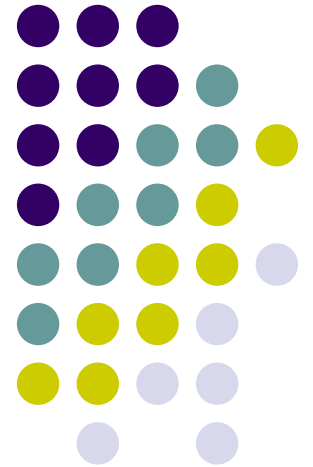
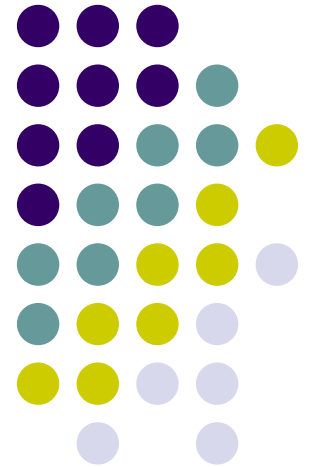


Διαμόρφωση Συχνότητας

Frequency Modulation (FM)



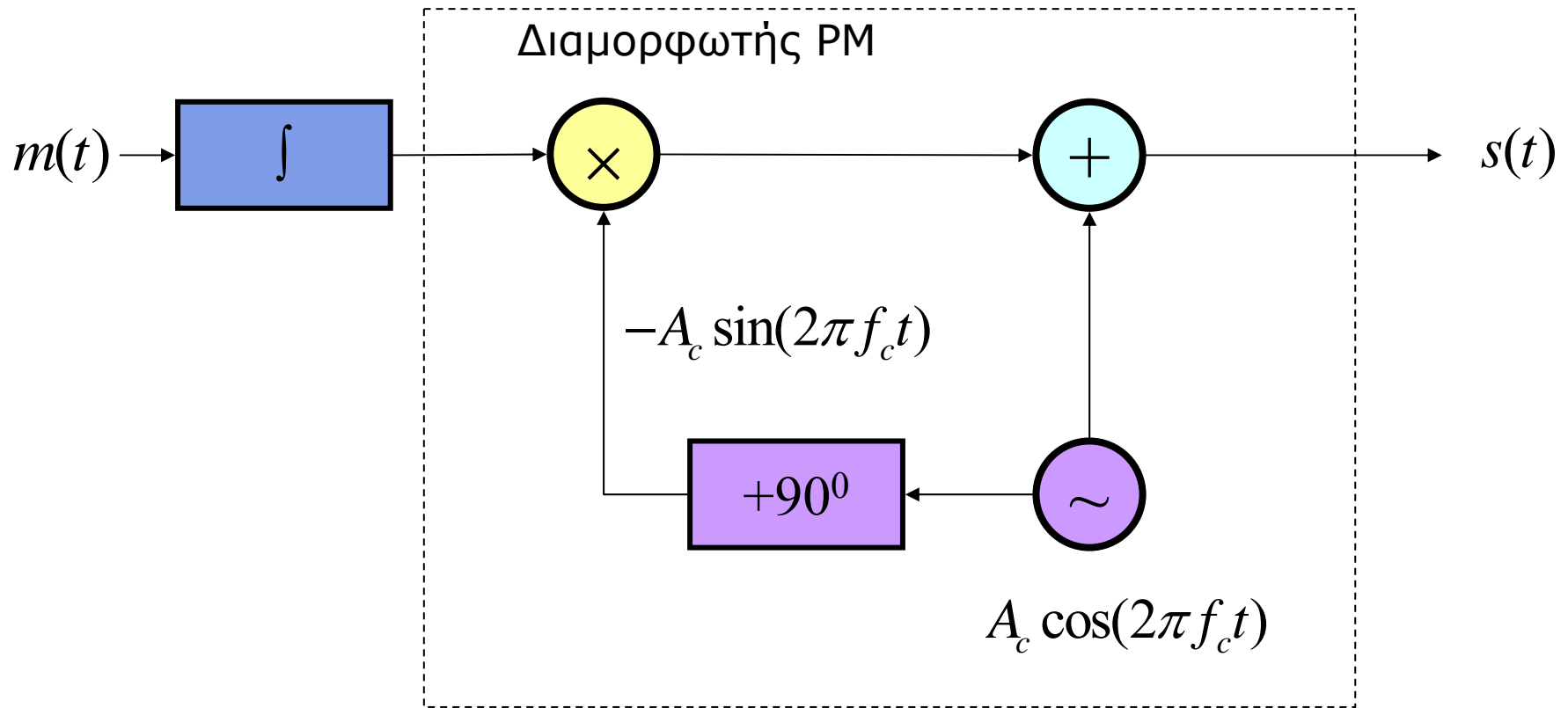
Παραγωγή σημάτων FM



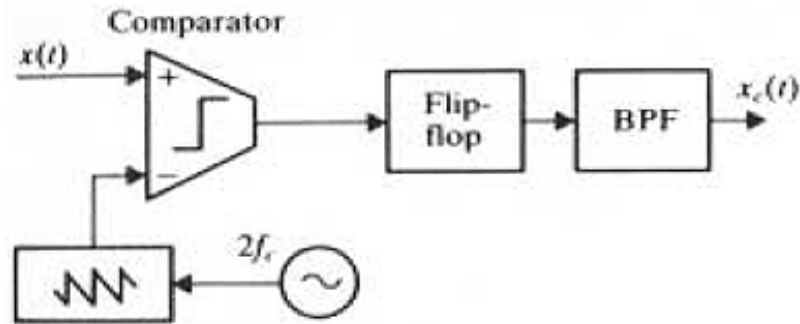
Διαμόρφωση FM στενής ζώνης



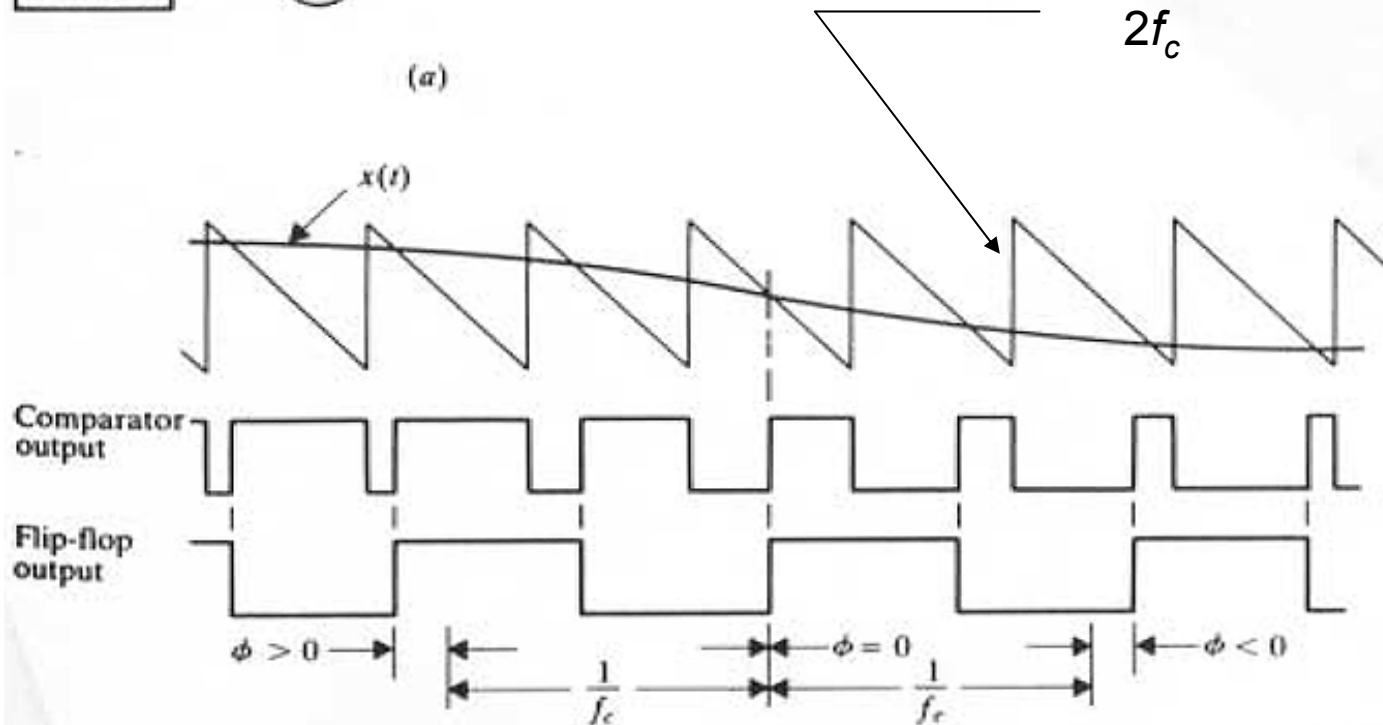
$$s(t) \approx A_c [\cos(2\pi f_c t) - \phi(t) \sin(2\pi f_c t)]$$



Διαμόρφωση PM στενής φάσης



(a)



(b)



Έμμεση FM

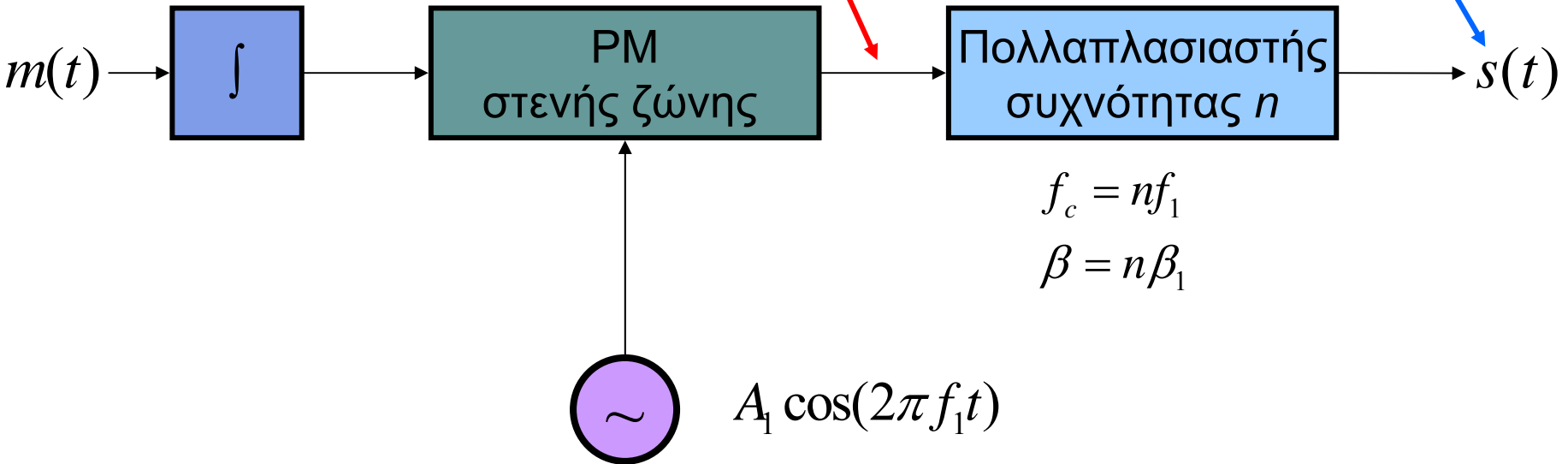
- Πρώτα, παραγωγή σήματος FM στενής ζώνης
- Μετά το σήμα FM πολλαπλασιάζεται κατά συχνότητα ώστε να προκύψει η επιθυμητή απόκλιση συχνότητας
- Εύκολη σταθεροποίηση της συχνότητας φέροντος
- Η εμπορική ραδιοφωνία FM βασίζεται σε αυτή την τεχνική

Έμφαση FM



$$s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi n k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right]$$

$$s_1(t) = A_c \cos \left[2\pi f_1 t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right]$$





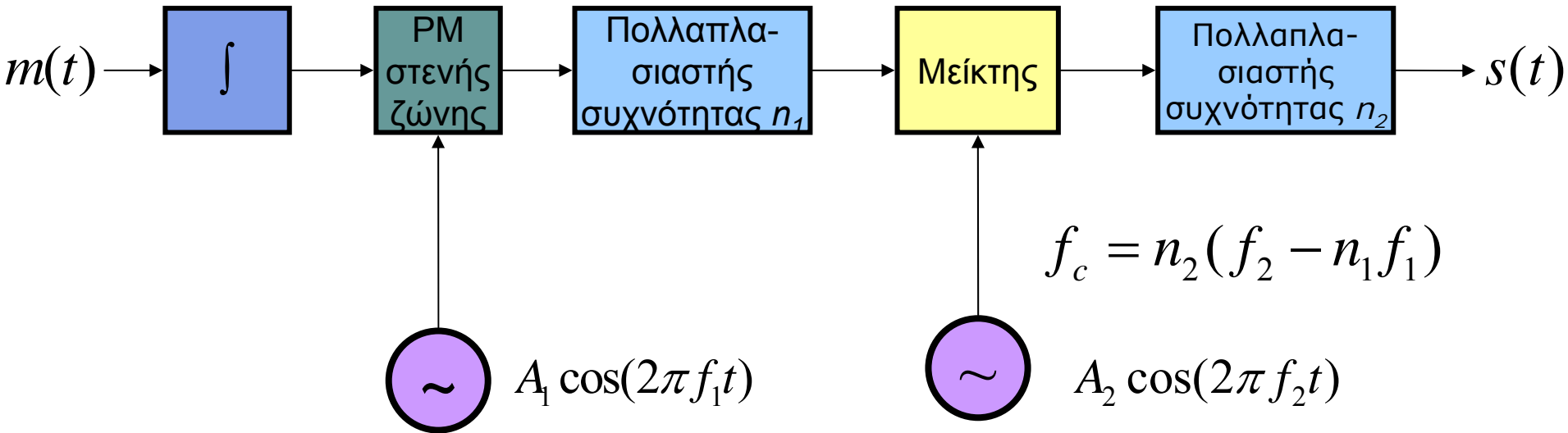
Έμμεση FM σε δύο στάδια

- Ο πολλαπλασιασμός επί n οδηγεί ταυτόχρονα σε πολλαπλασιασμό της συχνότητας του φέροντος f_c , της απόκλισης συχνότητας Δf και του δείκτη διαμόρφωσης β επί n
- Τι γίνεται εάν η ανάγκη για πολλαπλασιασμό συχνότητας φέροντος και δείκτη διαμόρφωσης διαφέρει;

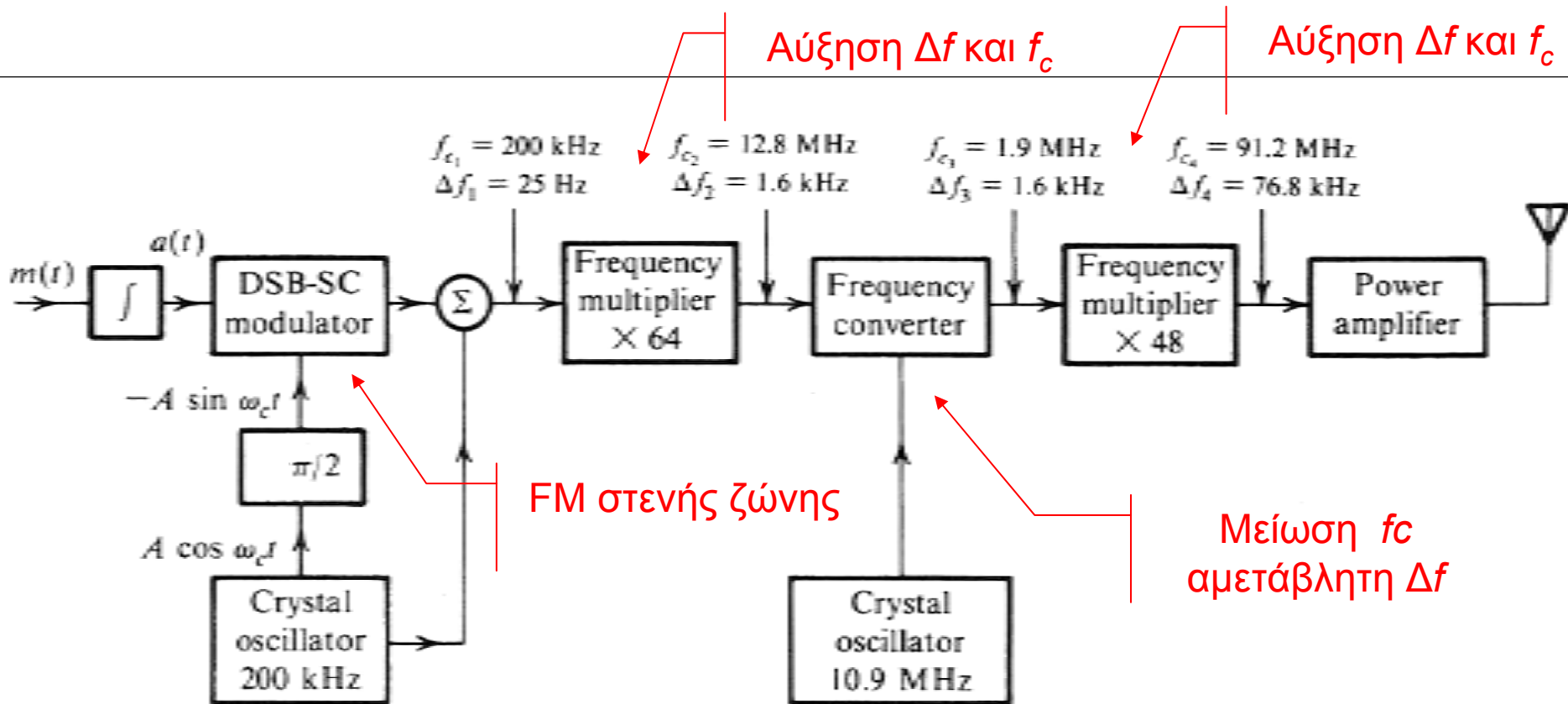


Έμμεση FM σε δύο στάδια

$$\beta = n_1 n_2 \beta_1$$



Έμμεση FM Πομπός Armstrong





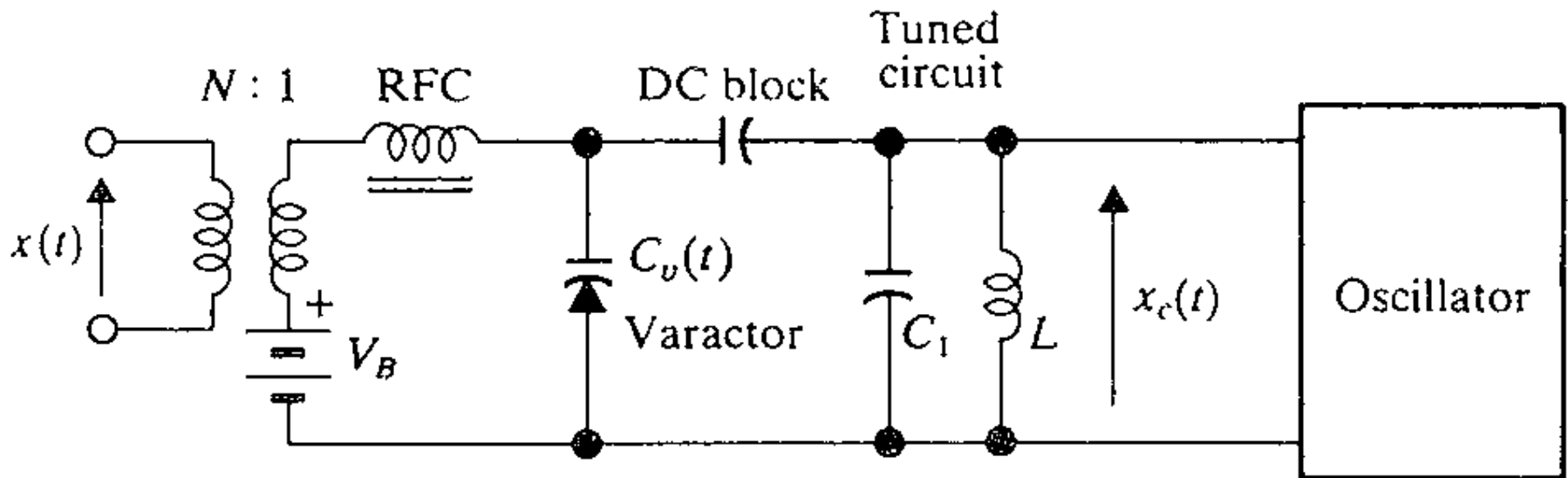
Άμεση FM

- Η συχνότητα του φέροντος μεταβάλλεται σύμφωνα με το σήμα μέσω ενός VCO (Voltage-Controlled Oscillator)
- VCO: η έξοδος αλλάζει γραμμικά σε σχέση με την είσοδο
- Απλός VCO: συντονισμένο κύκλωμα με μεταβλητό πυκνωτή



Άμεση FM

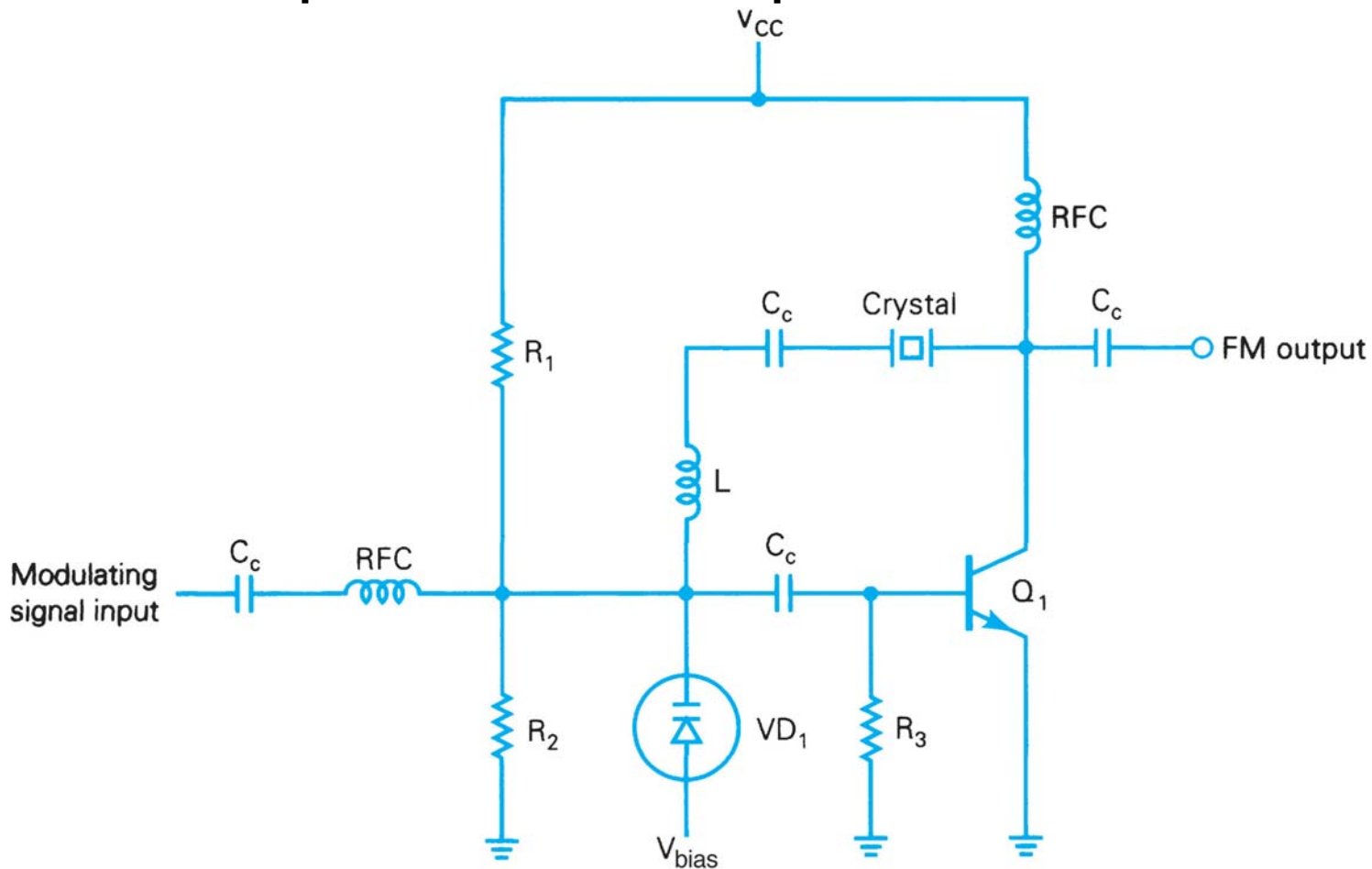
- Απλό, φτηνό κύκλωμα
- Δυσκολία σταθεροποίησης συχνότητας φέροντος



Άμεση FM



- Ένα πρακτικό κύκλωμα



Άμεση FM

$$f_c(t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC(t)}}$$

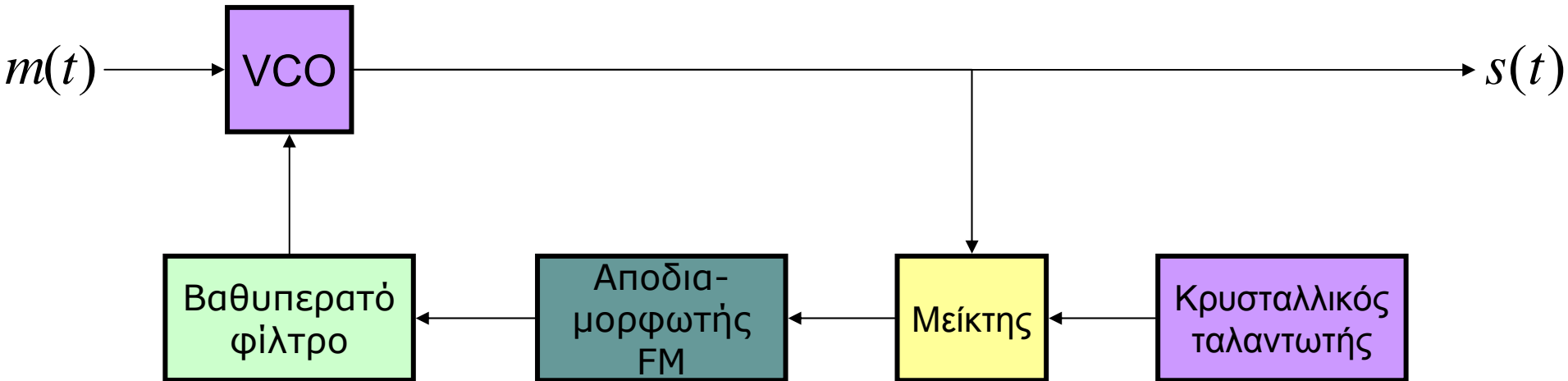
$$C(t) = C_0 + \Delta C m(t)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0}}$$

$$f_c = f_0 \left(1 + \Delta C m(t) / C_0\right)^{-1/2} \approx f_0 \left(1 - \frac{\Delta C}{2C_0} m(t)\right)$$



Σταθεροποίηση συχνότητας στην άμεση FM





Προσωπική εκπομπή FM

- Στις ΗΠΑ η εκπομπή FM σε μικρές αποστάσεις είναι νόμιμη
- Π.χ., μπορεί κανείς να ακούσει μουσική στο ραδιόφωνο του αυτοκινήτου του μέσω του iPod
 - Συνδέοντας το iTrip που χρησιμοποιεί εκπομπή FM
<http://www.griffintechology.com/products/itrip/>
- Στην ΕΕ εκδόθηκε πρόσφατα (Μάιος 2007) σύσταση για τα κράτη μέλη ώστε να επιτραπεί η προσωπική εκπομπή με ισχύ κάτω από 50 nW ERP (Effective radiated power)
 - Απόσταση εκπομπής περί τα 8 m

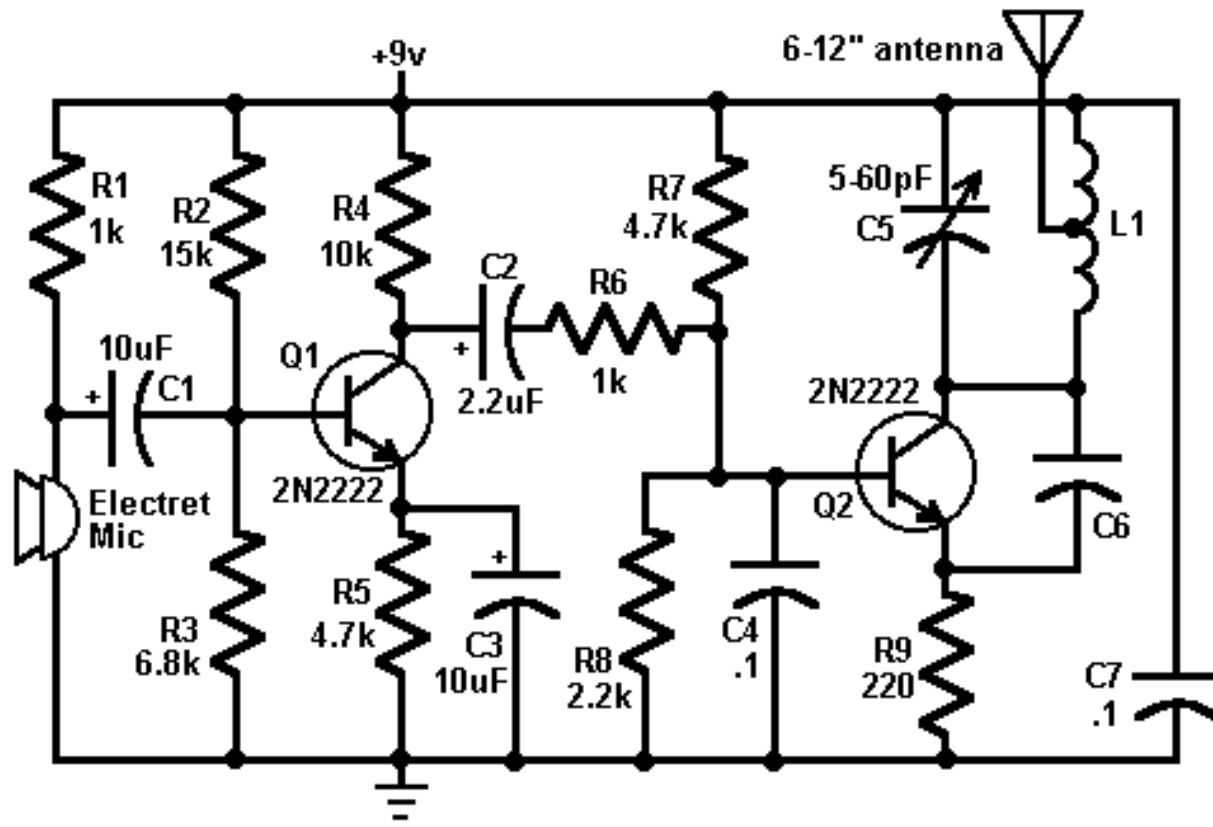
Προσωπική εκπομπή FM

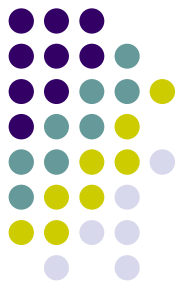




Απλός πομπός FM

- Ένας απλός πομπός FM <http://www.free-electronic-circuits.com/circuits/fm-transmitter.html>

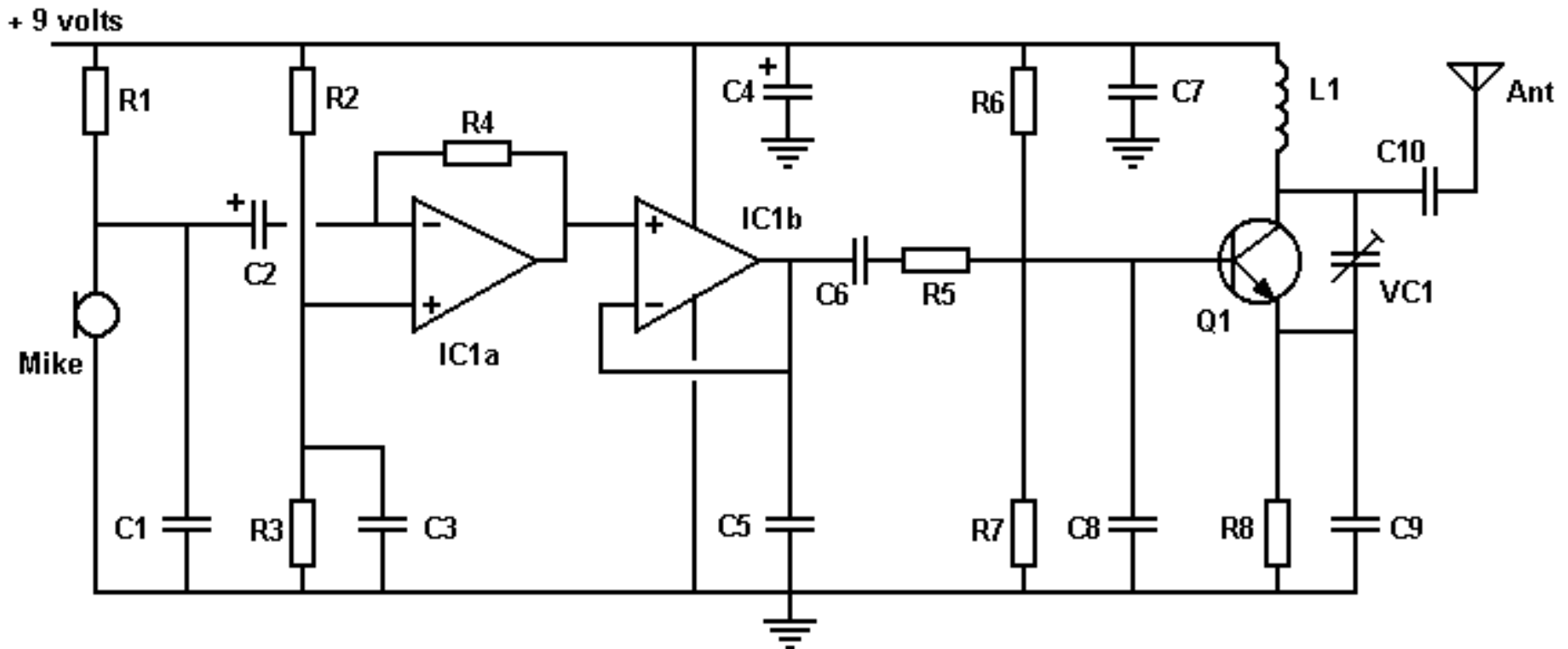




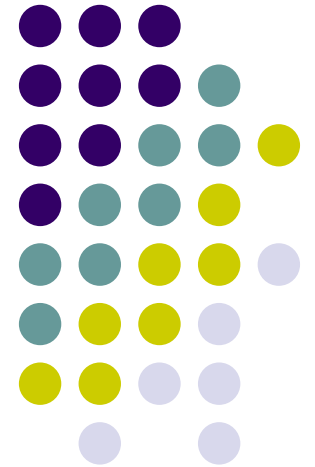
Απλός πομπός FM

- Και ένας άλλος από το

<http://www.zen22142.zen.co.uk/Circuits/rf/txcct.htm>



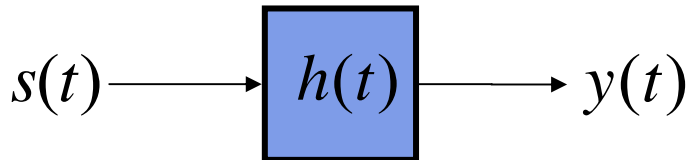
Απόκριση γραμμικών συστημάτων



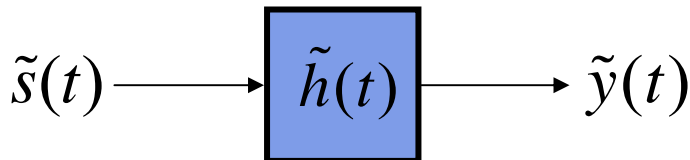
Απόκριση γραμμικών φίλτρων σε είσοδο FM



- Η μαθηματική λύση σε κλειστή μορφή είναι εξαιρετικά δύσκολη στη γενική περίπτωση (έξοδος ζωνοπερατού συστήματος σε ζωνοπερατή είσοδο)



- Μπορούμε να εργαστούμε με το ισοδύναμο βαθυπερατό φίλτρο και τις μιγαδικές περιβάλλουσες

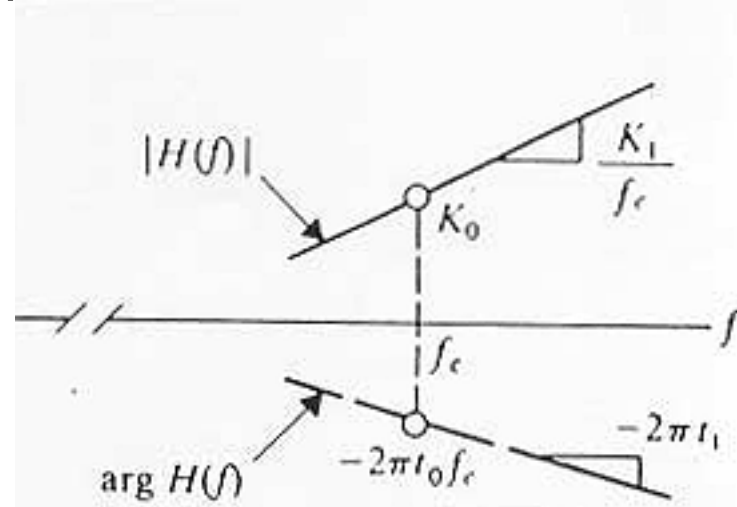


- Εν γένει δεν οδηγεί σε κλειστές λύσεις παρότι η αριθμητική λύση με χρήση υπολογιστή είναι εύκολη

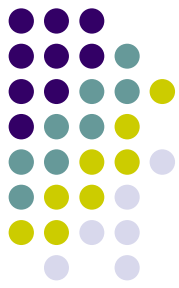


Γραμμική παραμόρφωση

- Στην προσέγγιση γραμμικής απόκρισης πλάτους και φάσης (linear distortion)



$$H(f + f_c) = \left(K_0 + \frac{K_1}{f_c} f \right) \exp\{-j2\pi(t_0 f_c + t_1 f)\}, \quad f + f_c > 0$$



Γραμμική παραμόρφωση

- Η έξοδος είναι

$$y(t) = A_c \left[K_0 + \frac{K_1}{2\pi f_c} \frac{d}{dt} \phi(t - t_1) \right] \cos[2\pi f_c (t - t_0) + \phi(t - t_1)]$$
$$= A_c \left[K_0 + \frac{K_1 \Delta f}{f_c} a(t - t_1) \right] \cos[2\pi f_c (t - t_0) + \phi(t - t_1)]$$

- Παρουσιάζεται **μετατροπή FM σε AM** σε συνδυασμό με **καθυστέρηση φέροντος t_0** και **καθυστέρηση ομάδας t_1**



Παραμόρφωση πλάτους

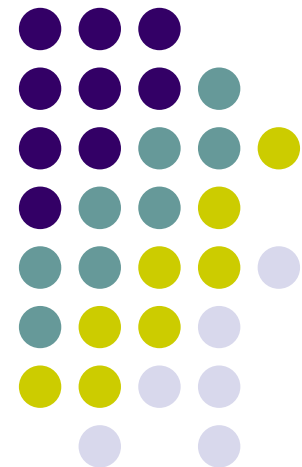
- Η μετατροπή FM σε AM δεν είναι ιδιαίτερο πρόβλημα διότι μπορεί να απαλειφθεί με χρήση περιοριστή
 - Εν γένει μπορούμε να αγνοήσουμε την παραμόρφωση πλάτους που εισάγει οποιαδήποτε ομαλή καμπύλη ενίσχυσης



Παραμόρφωση φάσης

- Η παραμόρφωση φάσης λόγω μη γραμμικής απόκρισης του φίλτρου όμως αποτελεί πρόβλημα γιατί επηρεάζει το σήμα πληροφορίας
 - Απαιτεί χρήση ισοσταθμιστών για την αντιμετώπισή της

Απόκριση μη γραμμικών συστημάτων



Απόκριση σε ασθενείς μη γραμμικότητες



- Θεωρήστε μια ασθενή μη γραμμικότητα, π.χ.

$$v_0(t) = a_1 v_i(t) + a_2 v_i^2(t) + a_3 v_i^3(t)$$

$$v_i(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \phi(t)]$$

$$\phi(t) = 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau$$

- η έξοδος είναι τότε

Απόκριση σε ασθενείς μη γραμμικότητες



$$\begin{aligned}v_0(t) = & \frac{1}{2}a_2A_c^2 + \left(a_1A_c + \frac{3}{4}a_3A_c^3 \right) \cos[2\pi f_c + \phi(t)] \\ & + \frac{1}{2}a_2A_c^2 \cos[4\pi f_c + 2\phi(t)] \\ & + \frac{1}{4}a_3A_c^3 \cos[6\pi f_c + 3\phi(t)]\end{aligned}$$

- και μετά από τη διάβαση μέσω ζωνοπερατού φίλτρου

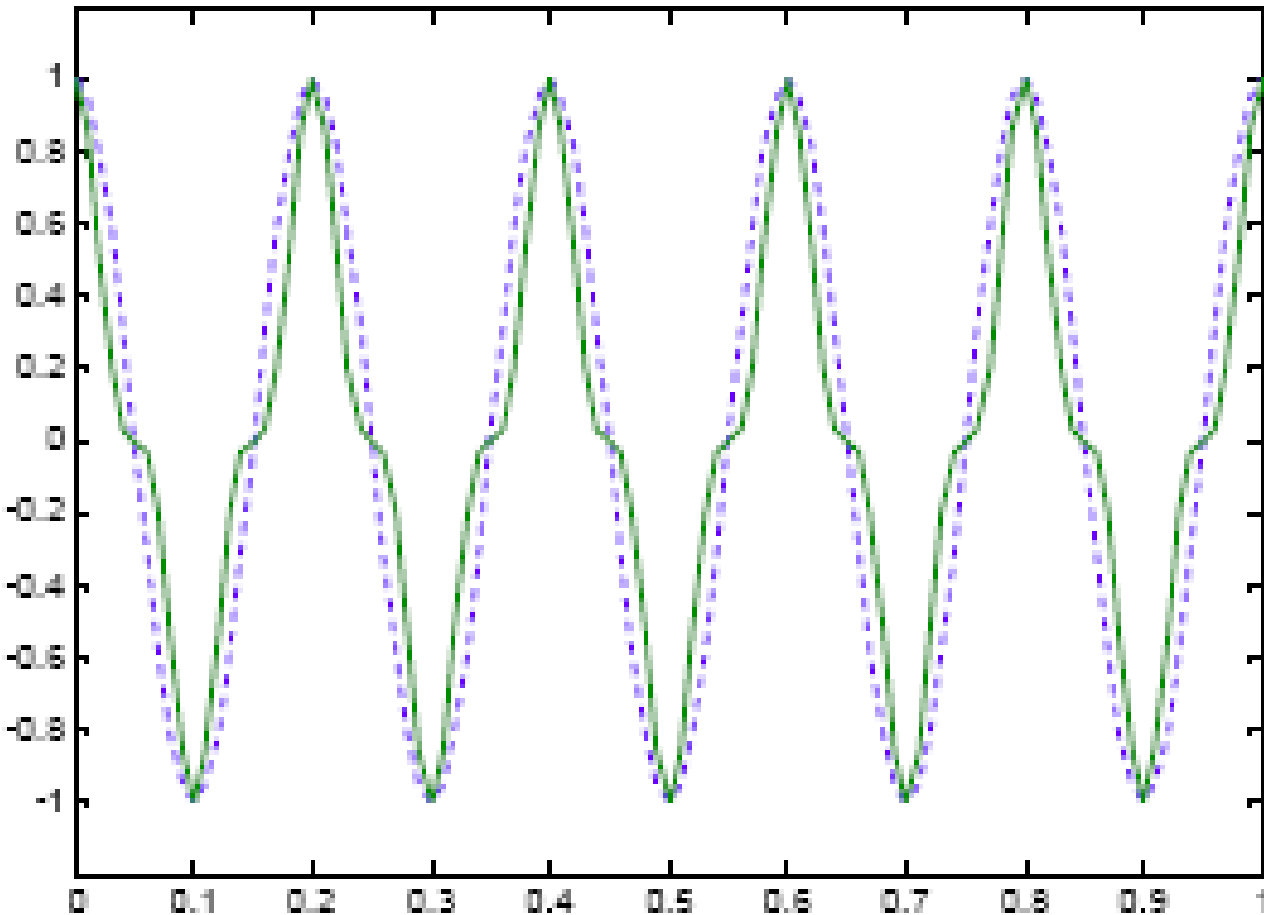
$$v_0(t) = \left(a_1A_c + \frac{3}{4}a_3A_c^3 \right) \cos[2\pi f_c + \phi(t)]$$

Απόκριση σε ασθενείς μη γραμμικότητες



- επομένως η ασθενής μη γραμμικότητα μπορεί να δράσει ως ενισχυτής
- είτε ως πολλαπλασιαστής συχνότητας εάν διατηρήσουμε τους όρους διπλάσιας ή τριπλάσιας συχνότητας

Παράδειγμα

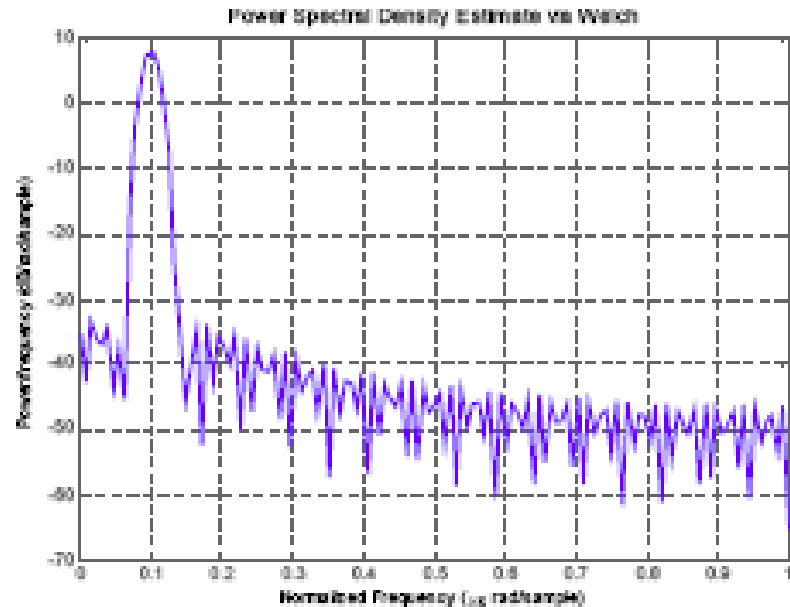


$$x(t) = \cos(2\pi 5t)$$

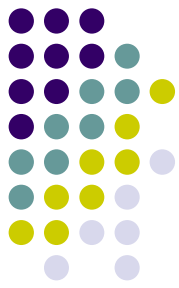
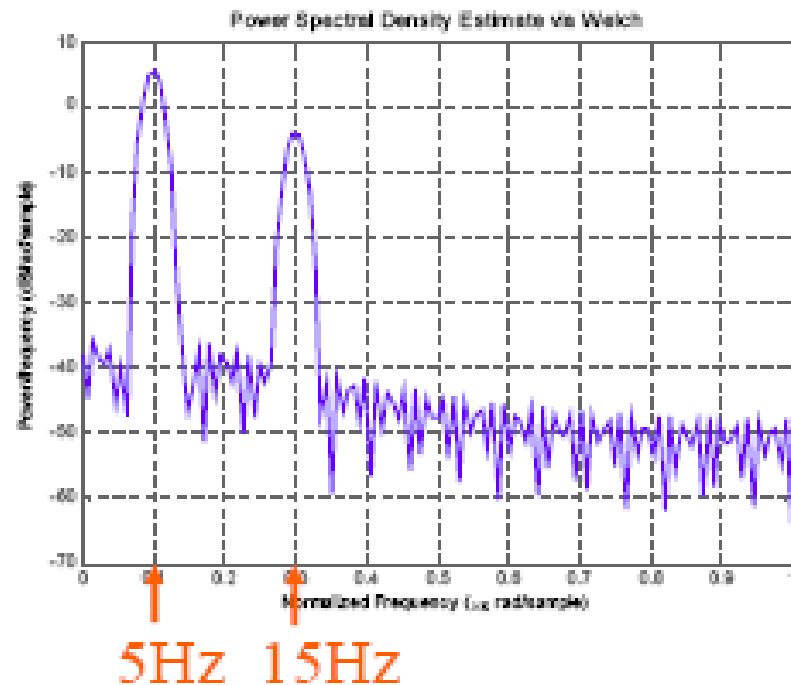
$$y(t) = x^3(t)$$

Παράδειγμα

- Φάσμα $x(t)$



- Φάσμα $y(t)$



Απόκριση σε ισχυρές μη γραμμικότητες



- Έστω η έξοδος μη γραμμικού στοιχείου

$$v_o(t) = T[v_i(t)], \quad v_i(t) = A(t) \cos \theta_c(t)$$

- παρότι δεν είναι περιοδικό σήμα, μπορεί να αναλυθεί σε σειρά Fourier συναρτήσει της γωνίας θ_c

$$v_o(t) = \sum_{n=1}^{\infty} |2a_n| \cos(n\theta_c + \angle a_n)$$

$$a_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T[v_i(t)] e^{-jn\theta_c} d\theta_c$$

Απόκριση σε ισχυρές μη γραμμικότητες



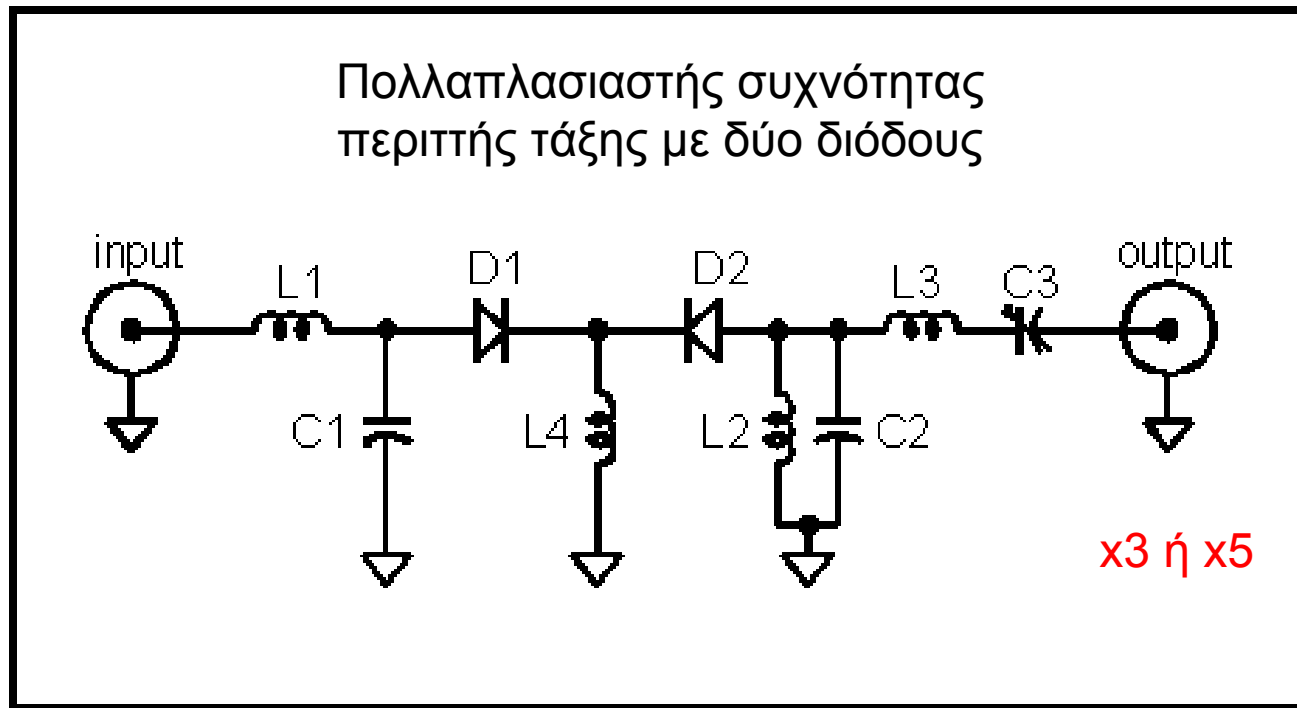
- Η έξοδος θα είναι

$$\begin{aligned}v_o(t) = & |2a_1| \cos(2\pi f_c t + \phi(\tau) + \angle a_1) \\ & + |2a_2| \cos(4\pi f_c t + 2\phi(\tau) + \angle a_2) \\ & + \dots\end{aligned}$$

- δηλαδή, λαμβάνουμε σήμα FM σε όλες τις αρμονικές της συχνότητας φέροντος
 - Εάν τα φάσματα των αρμονικών δεν επικαλύπτονται, μετά από διέλευση μέσω κατάλληλου ζωνοπερατού φίλτρου, έχουμε πολλαπλασιασμό συχνότητας



Απλός πολλαπλασιαστής

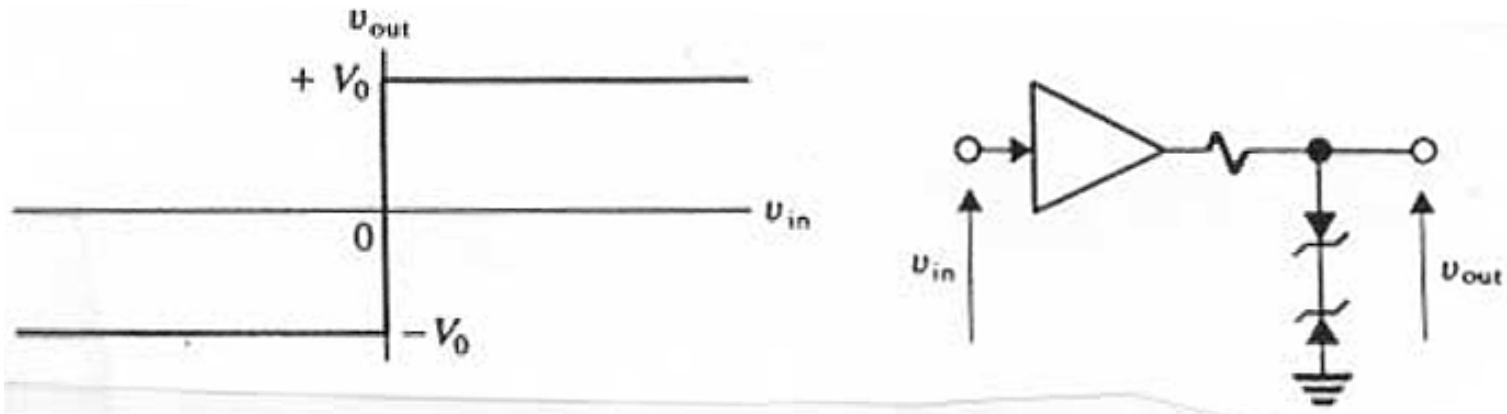


C1:100pF, L1:2.7μH. D:1N914
L2:.22μH, L3:1.8μH, L4:330μH
C2:120pF, C3:10pF.



Απόκριση περιοριστή

- Το κύκλωμα περιοριστή (limiter) χρησιμοποιείται για να λάβουμε σήμα FM με σταθερό πλάτος
 - Απαλοιφή φαινομένου μετατροπής FM σε AM





Απόκριση περιοριστή

- Η έξοδος του περιοριστή θα είναι

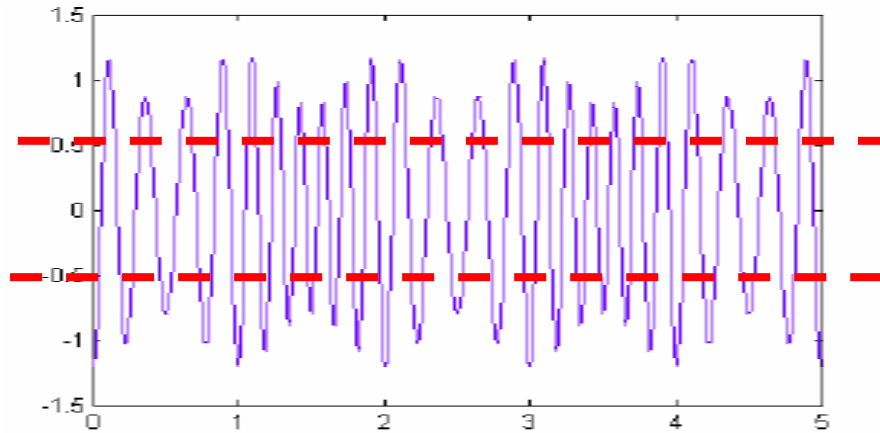
$$v_o(t) = \frac{4V_0}{\pi} \cos[2\pi f_c t + \phi(\tau)] - \frac{4V_0}{3\pi} \cos[6\pi f_c t + 3\phi(\tau)] + \dots$$

- Εάν δεν έχουμε επικάλυψη των φασμάτων των αρμονικών, η έξοδος ζωνοπερατού φίλτρου γύρω από τη συχνότητα του φέροντος είναι το αρχικό σήμα FM
- Εάν φιλτράρουμε κάποιο όρο ανώτερης τάξης έχουμε πολλαπλασιαστή συχνότητας

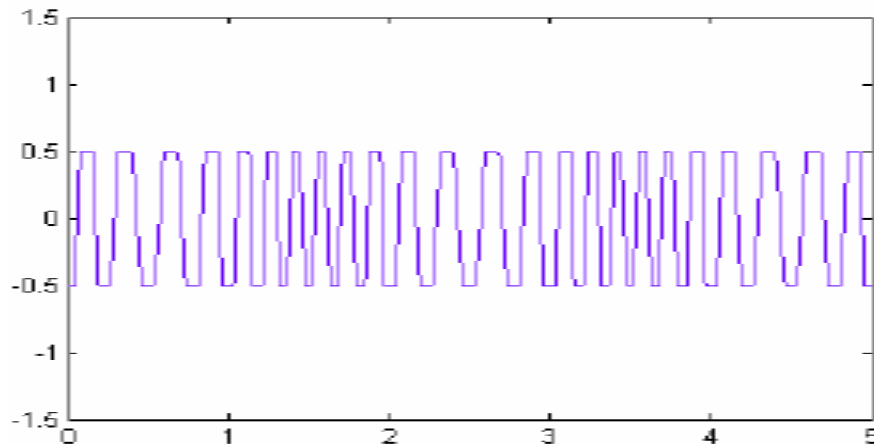
Παράδειγμα απόκρισης περιοριστή

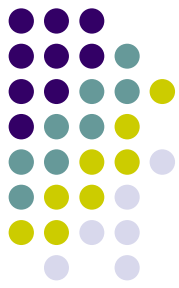


● Πριν



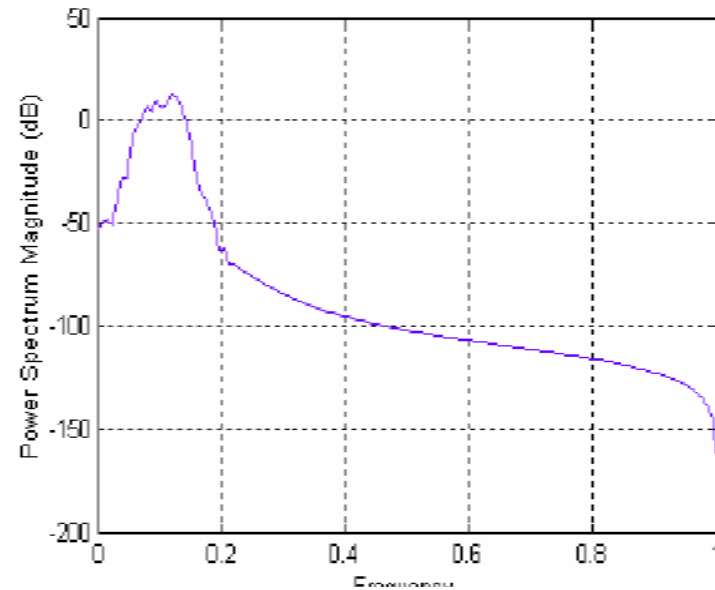
● Μετά





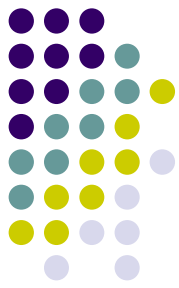
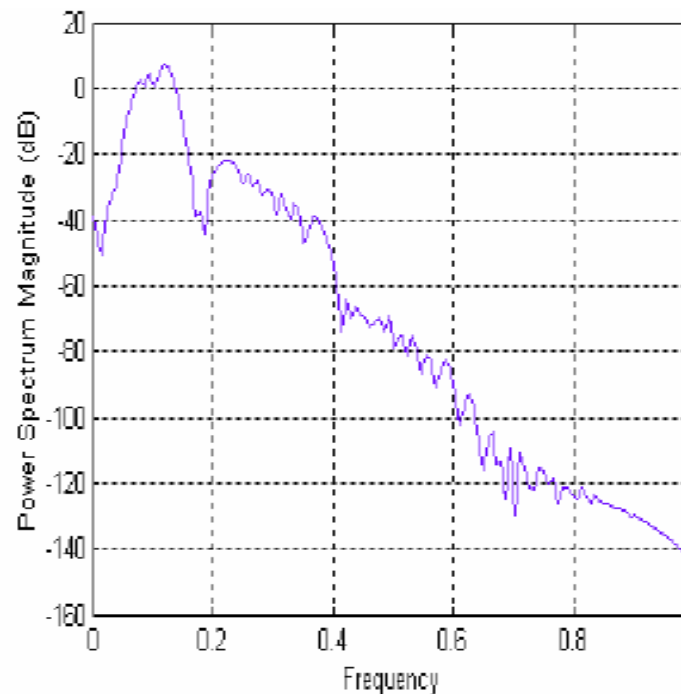
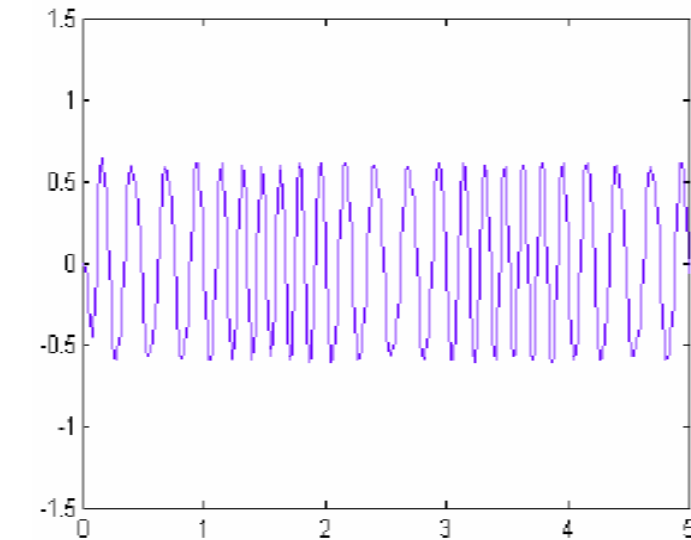
Παράδειγμα

- Φάσμα πριν τον περιοριστή
- Φάσμα μετά τον περιοριστή

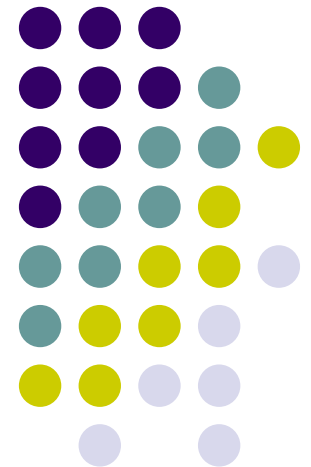


Παράδειγμα

- Σήμα μετά το βαθυπερατό φίλτρο
- Φάσμα μετά το βαθυπερατό φίλτρο



Αποδιαμόρφωση FM



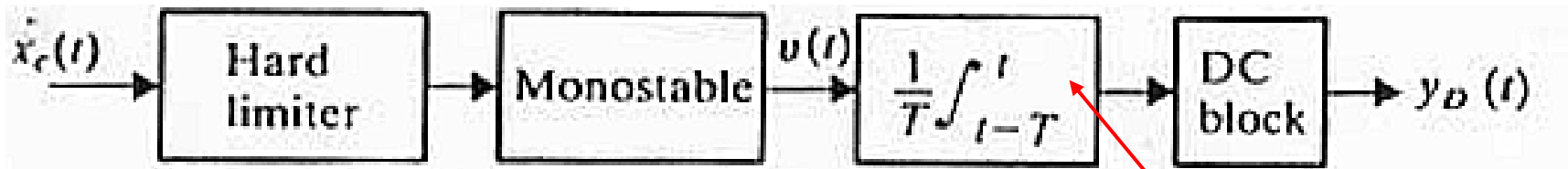
Πρακτικές μέθοδοι αποδιαμόρφωσης FM



- Ανίχνευση μηδενισμών
- Διευκρίνιση ολίσθησης φάσης
- Μετατροπή FM σε AM
- Ανάδραση συχνότητας

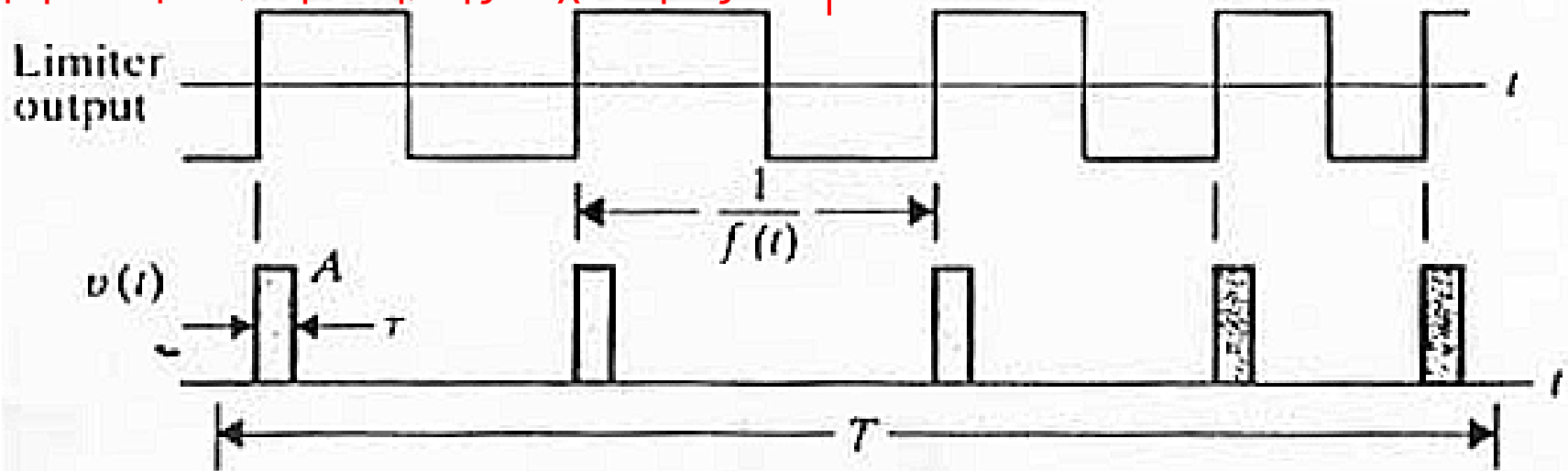


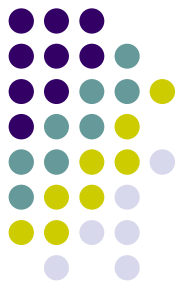
Ανίχνευση μηδενισμών



(a)

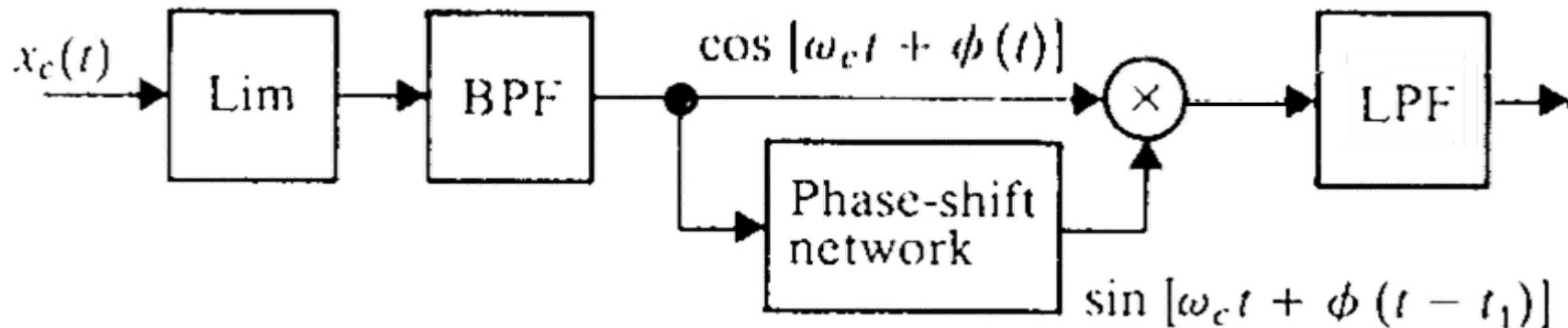
Η έξοδος είναι ανάλογη του ρυθμού των μηδενισμών, δηλαδή, της συχνότητας





Διευκρίνιση ολίσθησης φάσης

- Μια πρακτική λύση είναι ο ορθογωνικός αποδιαμορφωτής



- Εισάγει καθυστέρηση ομάδος t_1 και καθυστέρηση φέροντος t_0 που αντιστοιχεί σε διαφορά φάσης

$$2\pi f_c t_0 = 90^\circ$$

- Και παράγει στην έξοδο

$$\sin[\phi(t) - \phi(t - t_1)] \approx \phi(t) - \phi(t - t_1) \approx t_1 \frac{d}{dt} \phi(t)$$



Μετατροπή FM σε AM

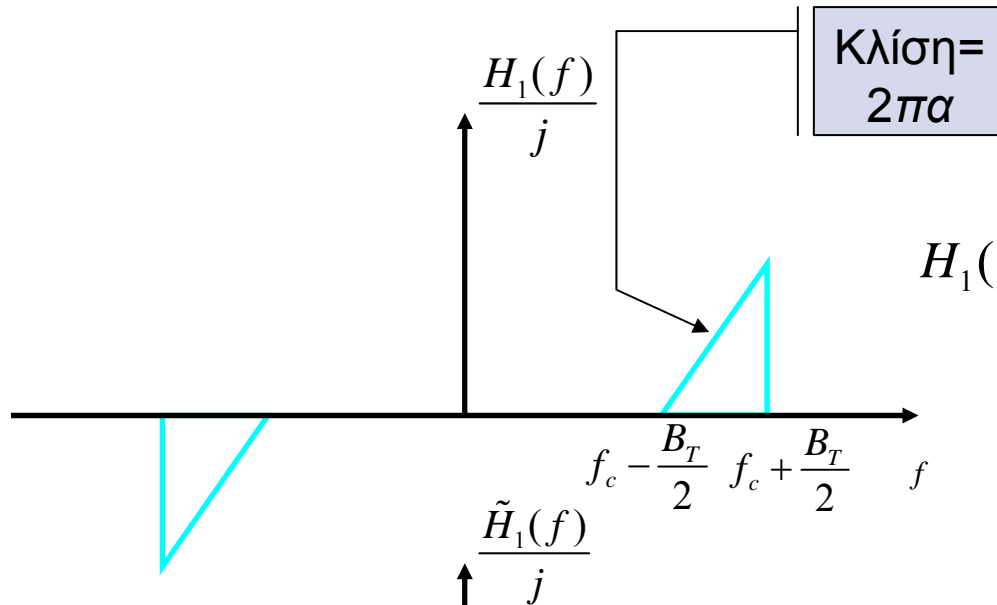
- Οποιοδήποτε στοιχείο παράγει ως έξοδο την παράγωγο της εισόδου προκαλεί μετατροπή FM σε AM

$$s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi \Delta f \int_{-\infty}^t a(\tau) d\tau \right]$$

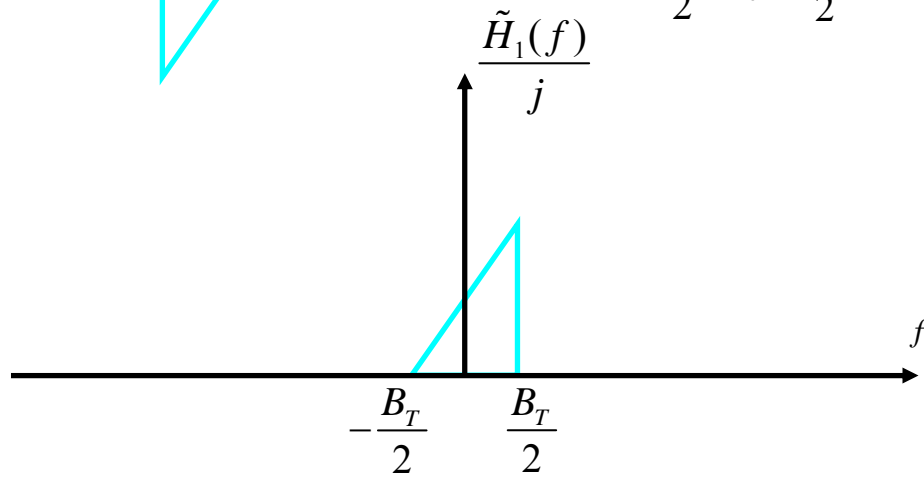
$$\frac{d}{dt} s(t) = 2\pi A_c f_c \left[1 + \frac{\Delta f}{f_c} a(t) \right] \cos \left(2\pi f_c t + 2\pi \Delta f \int_{-\infty}^t a(\tau) d\tau + \frac{\pi}{2} \right)$$

- οπότε ο φωρατής περιβάλλουσας ανακτά το σήμα $m(t)$
- Μια πρακτική υλοποίηση είναι το κύκλωμα κλίσης

Κύκλωμα κλίσης



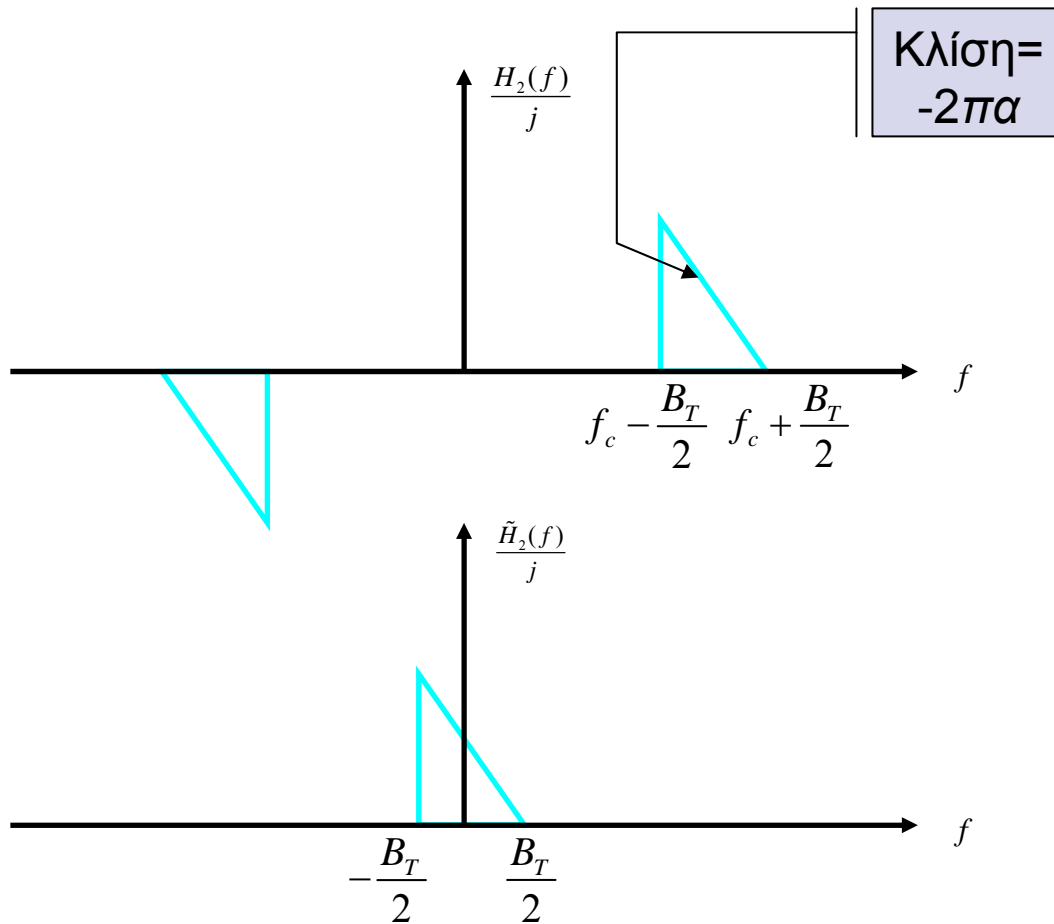
$$H_1(f) = \begin{cases} j2\pi a \left(f - f_c + \frac{B_T}{2} \right) & |f - f_c| \leq \frac{B_T}{2} \\ j2\pi a \left(f + f_c - \frac{B_T}{2} \right) & |f + f_c| \leq \frac{B_T}{2} \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$



$$\tilde{H}_1(f - f_c) = H_1(f) \quad f > 0$$

$$\tilde{H}_1(f) = \begin{cases} j2\pi a \left(f + \frac{B_T}{2} \right) & |f| \leq \frac{B_T}{2} \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$

Συμπληρωματικό κύκλωμα κλίσης





Έξοδος κυκλώματος κλίσης

- Η έξοδος του κυκλώματος κλίσης με είσοδο διαμορφωμένο σήμα FM,

$$s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right]$$

- βάση της θεωρίας ζωνοπερατών συστημάτων

$$\tilde{s}(t) = A_c \exp \left[j2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right]$$

- ευρίσκεται μέσω των μιγαδικών περιβαλλουσών και του ισοδύναμου βαθυπερατού φίλτρου

$$\tilde{S}_1(f) = \tilde{H}_1(f) \tilde{S}(f) =$$

$$= \begin{cases} j2\pi a \left(f + \frac{B_T}{2} \right) \tilde{S}(f) & |f| \leq \frac{B_T}{2} \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$



Έξοδος κυκλώματος κλίσης

- δηλαδή
$$\tilde{s}_1(t) = a \left[\frac{d\tilde{s}(t)}{dx} + j\pi B_T \tilde{s}(t) \right] \Rightarrow$$
$$\tilde{s}_1(t) = j\pi a B_T \left[1 + \frac{2k_f}{B_T} m(t) \right] \exp \left[j2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right]$$
- επομένως
$$s_1(t) = \text{Re} \left[\tilde{s}_1(t) \exp(j2\pi f_c t) \right]$$
$$= \pi a B_T A_c \left[1 + \frac{2k_f}{B_T} m(t) \right] \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau + \frac{\pi}{2} \right]$$
- και εφόσον $|2k_f m(t) / B_T| < 1$ το σήμα μπορεί να ληφθεί από φωρατή περιβάλλουσας
$$|\tilde{s}_1(t)| = \pi a B_T A_c \left[1 + \frac{2k_f}{B_T} m(t) \right]$$

Συμπληρωματικό κύκλωμα κλίσης



- Αντίστοιχα

$$\tilde{H}_2(f) = \tilde{H}_1(-f)$$

- άρα

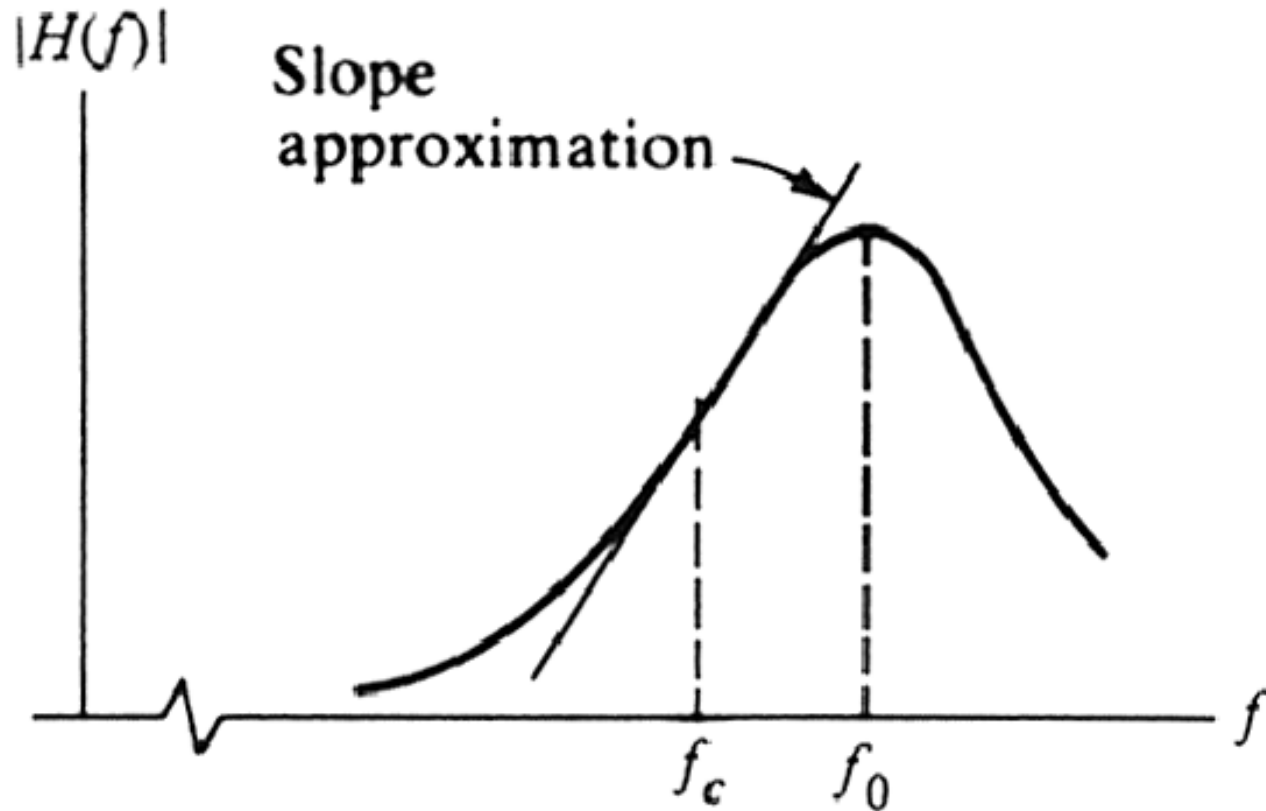
$$|\tilde{s}_2(t)| = \pi a B_T A_c \left[1 - \frac{2k_f}{B_T} m(t) \right]$$

- οπότε αφαιρώντας

$$s(t) = |\tilde{s}_1(t)| - |\tilde{s}_2(t)| = 4\pi a k_f A_c m(t)$$

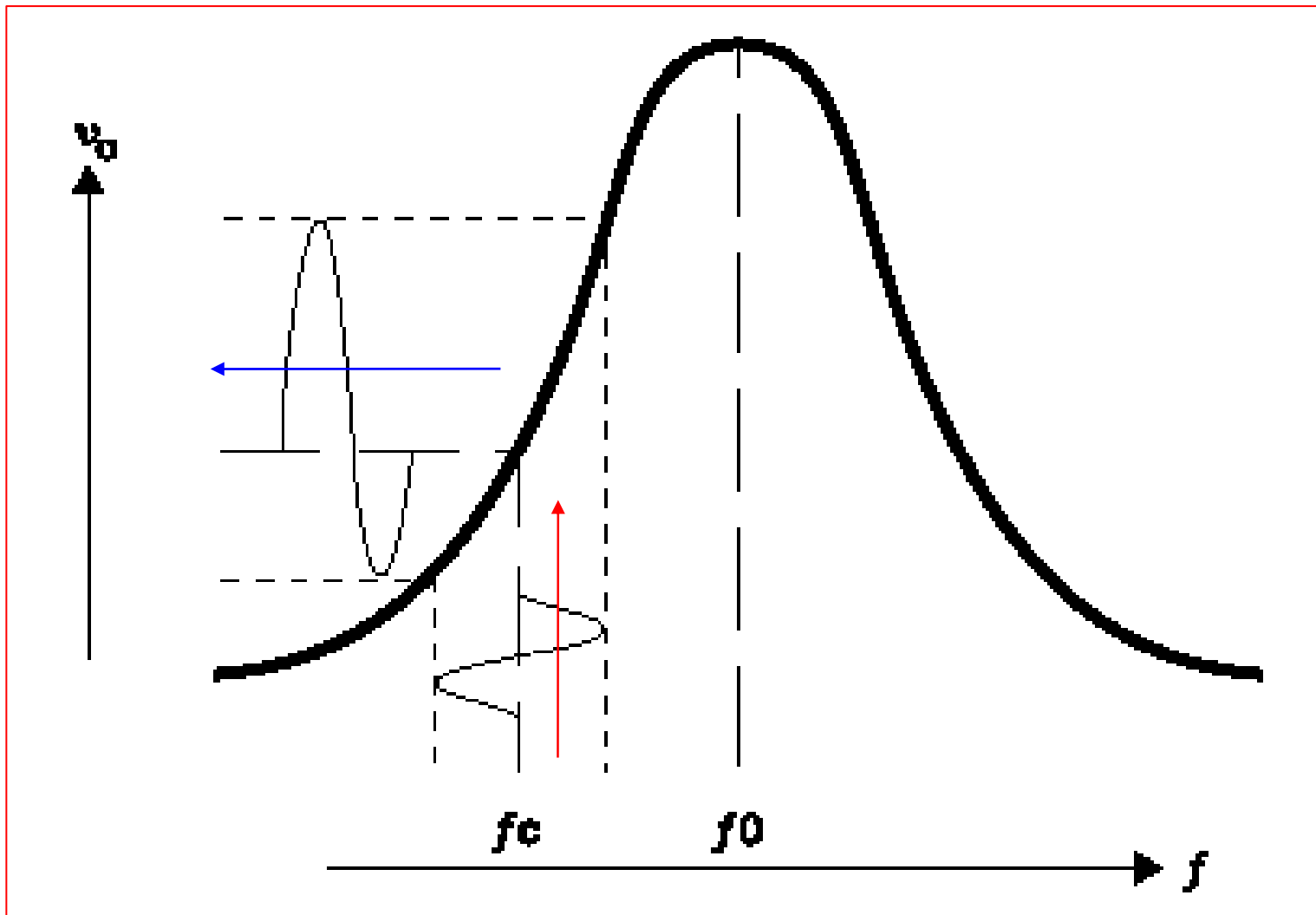


Συντονισμένο κύκλωμα



- Σε συχνότητες έξω από τη συχνότητα συντονισμού έχουμε σχεδόν γραμμική απόκριση

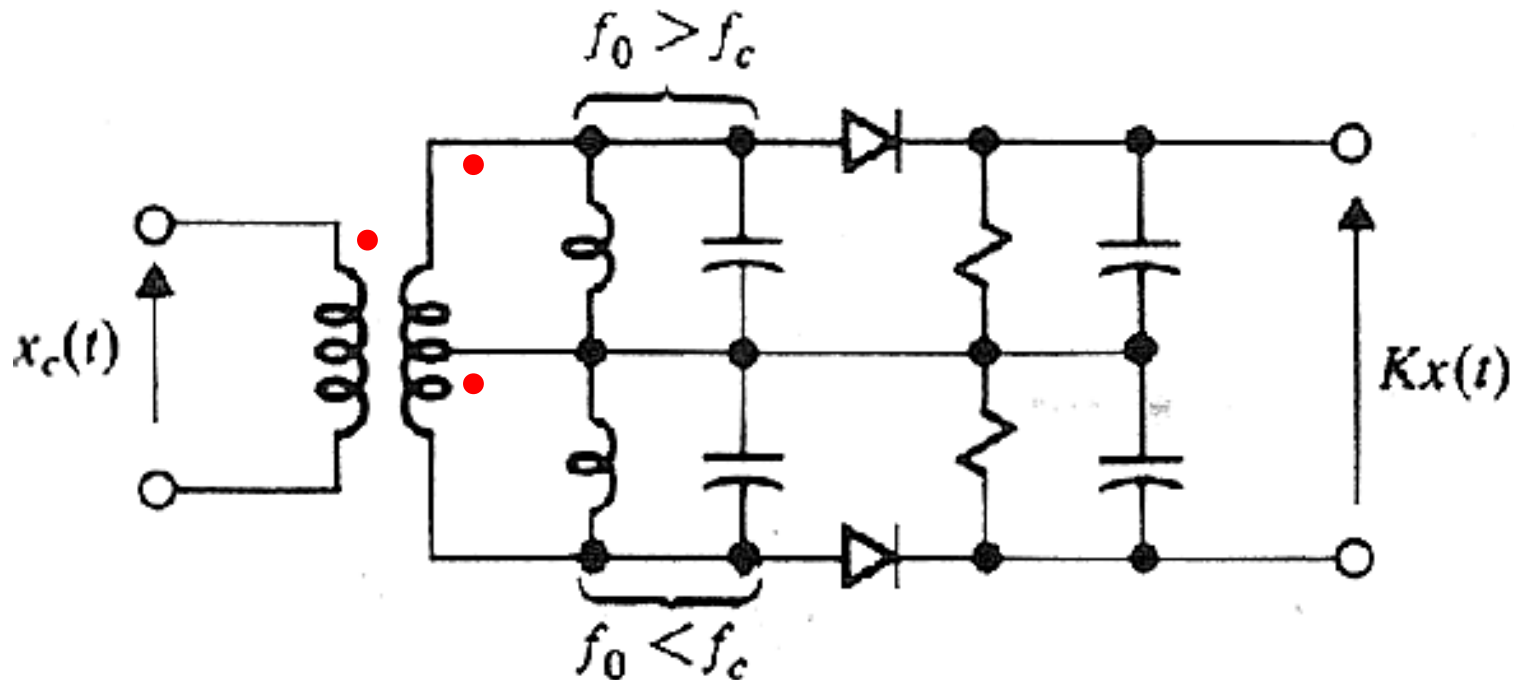
Απόκριση πλάτους-συχνότητας κυκλώματος κλίσης



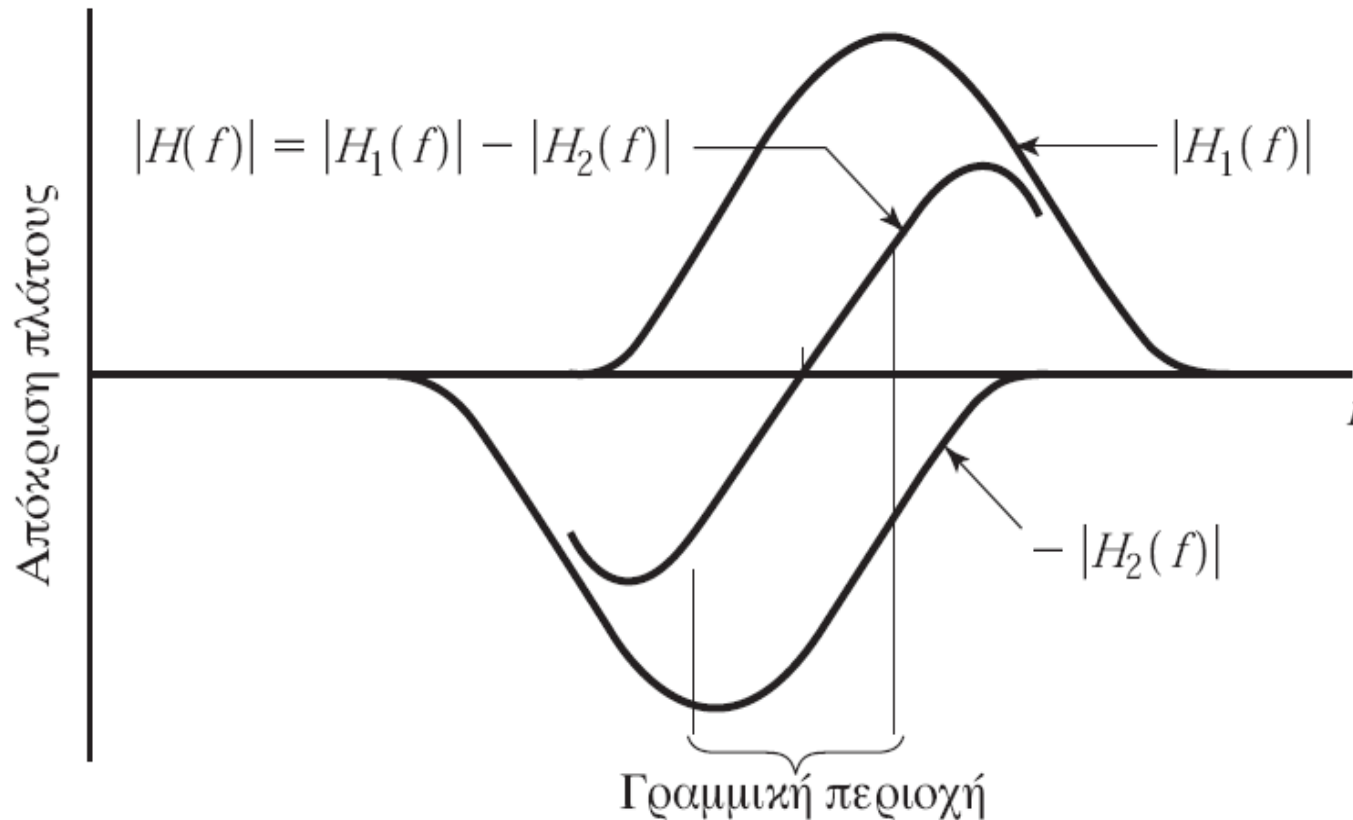
Ισοσταθμισμένος αποδιαμορφωτής FM



- Χρησιμοποιούνται δύο κυκλώματα φωρατών περιβάλλουσας, όπου τα ζωνοπερατά φίλτρα είναι “αποσυντονισμένα”

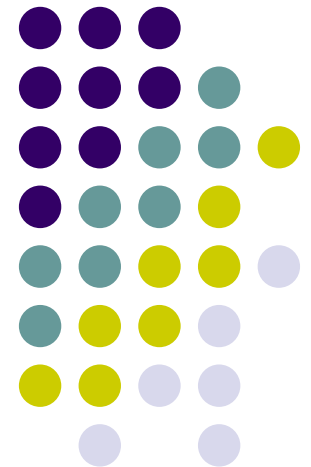


Μετατροπή συχνότητας σε τάση



- Στον ισοσταθμισμένο αποδιαμορφωτή FM έχουμε μετατροπή συχνότητας σε τάση

Βρόχος κλειδωμένης φάσης





Phase Locked Loop (PLL)

- Βρόχος αρνητικής ανάδρασης
- Συγχρονισμός (κλείδωμα) της γωνίας (συχνότητα και φάση) του εισερχόμενου σήματος με τη γωνία τοπικά παραγόμενου φέροντος
- Υψηλές επιδόσεις, χαμηλό κόστος

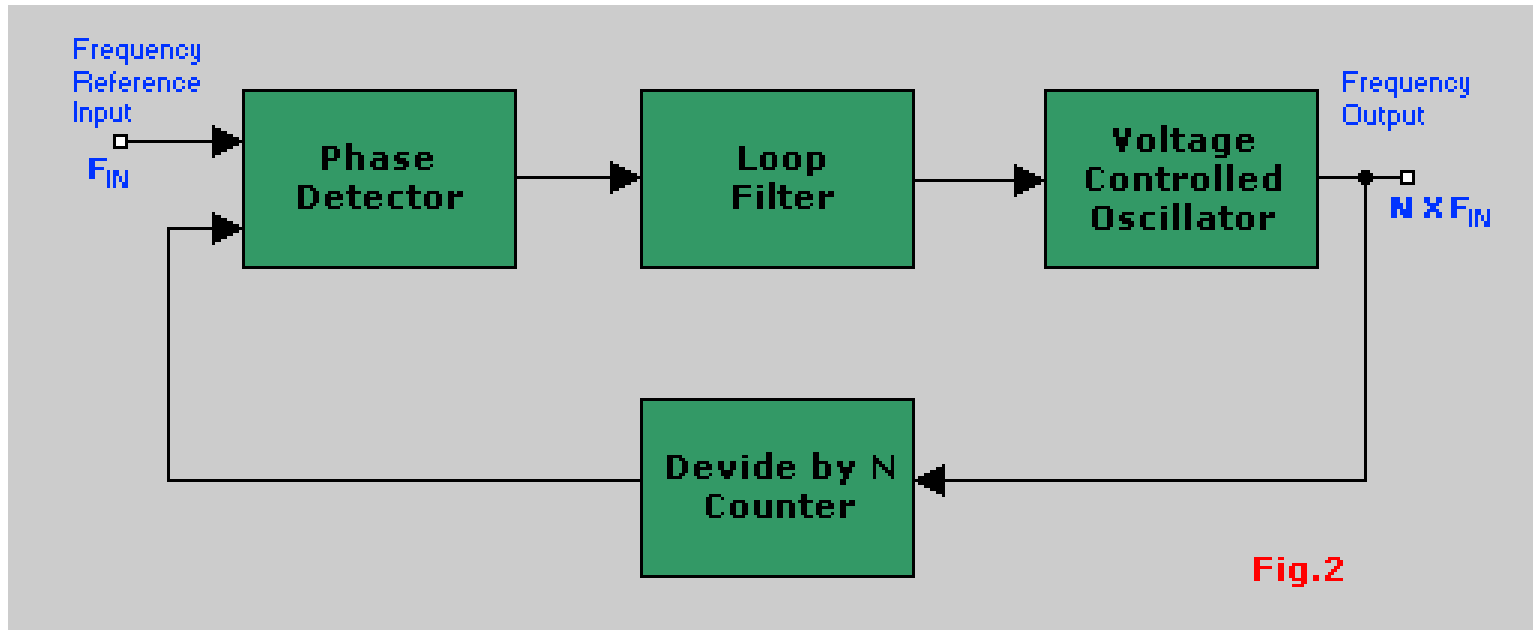


Phase Locked Loop (PLL)

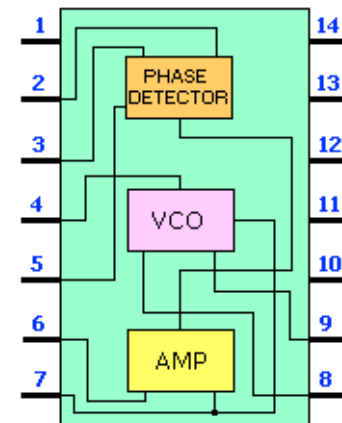
- Τρία βασικά στοιχεία
 - Συγκριτής φάσης
 - Φίλτρο βρόχου
 - Ταλαντωτής ελεγχόμενος από τάση – Voltage Controlled Oscillator (VCO)



Γενικό διάγραμμα PLL



Παράδειγμα ολοκληρωμένου κυκλώματος LM 565

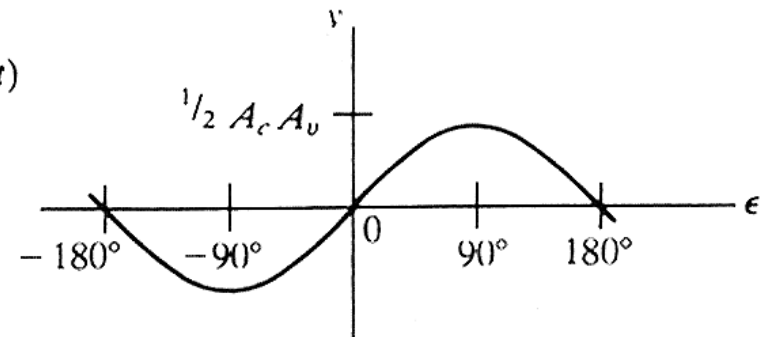
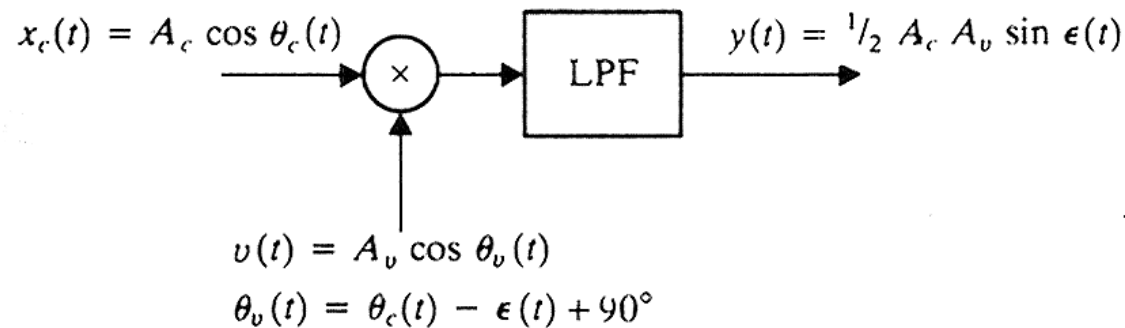




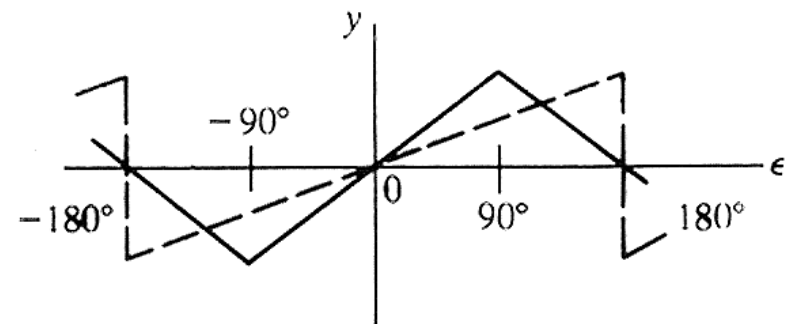
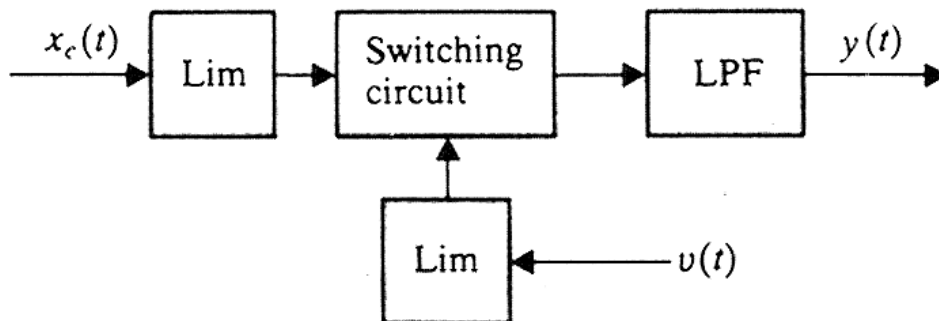
Σύγκριση φάσης

- Αναλογική σύγκριση φάσης
- Ψηφιακή σύγκριση φάσης

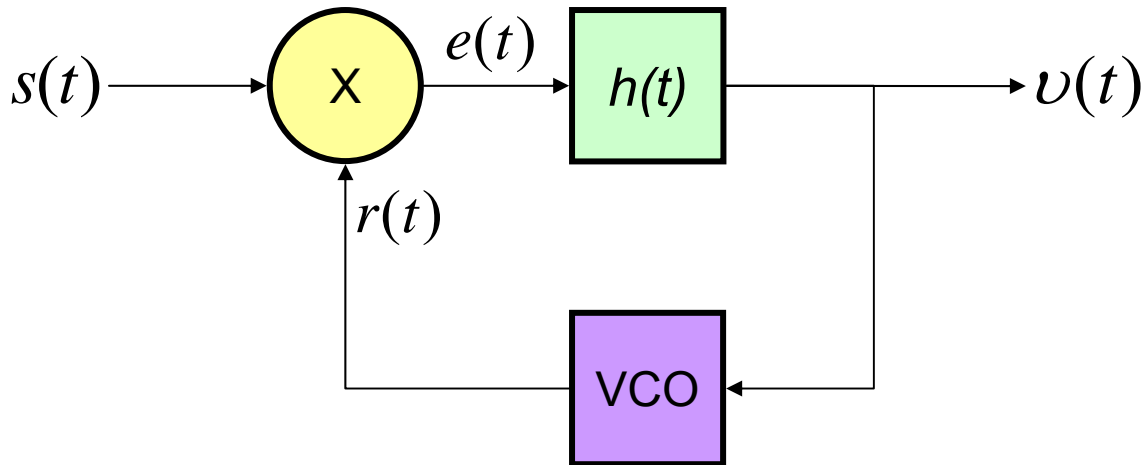
(a)



(b)



Δομικό διάγραμμα

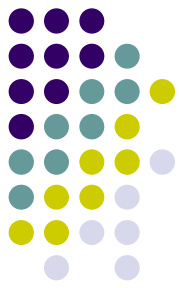


$$s(t) = A_c \sin [2\pi f_c t + \phi_1(t)]$$

$$\phi_1(t) = 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau$$

$$r(t) = A_v \cos [2\pi f_c t + \phi_2(t)]$$

$$\phi_2(t) = 2\pi k_v \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$$



Λάθος φάσης

- Ο πολλαπλασιαστής παράγει μια συνιστώσα υψηλής συχνότητας που απορρίπτεται (k_m **το κέρδος πολλαπλασιασμού**)

$$k_m A_c A_v \sin[4\pi f_c t + \phi_1(t) + \phi_2(t)]$$

- και μια συνιστώσα χαμηλής συχνότητας (**το σήμα λάθους**) που αποτελεί την είσοδο στο φίλτρο

$$e(t) = k_m A_c A_v \sin[\phi_e(t)]$$

- όπου το **λάθος φάσης** ορίζεται ως

$$\phi_e(t) = \phi_1(t) - \phi_2(t) = \phi_1(t) - 2\pi k_v \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$$



Λάθος φάσης

- Το φίλτρο με είσοδο το σήμα λάθους παράγει ως έξοδο

$$v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

- οπότε τελικά το λάθος φάσης προκύπτει από την ακόλουθη διαφορική εξίσωση

$$\frac{d}{dt}\phi_e(t) = \frac{d}{dt}\phi_1(t) - 2\pi K_0 \int_{-\infty}^{\infty} \sin[\phi_e(t)]h(t-\tau)d\tau$$

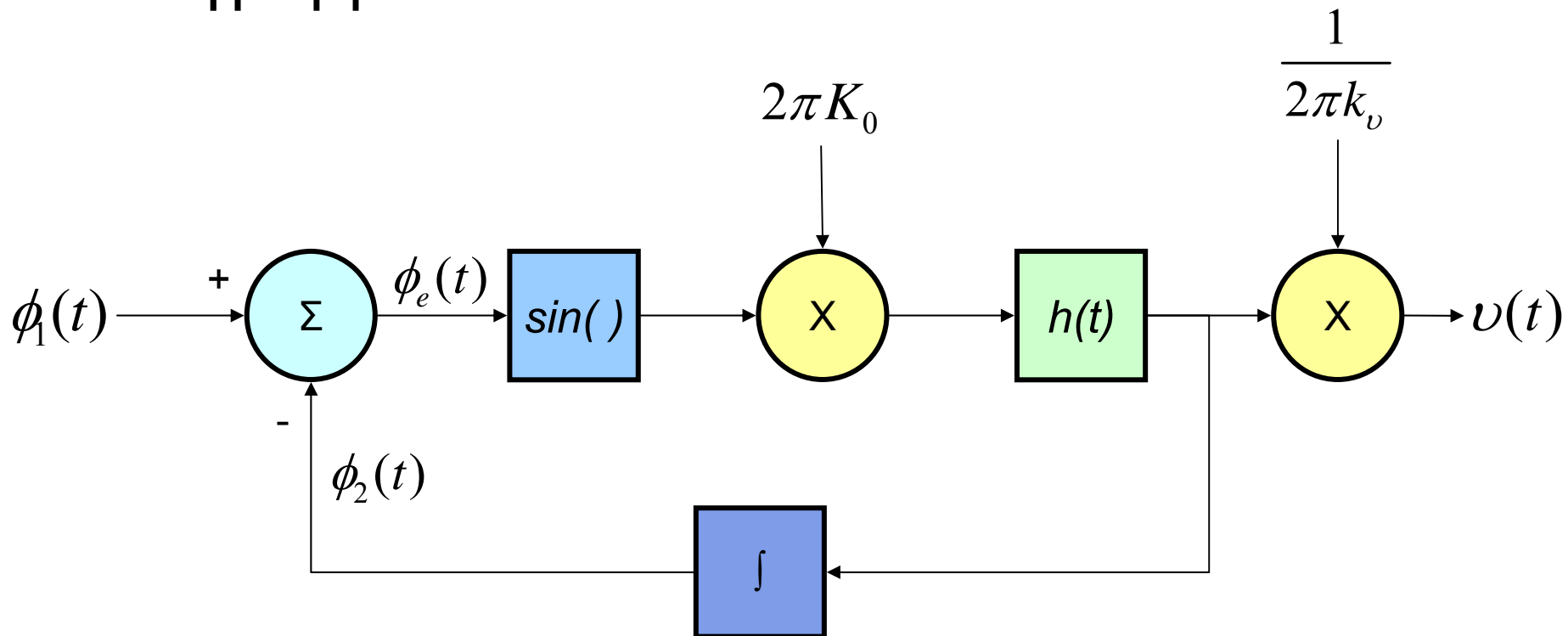
- όπου η σταθερά K_0 (ως φυσικό μέγεθος έχει διαστάσεις συχνότητας) είναι

$$K_0 = k_m k_v A_c A_v$$

Ισοδύναμο κύκλωμα με φάσεις



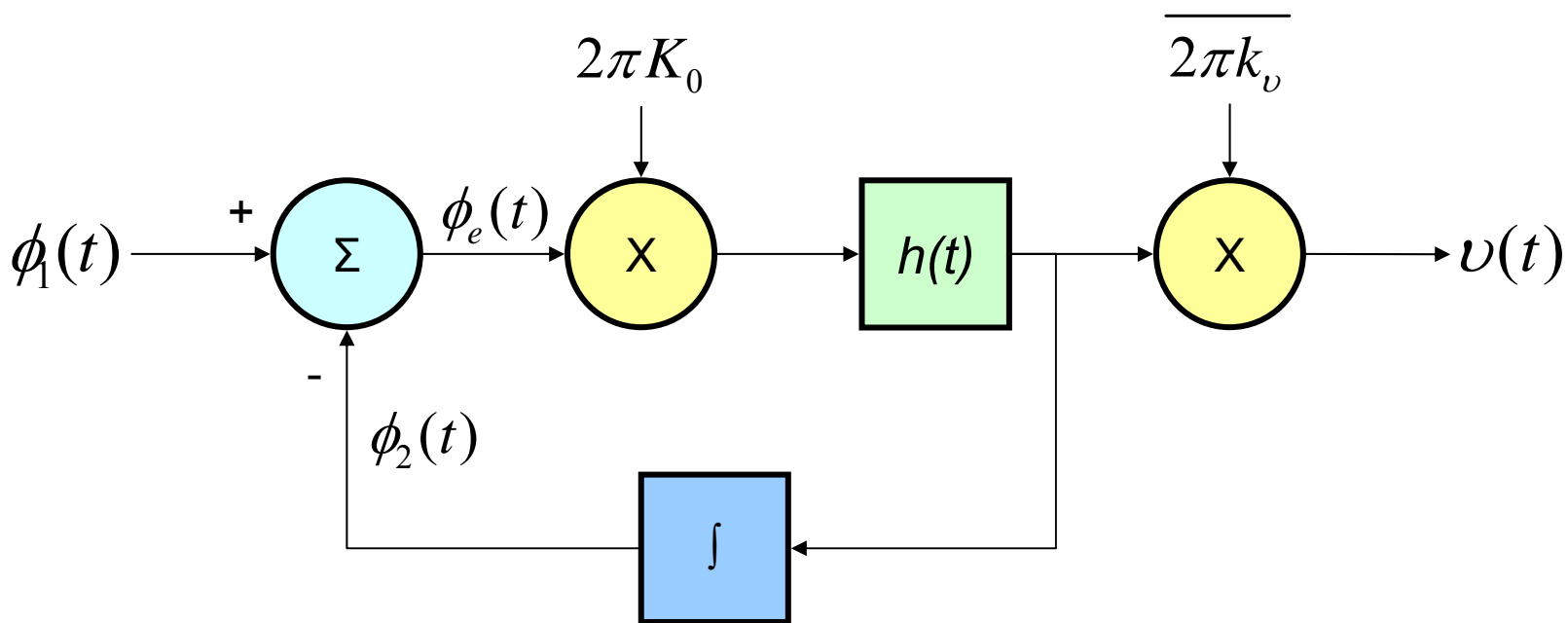
- Εάν αντί για τα σήματα ασχοληθούμε με τις φάσεις έχουμε το ακόλουθο δομικό διάγραμμα



Γραμμικοποιημένο ισοδύναμο κύκλωμα



- Όταν το λάθος φάσης είναι μηδέν ο βρόχος είναι κλειδωμένος. Εάν $\sin[\phi_e(t)] \approx \phi_e(t)$ ο βρόχος είναι σχεδόν κλειδωμένος και το δομικό διάγραμμα απλοποιείται ¹



Ανάλυση γραμμικοποιημένου κυκλώματος



- Το λάθος φάσης υπολογίζεται από

$$\frac{d}{dt}\phi_e(t) + 2\pi K_0 \int_{-\infty}^{\infty} \phi_e(t)h(t-\tau)d\tau = \frac{d}{dt}\phi_1(t)$$

$$\Phi_e(f) = \frac{1}{1+L(f)}\Phi_1(f)$$

$$L(f) = K_0 \frac{H(f)}{jf}$$

- όπου $L(f)$ είναι η **συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου**

Έξοδος γραμμικοποιημένου κυκλώματος



- Η έξοδος του βρόχου είναι

$$V(f) = \frac{K_0}{k_v} H(f) \Phi_e(f) = \frac{jf}{k_v} \frac{L(f)}{1 + L(f)} \Phi_1(f)$$

- Η απλούστερη περίπτωση προκύπτει όταν $H(f)=1$, δηλαδή, καταργήσουμε το φίλτρο
 - PLL πρώτης τάξης
- Ο βαθμός του παρονομαστή καθορίζει την τάξη του βρόχου



Προσεγγιστικό κύκλωμα

- Εάν η συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου είναι πολύ μεγάλη

$$V(f) \approx \frac{jf}{k_v} \Phi_1(f)$$

$$v(t) \approx \frac{1}{2\pi k_v} \frac{d}{dt} \phi_1(t)$$

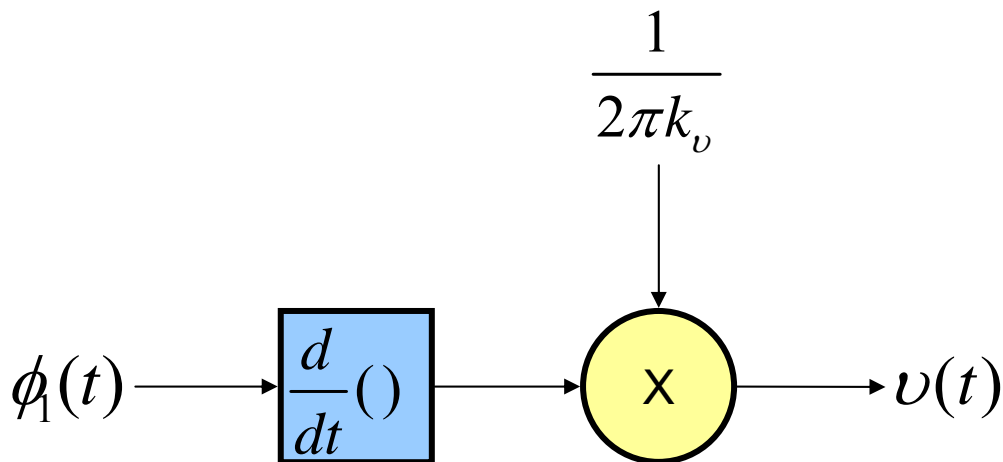
- Τελικά

$$v(t) \approx \frac{k_f}{k_v} m(t)$$



Προσεγγιστικό κύκλωμα

- Στην προσέγγιση μεγάλου κέρδος ανοικτού βρόχου, η έξοδος είναι (υπό κλίμακα) το αρχικό σήμα διαμόρφωσης





Περιοχή κλειδώματος

- Έστω ότι η κανονική συχνότητα του VCO στον βρόχο πρώτης τάξης διαφέρει από τη συχνότητα του σήματος εισόδου, τότε

$$s(t) = A_c \sin[2\pi f_c t + \phi_1(t)]$$

$$r(t) = A_v \cos[2\pi(f_c - \Delta f)t + \phi_2(t)]$$

$$\phi_2(t) = 2\pi k_v \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$$

$$v(t) = k_m A_c A_v \sin[\phi_e(t)]$$

$$\phi_e(t) = \phi_1(t) - \phi_2(t) + 2\pi\Delta f t$$

$$\frac{d}{dt} \phi_e(t) = \frac{d}{dt} \phi_1(t) - \frac{d}{dt} \phi_2(t) + 2\pi\Delta f = \frac{d}{dt} \phi_1(t) - 2\pi k_v v(t) + 2\pi\Delta f$$

$$\frac{d}{dt} \phi_e(t) + 2\pi K_0 \sin[\phi_e(t)] = \frac{d}{dt} \phi_1(t) + 2\pi\Delta f$$



Περιοχή κλειδώματος

- Εάν η είσοδος είναι του βρόχου είναι ένα αδιαμόρφωτο φέρον, τότε

$$\phi_1(t) = \phi_0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2\pi K_0} \frac{d}{dt} \phi_e(t) + \sin[\phi_e(t)] = \frac{\Delta f}{K_0}$$

- και στη μόνιμη κατάσταση

$$\frac{d}{dt} \phi_e(t) = 0, \quad \phi_e(t) = \phi_e \Rightarrow \quad \phi_e = \arcsin \frac{\Delta f}{K_0}$$

- Ο βρόχος κλειδώνει εάν $|\Delta f| \leq K_0$



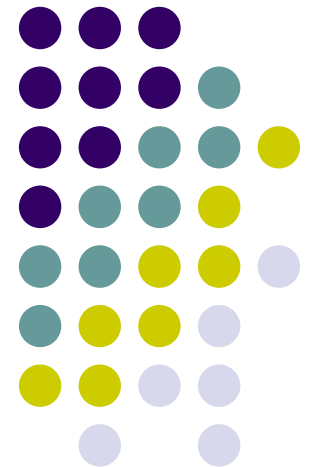
Περιοχή κλειδώματος

- Όταν το κέρδος K_0 είναι μεγάλο ώστε να δικαιολογούνται μικρές τιμές της γωνίας λάθους στη μόνιμη κατάσταση

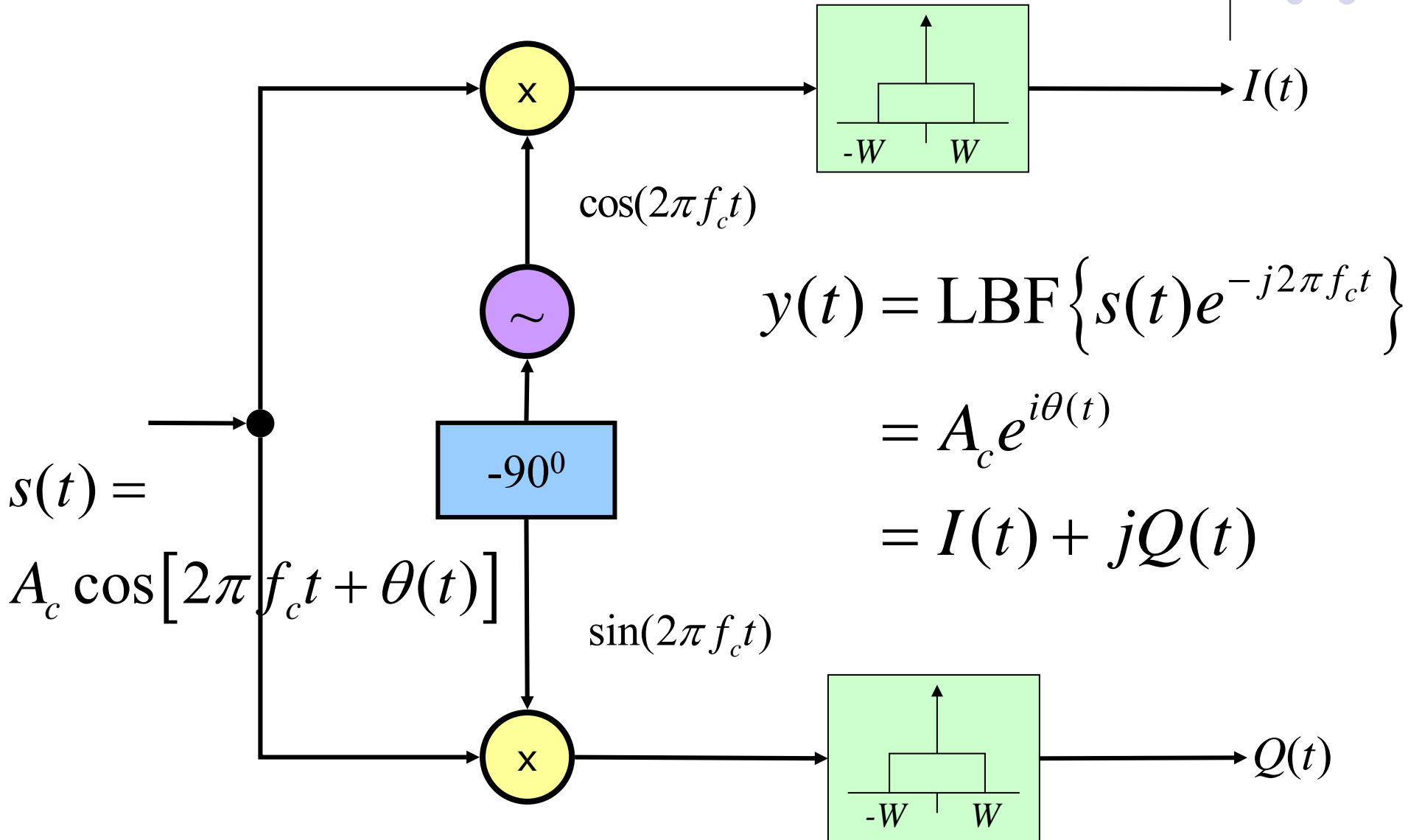
$$\frac{1}{2\pi K_0} \frac{d}{dt} \phi_e(t) + \phi_e(t) = 0 \Rightarrow \phi_e(t) = \phi_e(t_0) e^{-2\pi K_0(t-t_0)}$$

- Το μεταβατικό φαινόμενο παύει μετά 5 χρονικές σταθερές $t > t_0 + \frac{5}{2\pi K_0}$
- Ο βρόχος θα κλειδώνει εάν η μεταβολή της φάσης είναι αργή σε σχέση με τη σταθερά χρόνου και η στιγμιαία συχνότητα είναι εντός της περιοχής $f_c \pm K_0$

Ψηφιακή αποδιαμόρφωση QAM



Δέκτης QAM





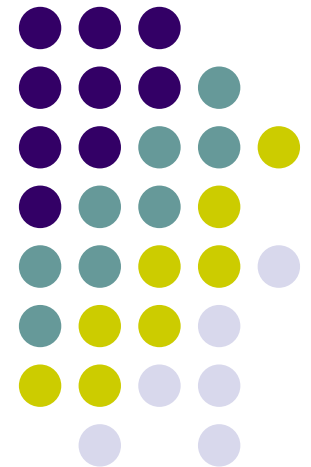
Αποδιαμόρφωση με DSP

- Το σήμα μπορεί να αποδιαμορφωθεί με ψηφιακή επεξεργασία, αφού

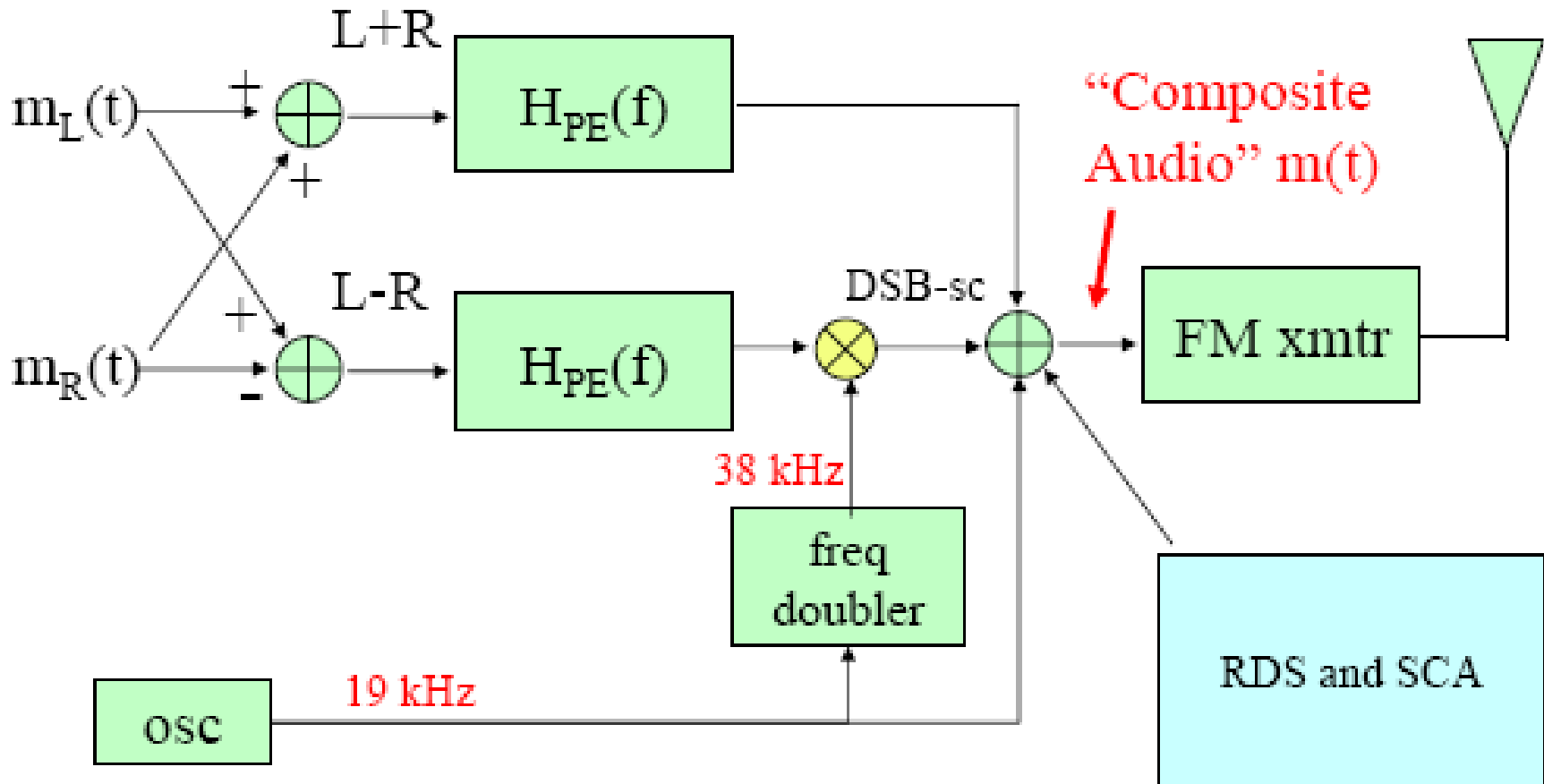
$$\theta(t) = \arctan\left(\frac{Q(t)}{I(t)}\right)$$

$$m(t) = \frac{1}{2\pi k_f} \frac{d}{dt} \theta(t)$$

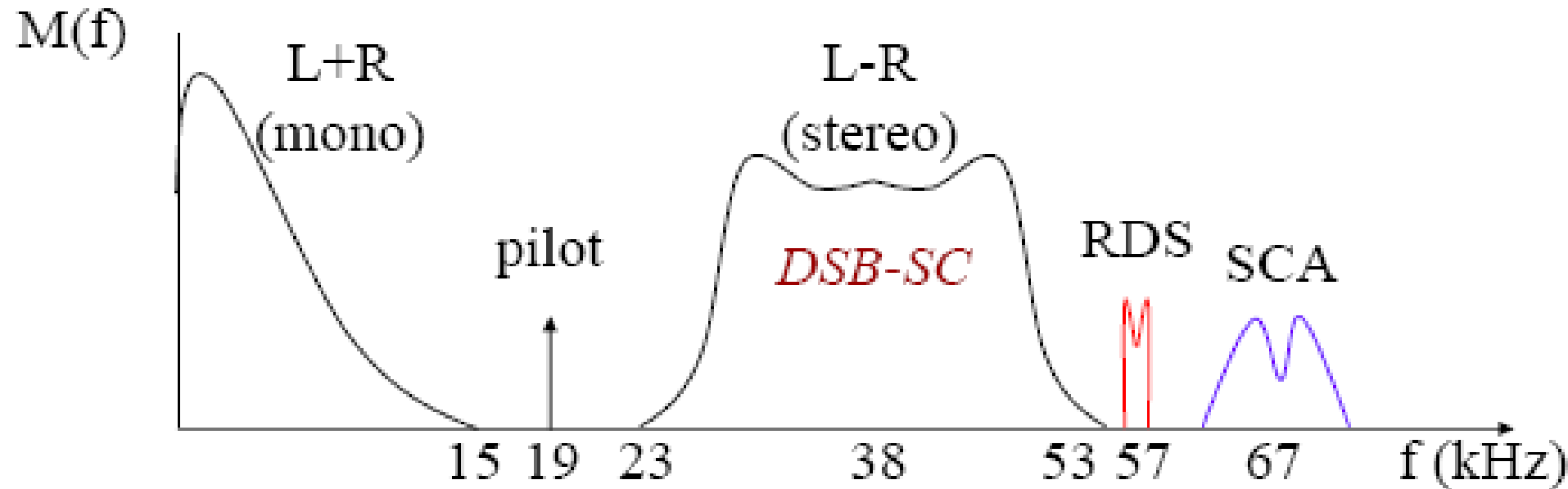
Εμπορική FM



Στερεοφωνικός πομπός FM

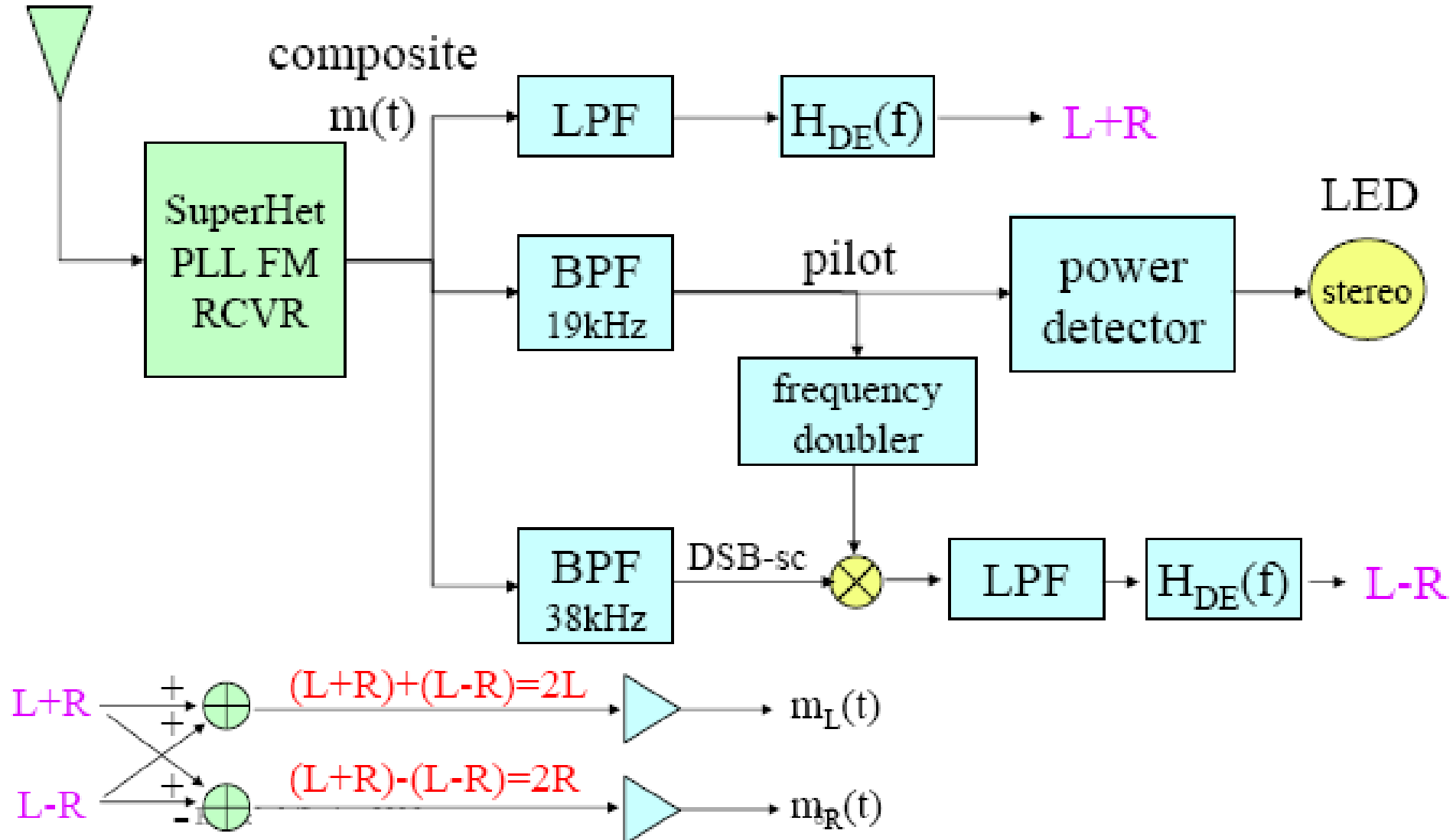


Σύνθετο ακουστικό σήμα

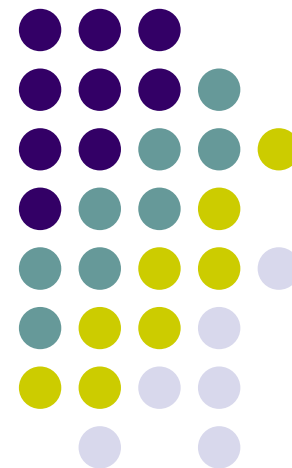


- RDS (Radio Data System)
 - Εναλλακτικές συχνότητες (AF)
 - Κίνηση στους δρόμους (TA)
 - Είδος προγράμματος (PTY)
- SCA (Subsidiary Communications Authorization)
 - Μετάδοση δεδομένων (τιμές μετοχών)
 - Μετάδοση σε άλλη γλώσσα
 - Ανάγνωση κειμένου (για τυφλούς)

ΣΤΕΡΕΟΦΩΝΙΚΟΣ ΔΕΚΤΗΣ FM



Παρεμβολές





Παρεμβολή από ημιτονοειδή

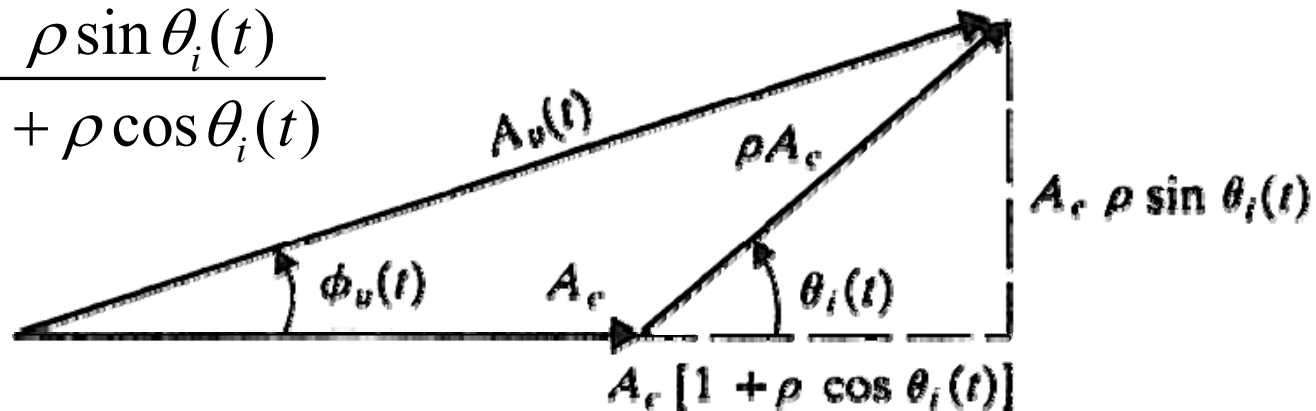
- Έστω ότι έχουμε υπέρθεση φέροντος με σήμα FM παραπλήσιας συχνότητας

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + A_i \cos[2\pi(f_c + f_i)t + \phi_i]$$

$$\rho = \frac{A_i}{A_c}, \quad \theta_i(t) = 2\pi f_i t + \phi_i$$

$$A_v(t) = A_c \sqrt{1 + \rho^2 + 2\rho \cos \theta_i(t)}$$

$$\phi_v(t) = \arctan \frac{\rho \sin \theta_i(t)}{1 + \rho \cos \theta_i(t)}$$





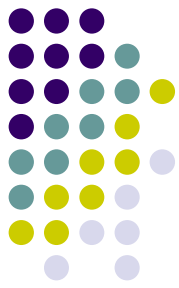
Παρεμβολή από ημιτονοειδή

- Έστω ότι το σήμα που παρεμβάλλει είναι $\rho \ll 1$ ασθενές, τότε

$$A_v(t) \approx A_c [1 + \rho \cos(2\pi f_i t + \phi_i)]$$

$$\phi_v(t) \approx \rho \sin(2\pi f_i t + \phi_i)$$

- δηλαδή, προκύπτει τόσο διαμόρφωση AM όσο και FM/PM από απλό τόνο συχνότητας f_i



Παρεμβολή από ημιτονοειδή

- Έστω ότι το παρεμβάλον σήμα είναι $\rho \gg 1$ ισχυρό, τότε

$$A_v(t) \approx A_i \left[1 + \rho^{-1} \cos(2\pi f_i t + \phi_i) \right]$$

$$\phi_v(t) \approx 2\pi f_i t + \phi_i$$

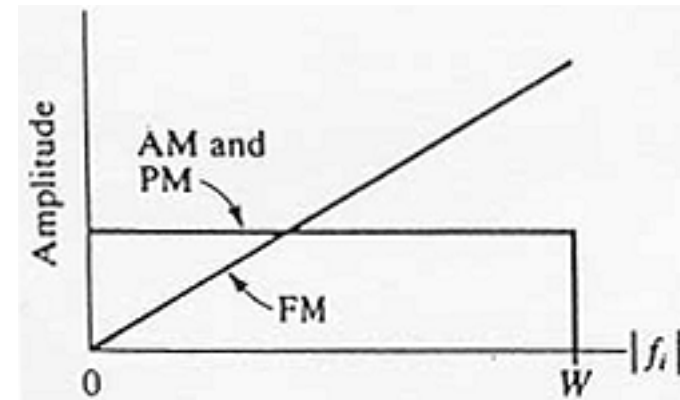
- οπότε έχουμε και πάλι μια διαμόρφωση AM, αλλά η φάση αντιστοιχεί σε μετατοπισμένη συχνότητα φέροντος $f_c + f_i$
- Αποδιαμορφώνεται το παρεμβάλον σήμα



Παρεμβολή από ημιτονοειδή

- Η έξοδος, ανάλογα με το είδος φωρατή, σε ασθενή παρεμβολή είναι

$$v(t) = \begin{cases} 1 + \rho \cos(2\pi f_i t + \phi_i) & \text{AM} \\ \rho \sin(2\pi f_i t + \phi_i) & \text{PM} \\ \rho f_i \cos(2\pi f_i t + \phi_i) & \text{FM} \end{cases}$$



- Η FM είναι αναίσθητη σε ενδοκαναλική (co-channel) παρεμβολή και ευαίσθητη σε διακαναλική (adjacent channel) παρεμβολή



Φαινόμενο σύλληψης

- Έστω ότι έχουμε δύο σήμα FM με περίπου ίσα πλάτη, το ένα εκ των οποίων είναι αδιαμόρφωτο, τότε

$$\begin{aligned} \nu(t) &= \frac{d}{dt} \phi_\nu(t) = \frac{d}{dt} \left[\arctan \frac{\rho \sin \phi_i(t)}{1 + \rho \cos \phi_i(t)} \right] = \frac{\rho^2 + \rho \cos \phi_i(t)}{1 + \rho^2 + 2\rho \cos \phi_i(t)} \frac{d}{dt} \phi_i(t) \\ &= a(\rho, \phi) \frac{d}{dt} \phi_i(t) \end{aligned}$$

- οπότε εάν το $a(\rho, \phi)$ είναι περίπου σταθερό, η παρεμβολή εμφανίζεται με τη μορφή διαφωνίας (crosstalk) στην έξοδο



Φαινόμενο σύλληψης

- Εάν όμως τα πλάτη των σημάτων είναι περίπου ίδια $\rho \approx 1$

$$a(\rho, \phi) = \frac{\rho^2 + \rho \cos \phi}{1 + \rho^2 + 2\rho \cos \phi}$$

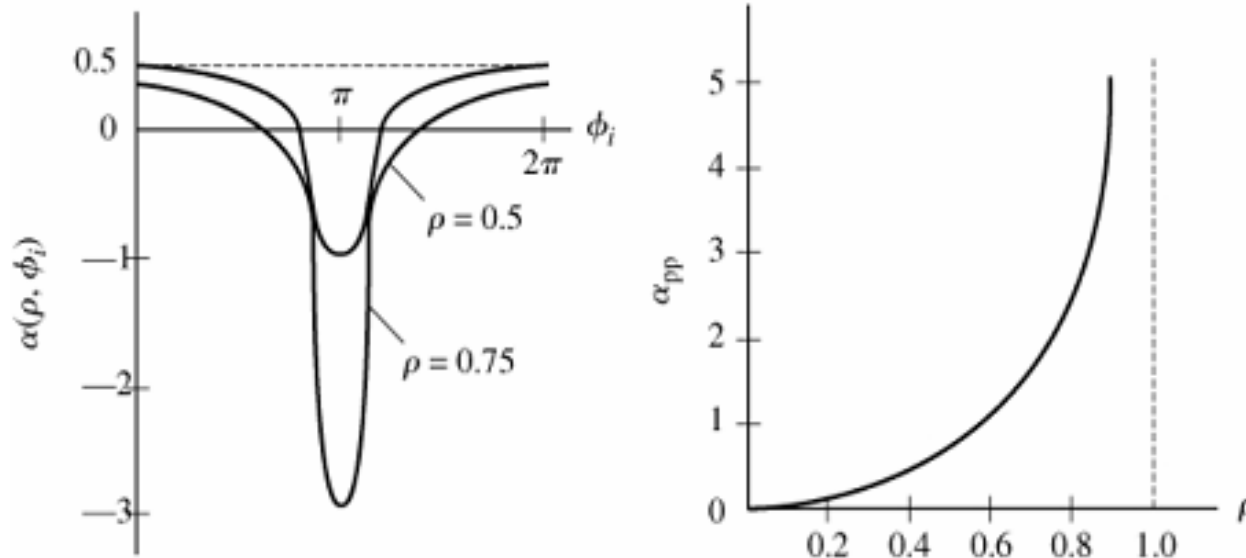
$$a(\rho, \phi) = \begin{cases} \frac{\rho}{1 + \rho} & \phi = 0, \pm 2\pi, \dots \\ \frac{\rho^2}{1 + \rho^2} & \phi = \pm \frac{\pi}{2}, \pm 3\frac{\pi}{2}, \dots \\ -\frac{\rho}{1 - \rho} & \phi = \pm \pi, \pm 3\pi, \dots \end{cases}$$



Φαινόμενο σύλληψης

- Η έξοδος εξαρτάται από την τιμή

$$a_{pp} = a(\rho, 0) - a(\rho, \phi) = 2\rho / (1 - \rho^2)$$



- Για $\rho > 0,7$ επικρατεί η παρεμβολή