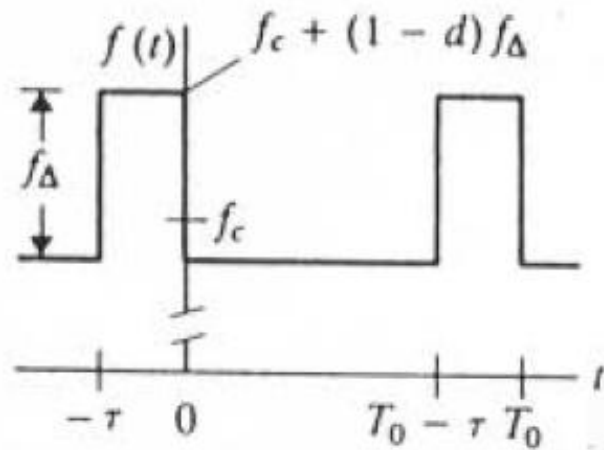
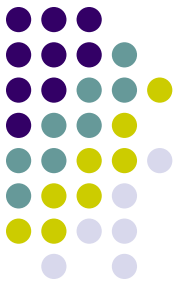
Φάσμα σήματος FM από περιοδικό σήμα



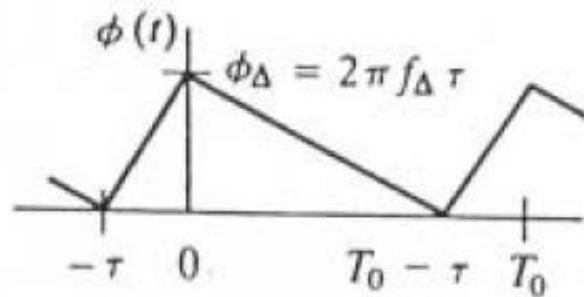
- Άρα
$$s(t) = A_c \operatorname{Re} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp[j2\pi(f_c + nf_m)t] \right]$$
$$= A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n| \cos[2\pi(f_c + nf_m)t + \angle c_n]$$
- οπότε το φάσμα σήματος FM που προκύπτει από διαμόρφωση με περιοδικό σήμα περιέχει μόνο τις αρμονικές $f_c \pm nf_m$ που προκαλούνται από την f_m

$$S(f) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n| [\delta(f - f_c - nf_m) \exp(j\angle c_n) + \delta(f + f_c + nf_m) \exp(-j\angle c_n)]$$

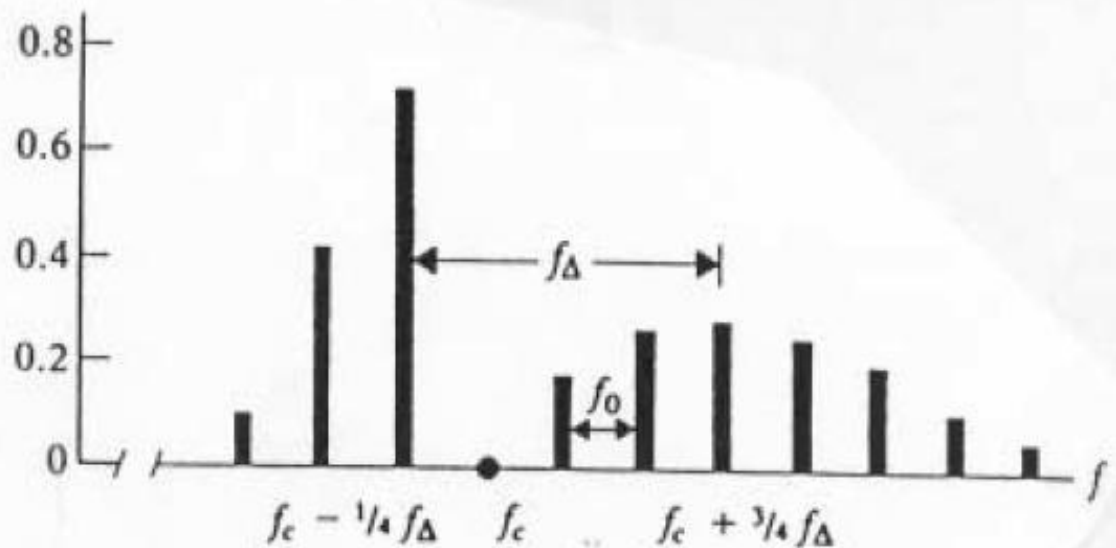
Φάσμα σήματος FM από περιοδικό σήμα

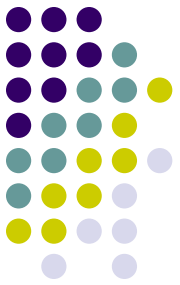


(a)



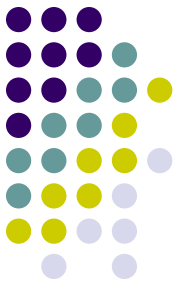
(b)





Σύνθεση FM

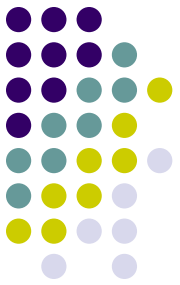
- Τι συμβαίνει στο φάσμα, εάν $f_m > f_c$?
 - Η ανάλυση σε σειρά Fourier με συντελεστές συναρτήσεις Bessel ισχύει
- Εμφανίζονται συχνότητες γύρω από την f_c που απέχουν κατά f_m
 - $f_c + f_m, f_c + 2f_m, f_c + 3f_m, f_c + 4f_m, \dots$ (θετικές) μεγαλύτερες της f_c
 - $f_c - f_m, f_c - 2f_m, f_c - 3f_m, f_c - 4f_m, \dots$ (αρνητικές) μικρότερες της f_c που όμως αναδιπλώνονται στις θετικές $f_m - f_c, 2f_m - f_c, 3f_m - f_c, 4f_m - f_c, \dots$
 - Από ακουστικής πλευράς, οι αναδιπλωμένες συχνότητες εμφανίζουν αντιστροφή φάσης



Σύνθεση FM

- Οι συχνότητες που προκύπτουν μπορεί να έχουν **αρμονική** σχέση με την f_c , ανάλογα με την τιμή του κλάσματος f_c / f_m
- Π.χ., εάν $f_c / f_m = 1/2$, το διαμορφωμένο σήμα FM περιέχει τις συχνότητες
 - $f_c, 3f_c, 5f_c, 7f_c \dots$
 - διότι οι αναδιπλωμένες συχνότητες ταυτίζονται με τις θετικές
 - Το σήμα FM που προκύπτει περιέχει **όλες τις περιττές αρμονικές** του φέροντος!
- Π.χ., εάν $f_c / f_m = 1$, το διαμορφωμένο σήμα FM περιέχει τις συχνότητες
 - $f_c, 2f_c, 3f_c, 4f_c \dots$ και μια συνιστώσα dc (συχνότητα 0)
 - Το σήμα FM που προκύπτει περιέχει **όλες τις αρμονικές** του φέροντος!

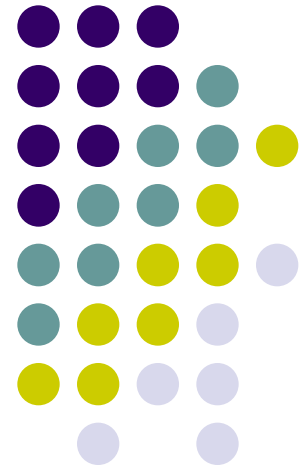
Σύνθεση FM



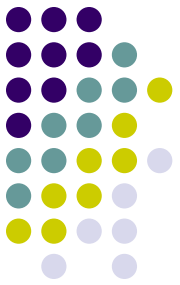
- Η σύνθεση FM είναι ανακάλυψη του John Chowning, Stanford University (1966)
 - παρατήρησε ότι το βιμπράτο (περιοδική μεταβολή της συχνότητας μιας μουσικής νότας) εξαφανίζονταν από το διαμορφωμένο σήμα, όταν η συχνότητα του σήματος διαμόρφωσης μεγάλωνε πέρα από ένα όριο
 - στην πραγματικότητα πειραματίζονταν με διαμόρφωση FM, μόνο που οι συχνότητες ήταν χαμηλές και μπορούσε να τις ακούσει
 - το Stanford προσέγγισε αμερικανούς κατασκευαστές για την εμπορική υλοποίηση της ιδέας, που όμως δεν διείδαν τις δυνατότητες της σύνθεσης FM
 - μετά στράφηκε στην Yamaha και τα υπόλοιπα είναι ιστορία ...

Εύρος ζώνης για μετάδοση FM

Εύρος ζώνης σήματος FM



Εύρος ζώνης σήματος FM στενής ζώνης



- Για μικρές τιμές του δείκτη διαμόρφωσης β
$$J_0(\beta) \simeq 1$$

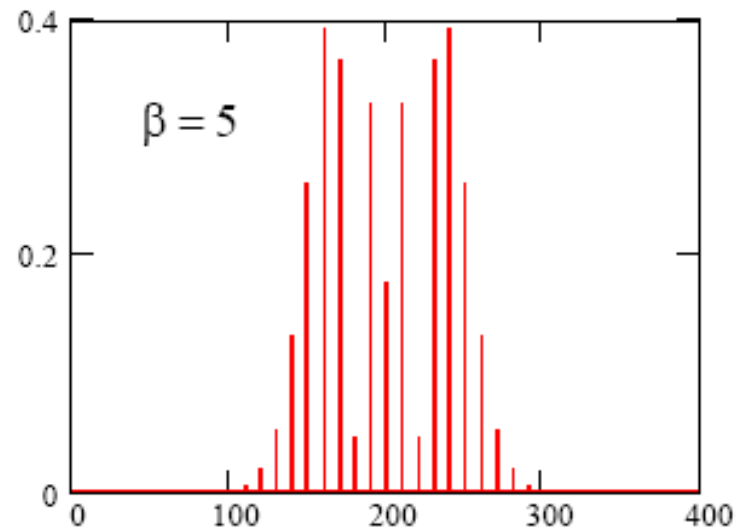
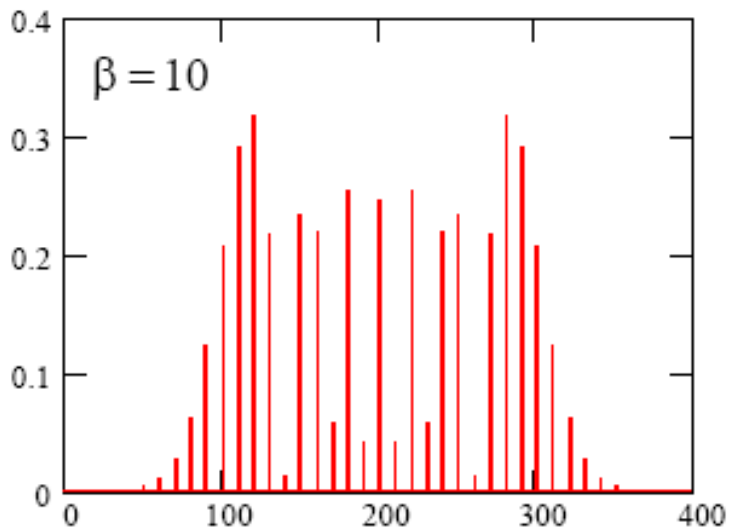
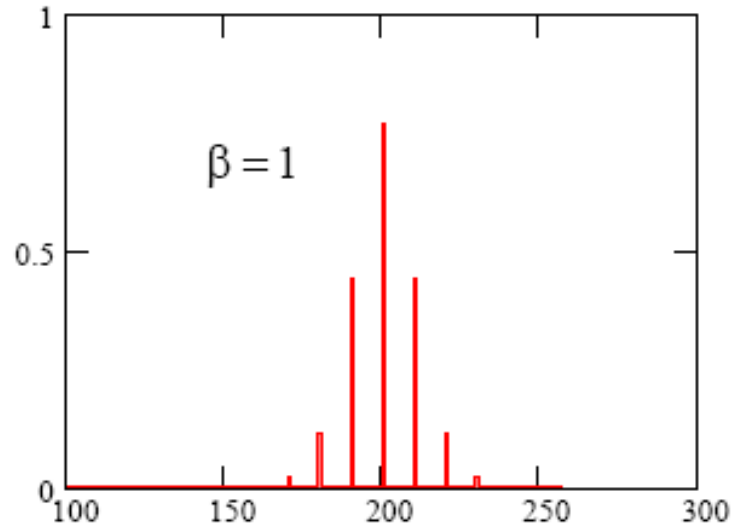
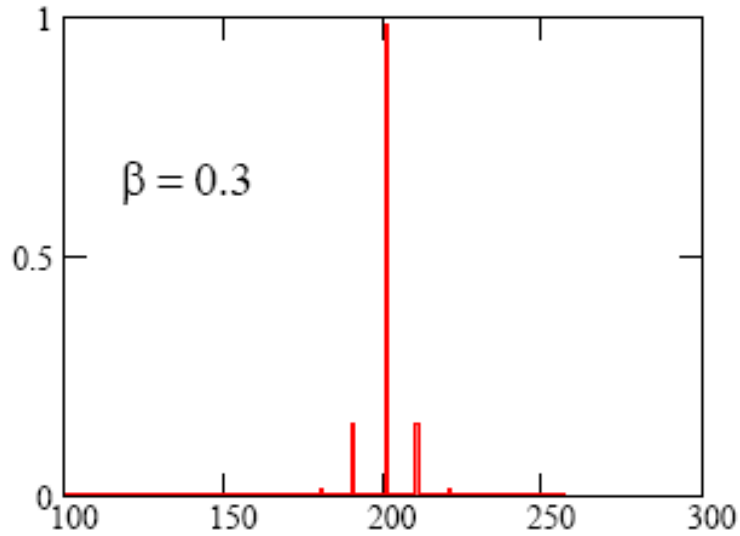
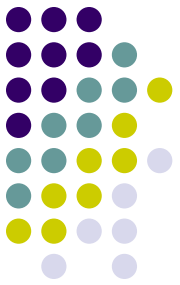
$$J_1(\beta) \simeq \frac{\beta}{2}, \quad J_{-1}(\beta) \simeq -\frac{\beta}{2}$$

$$J_n(\beta) \simeq 0, \quad n > 1$$

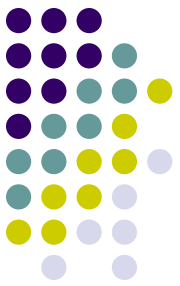
- και επομένως μόνο η πρώτη πλευρική του διαμορφωμένου σήματος FM έχει σημασία (FM στενής ζώνης)
- οπότε

$$B_T = 2 f_m = 2W$$

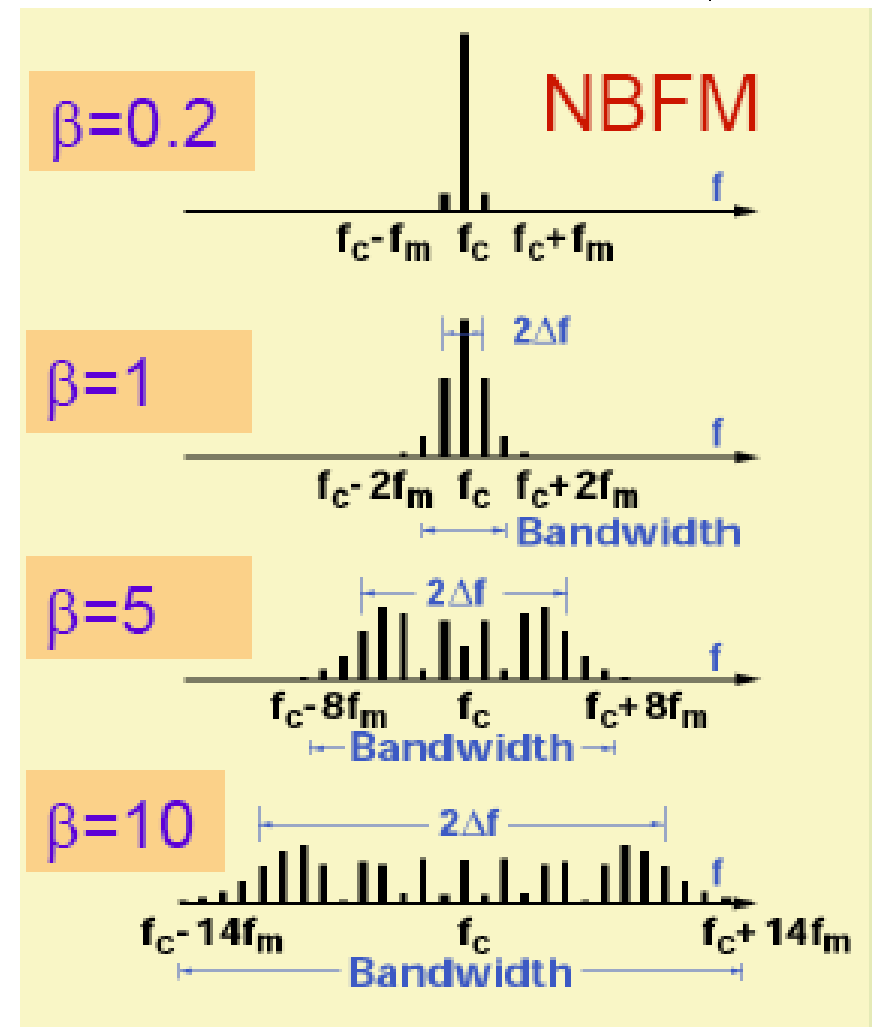
Φάσμα σήματος FM ευρείας ζώνης



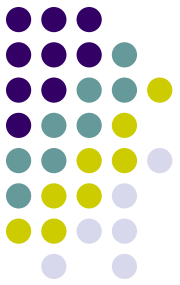
Φάσμα σήματος FM ευρείας ζώνης



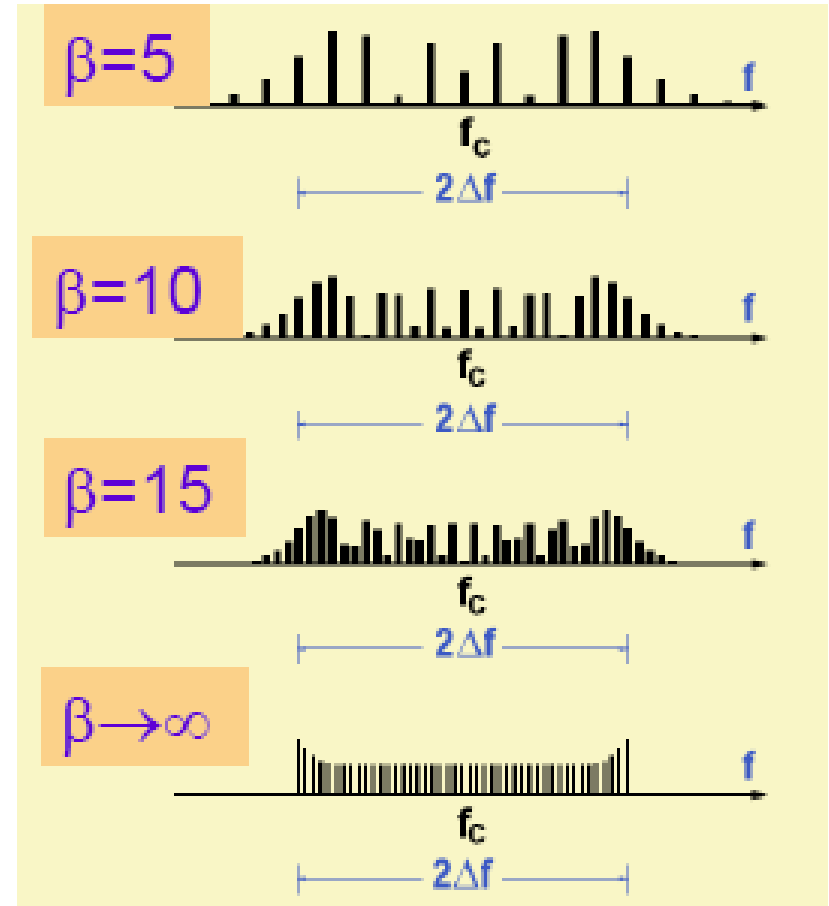
- Έστω ότι διατηρούμε το W σταθερό
- Μεταβάλλουμε το β αυξάνοντας την απόκλιση συχνότητας Δf
- Η απόσταση των γραμμών σταθερή στο f_m
- Το εύρος ζώνης μεγαλώνει



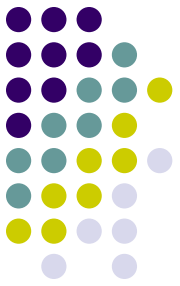
Φάσμα σήματος FM ευρείας ζώνης



- Έστω ότι διατηρούμε την Δf σταθερή
- Αυξάνουμε το β
- Μειώνεται η απόσταση των γραμμών (f_m)
- Μειώνεται το W
- Το εύρος ζώνης παραμένει περίπου σταθερό $2\Delta f$

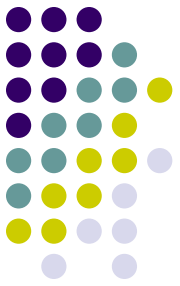


Εύρος ζώνης σήματος FM ευρείας ζώνης



- Το φάσμα του σήματος FM ευρείας ζώνης περιέχει άπειρες συνιστώσες
 - Το πλάτος των υψηλής τάξης συνιστωσών είναι αμελητέο
 - Πρακτικά το φάσμα είναι πεπερασμένο!

Εύρος ζώνης σήματος FM ευρείας ζώνης

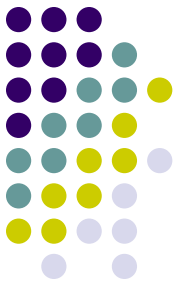


- Μπορεί να ορισθεί ένα **ενεργό εύρος ζώνης** που να περιλαμβάνει μόνο τις σημαντικές συνιστώσες
- Για μεγάλες τιμές του β μπορούμε να διατηρήσουμε μόνο τις M πρώτες συνιστώσες που περιλαμβάνουν π.χ. το 99% της ολικής ισχύος

$$\sum_{n=-M+1}^{M-1} J_n^2(\beta) < 0,99, \quad \sum_{n=-M}^M J_n^2(\beta) \geq 0,99$$

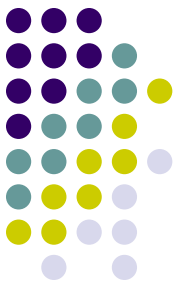
$$B_T = 2M(\beta) f_m = 2M(\beta) W$$

Εύρος ζώνης σήματος FM ευρείας ζώνης



- Μια εναλλακτική προσέγγιση είναι να κρατήσουμε μόνο τους όρους του αναπτύγματος Fourier που θεωρούμε σημαντικούς
 - Π.χ. μόνο αυτούς για τους οποίους (με τιμές του ε στην περιοχή 0,01 με 0,1)
- $$|J_M(\beta)| > \varepsilon, \quad |J_{M+1}(\beta)| < \varepsilon$$
- Η πρώτη προσέγγιση $\varepsilon=0,01$ είναι ιδιαίτερα συντηρητική
 - Η δεύτερη $\varepsilon=0,1$ αντιστοιχεί σε μια μικρή παραμόρφωση (και σχεδόν ταυτίζεται με το κριτήριο του 99% της ολικής ισχύος)

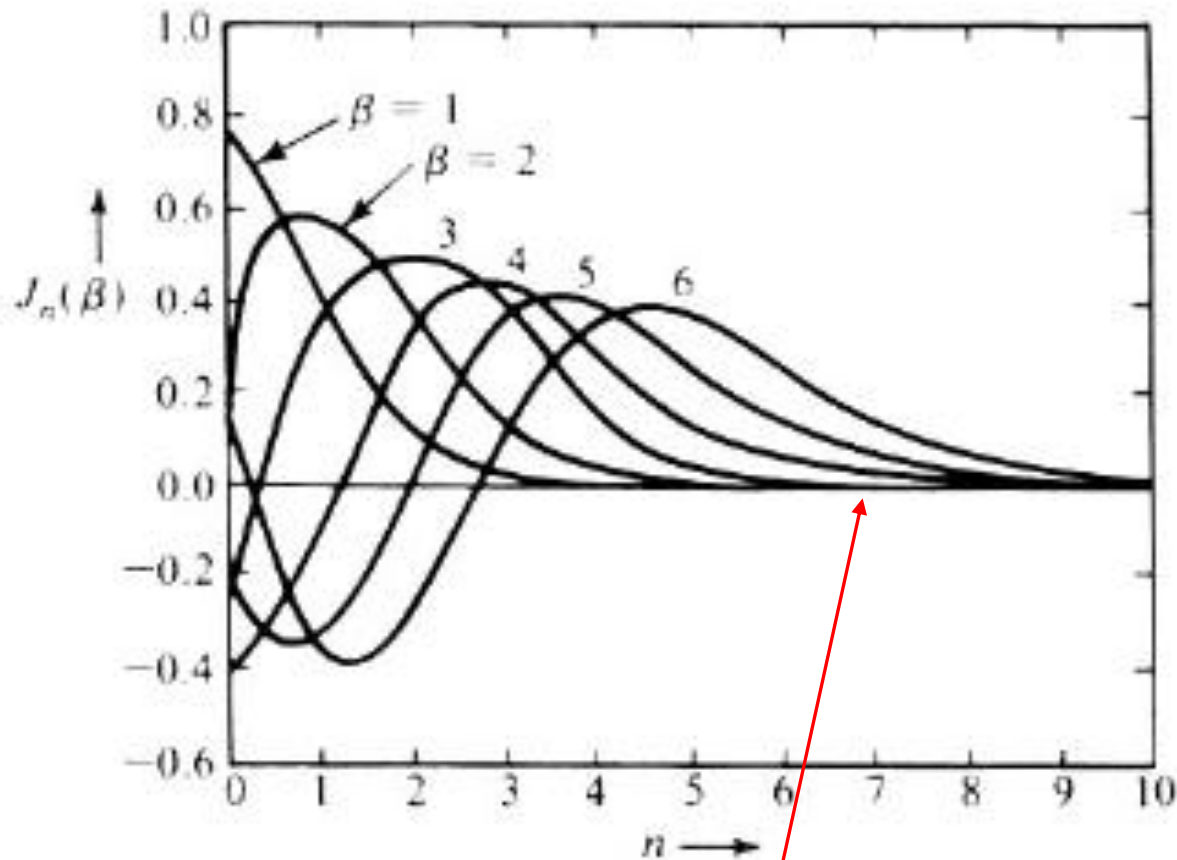
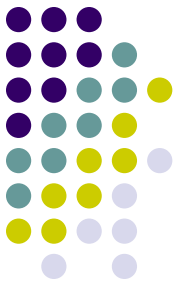
Πίνακας τιμών συναρτήσεων Bessel



n	$\beta = 0.1$	$\beta = 0.2$	$\beta = 0.5$	$\beta = 1$	$\beta = 2$	$\beta = 5$	$\beta = 8$	$\beta = 10$	n
0	<u>0.998</u>	<u>0.990</u>	0.938	0.765	0.224	-0.178	0.172	-0.246	0
1	0.050	0.100	<u>0.242</u>	0.440	0.577	-0.328	0.235	0.043	1
2	0.001	0.005	0.031	<u>0.115</u>	0.353	0.047	-0.113	0.255	2
3				0.020	<u>0.129</u>	0.365	-0.291	0.058	3
4				0.002	0.034	0.391	-0.105	-0.220	4
5					0.007	0.261	0.186	-0.234	5
6					0.001	<u>0.131</u>	0.338	-0.014	6
7						0.053	0.321	0.217	7
8						0.018	0.223	0.318	8
9						0.006	<u>0.126</u>	0.292	9
10						0.001	0.061	0.207	10
11							0.026	<u>0.123</u>	11
12							0.010	0.063	12
13							0.003	0.029	13
14							0.001	0.012	14
15								0.004	15
16								0.001	16

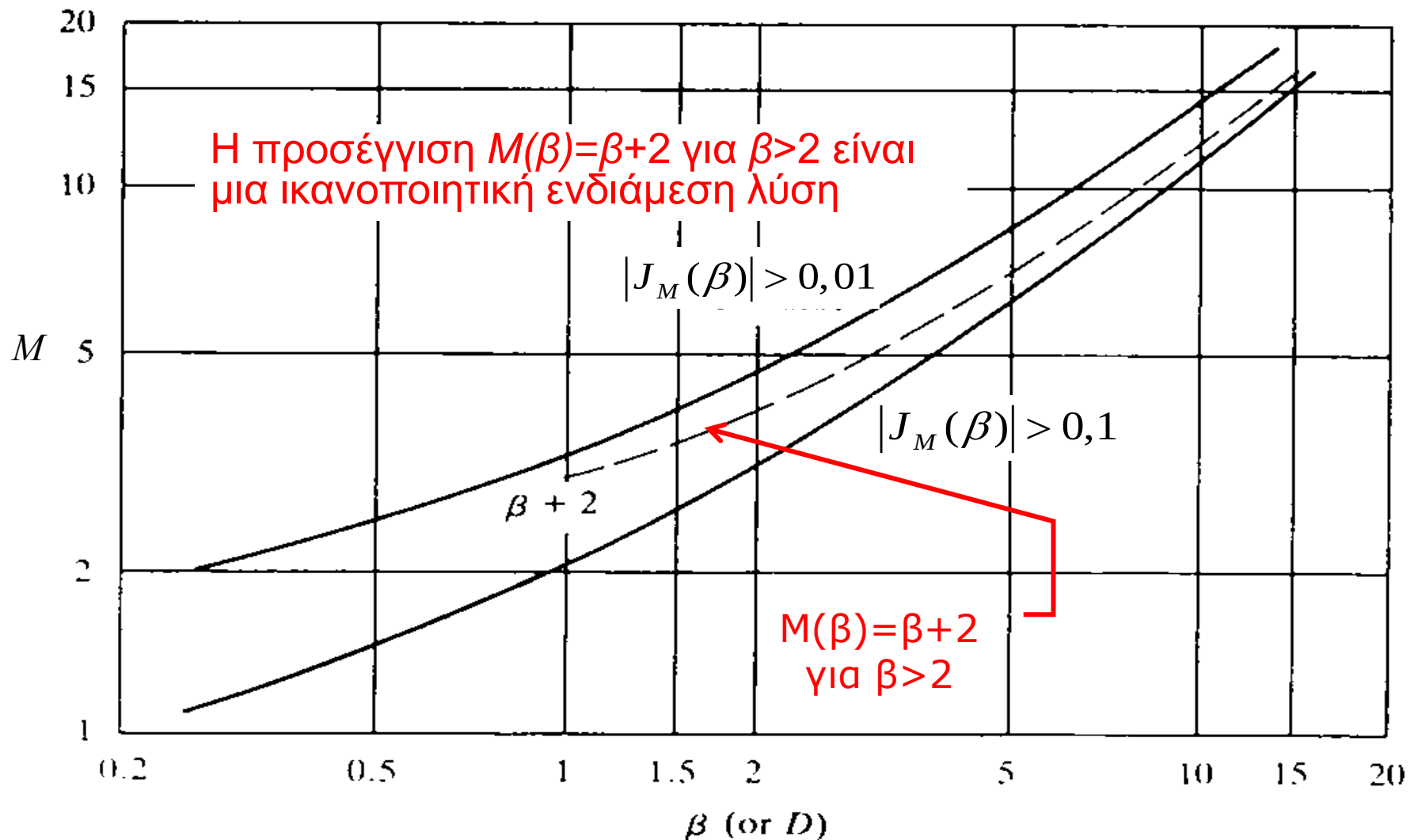
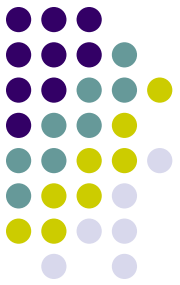
Ο τελευταίος
σημαντικός όρος
 $M(\beta)=[\beta+1]$

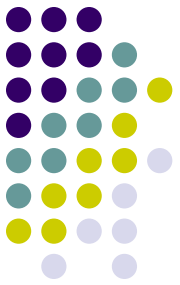
Μια άλλη άποψη των συναρτήσεων Bessel



Όπως πριν, ο τελευταίος
σημαντικός όρος $M(\beta)=[\beta+1]$

Ο αριθμός M των σημαντικών όρων ως συνάρτηση του β





Κανόνας Carson

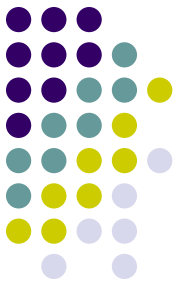
- Το απαιτούμενο εύρος ζώνης για μετάδοση σήματος FM (που προέρχεται από διαμόρφωση απλού τόνου) είναι

Κανόνας
Carson

$$B_T = 2(\beta + 1) f_m = \begin{cases} 2\left(\frac{\Delta f}{f_m} + 1\right) f_m = 2\Delta f + 2 f_m & \text{FM} \\ 2(\Delta\phi + 1) f_m & \text{PM} \end{cases}$$

- με το αντίστοιχο πλήθος αρμονικών που περιέχονται σε αυτό να είναι

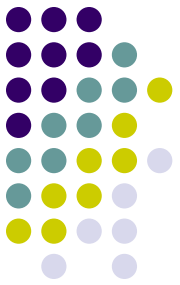
$$M_c = 2\lfloor \beta \rfloor + 3 = \begin{cases} 2\left\lfloor \frac{\Delta f}{f_m} \right\rfloor + 3 & \text{FM} \\ 2\lfloor \Delta\phi \rfloor + 3 & \text{PM} \end{cases}$$



Εύρος ζώνης σήματος FM

- Στην περίπτωση αυθαίρετου σήματος $m(t)$ ο λόγος απόκλισης D παίζει τον ρόλο του δείκτη διαμόρφωσης β
- Ο λόγος απόκλισης ορίζεται ως $D = \Delta f / W$
- Η μέγιστη απαίτηση για εύρος ζώνης προκαλείται από το μέγιστο πλάτος της μέγιστης εκ των προς μετάδοση συχνοτήτων
- Το εύρος ζώνης κατ' αναλογία με τη διαμόρφωση από απλό τόνο είναι

$$B_T = 2M(D)W$$



Εύρος ζώνης σήματος FM

- Για διαμόρφωση στενής ζώνης

$$B_T = 2W$$

- Για διαμόρφωση ευρείας ζώνης

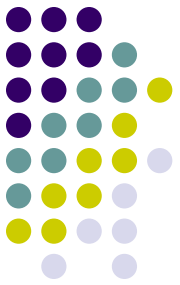
$$B_T = 2\Delta f = 2DW$$

- Κανόνας Carson

$$B_T = 2(\Delta f + W) = 2(D + 1)W, \quad \begin{array}{l} D \gg 1 \\ D \ll 1 \end{array}$$

- Για $2 < D < 10$ καλύτερη προσέγγιση είναι

$$B_T = 2(\Delta f + 2W) = 2(D + 2)W, \quad D > 2$$



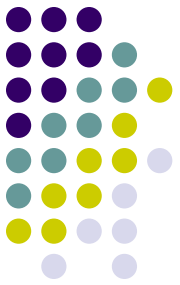
Εύρος ζώνης σήματος PM

- Χρήση κανόνα Carson παρόμοια με το FM
- Η στιγμιαία συχνότητα είναι

$$f_i = f_c + \frac{k_p}{2\pi} \dot{m}(t)$$

- η μέγιστη απόκλιση συχνότητας είναι

$$\Delta f = \frac{k_p}{2\pi} \max \{ |\dot{m}(t)| \}$$



Εύρος ζώνης σήματος PM

- Ο λόγος απόκλισης D είναι η **μέγιστη απόκλιση φάσης** του σήματος FM στην ακραία περίπτωση εύρους ζώνης
- Άρα η ανάλυση FM ισχύει για διαμόρφωση PM αρκεί να αντικατασταθεί το D με την $\Delta\phi$
- Κανόνας Carson
$$B_T = 2(\Delta\phi + W)$$
- Όμως, σε αντίθεση με το FM ο όρος $\Delta\phi$ δεν εξαρτάται από το W