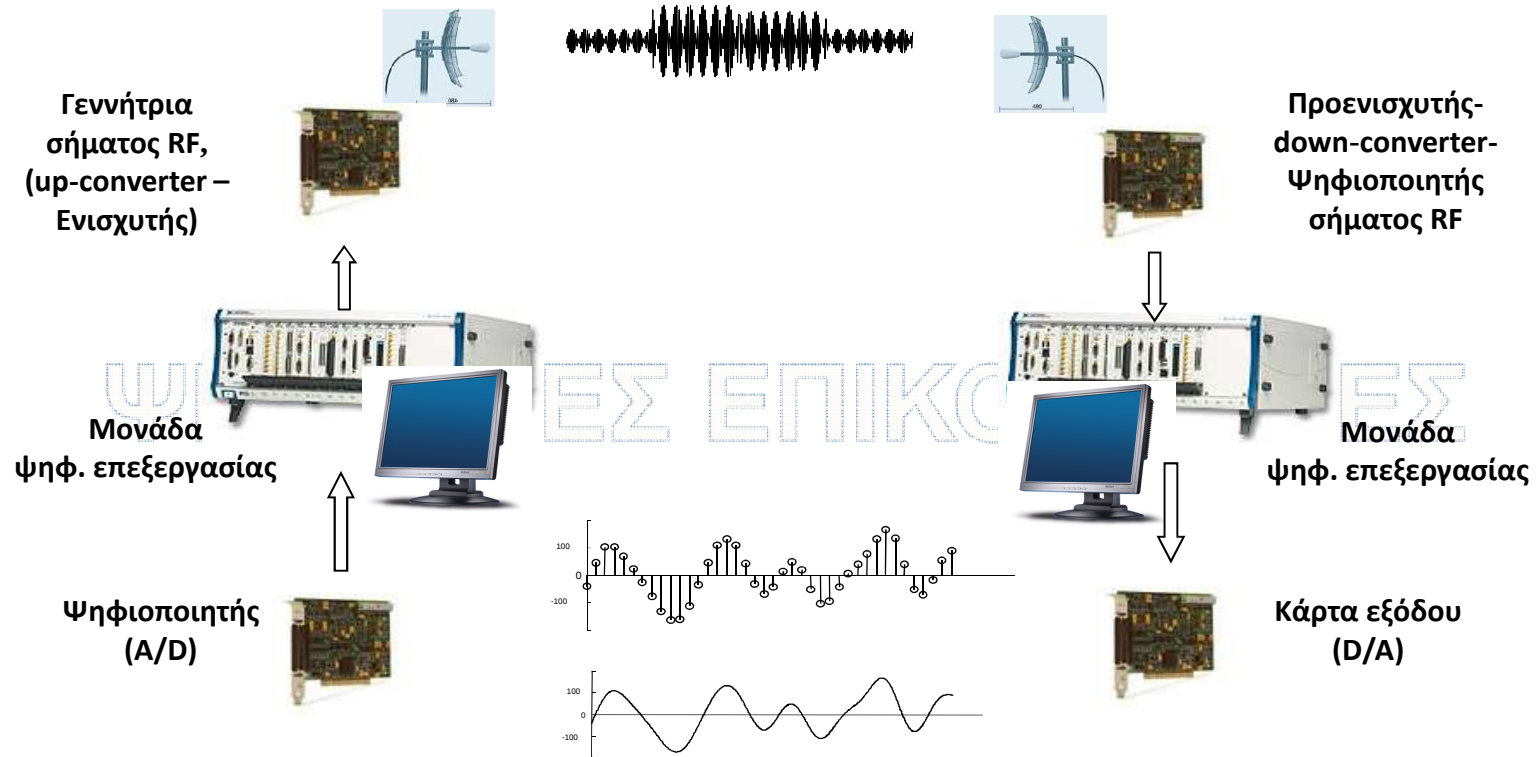


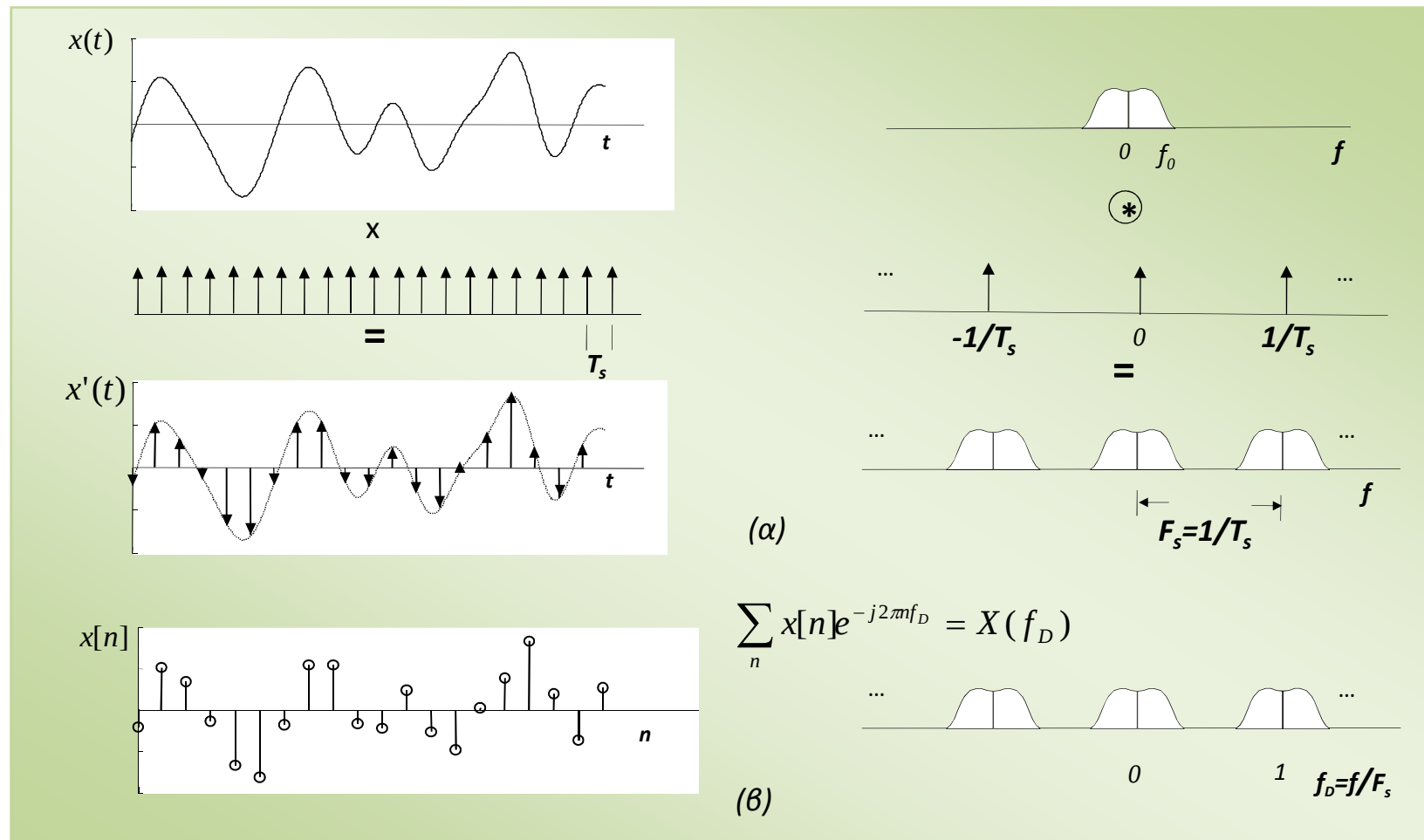
Η ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΟΣ

στις τηλεπικοινωνίες

Διάταξη συστήματος ψηφιακής επικοινωνίας



Δειγματοληψία - παράσταση διακριτού χρόνου



Discrete-Time Fourier Transform

$$\sum_n x[n] e^{-j2\pi n f_D} \equiv X(f_D)$$

$$x'(t) = x(t) \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) = \frac{1}{T_s} x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j2\pi n \frac{t}{T_s}}$$

ΨΗΦΙΑΚΕΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ

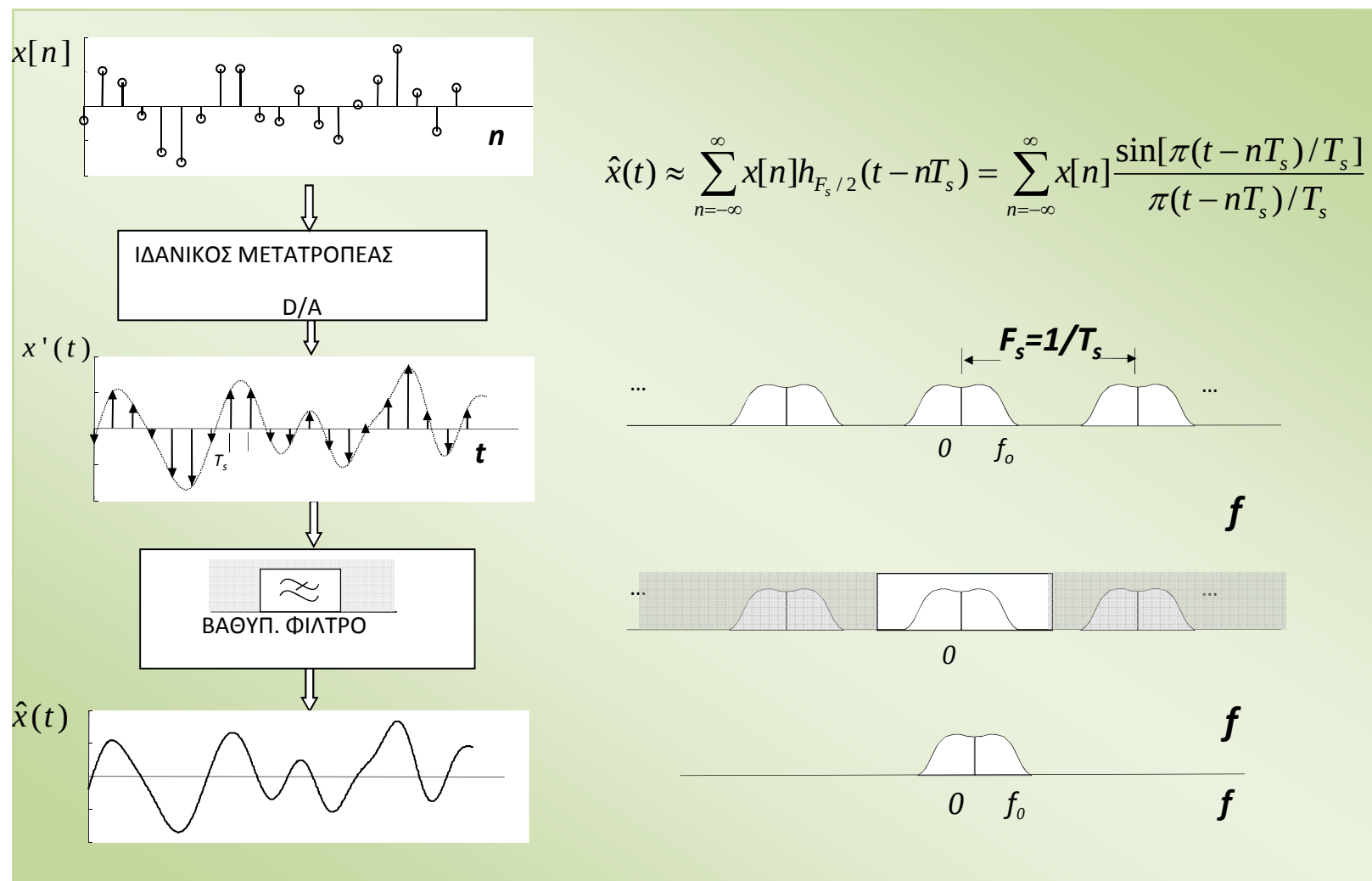
$$\sum_n x[n] e^{-j2\pi n f T_s}$$

$$X'(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(f - \frac{k}{T_s})$$

$\equiv$

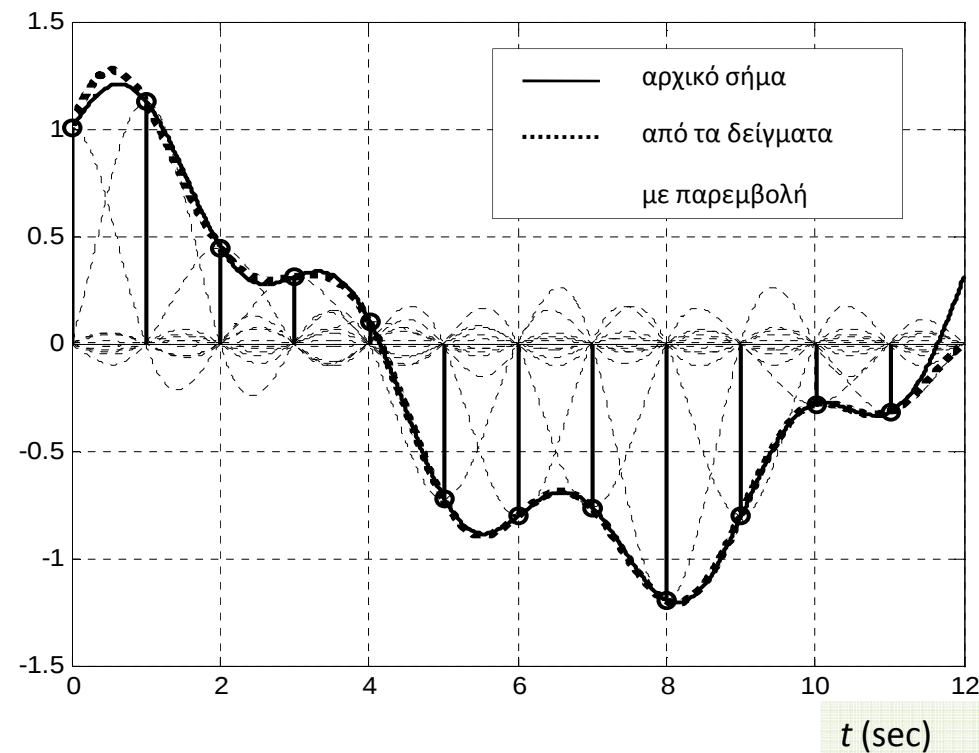
$$(f_D = f T_s = f / F_s)$$

Ανακατασκευή σήματος συνεχούς χρόνου από την παράσταση διακριτού χρόνου



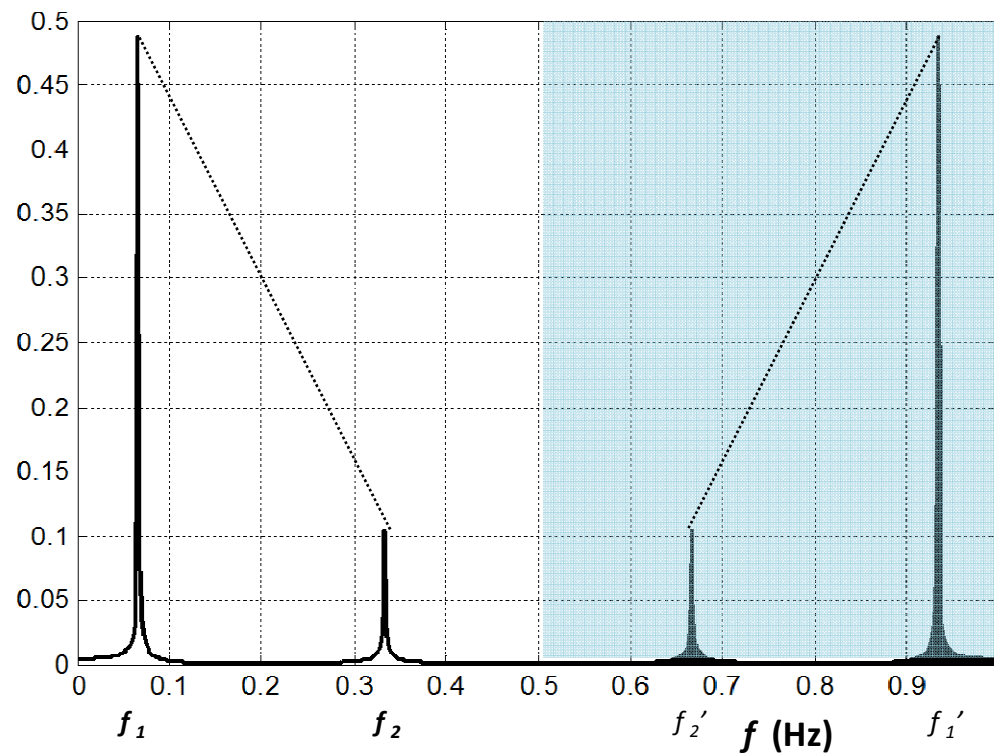
Δειγματοληψία και ανακατασκευή αναλογικού σήματος με παρεμβολή συνεχούς χρόνου – πεδίο χρόνου

Δειγματοληψία και D/A με παρεμβολή, $F_s=1$ ($>2f_o$)



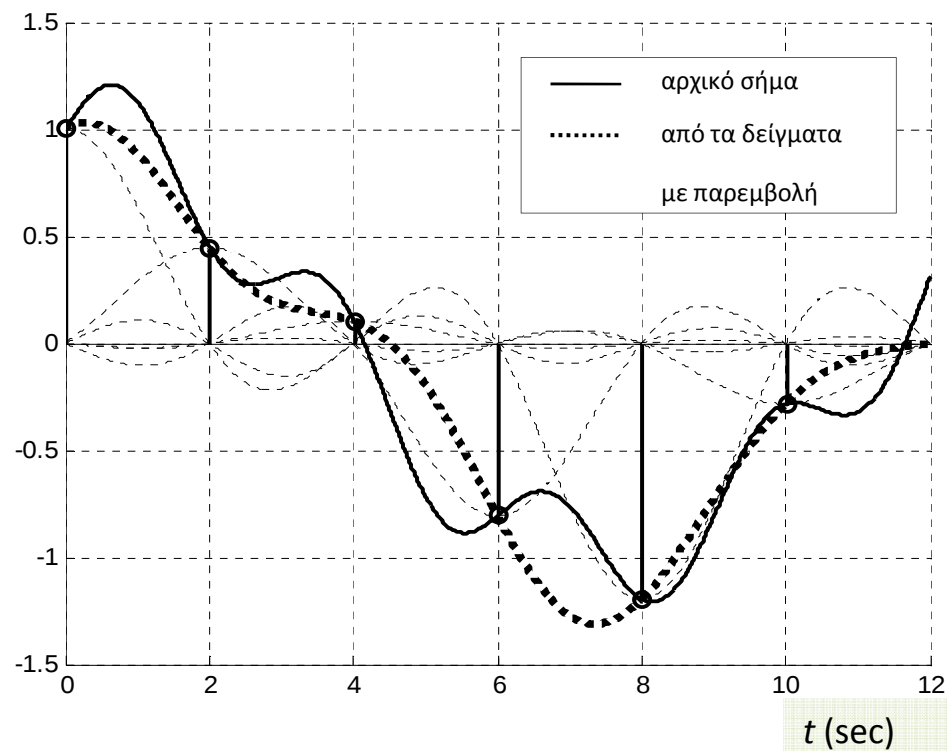
Δειγματοληψία και ανακατασκευή αναλογικού σήματος με παρεμβολή συνεχούς χρόνου – πεδίο συχνότητας

Φάσμα διακριτού χρόνου δύο ημιτονικών $f_1=0.066667$, $f_2=0.33333$, $F_s=1$



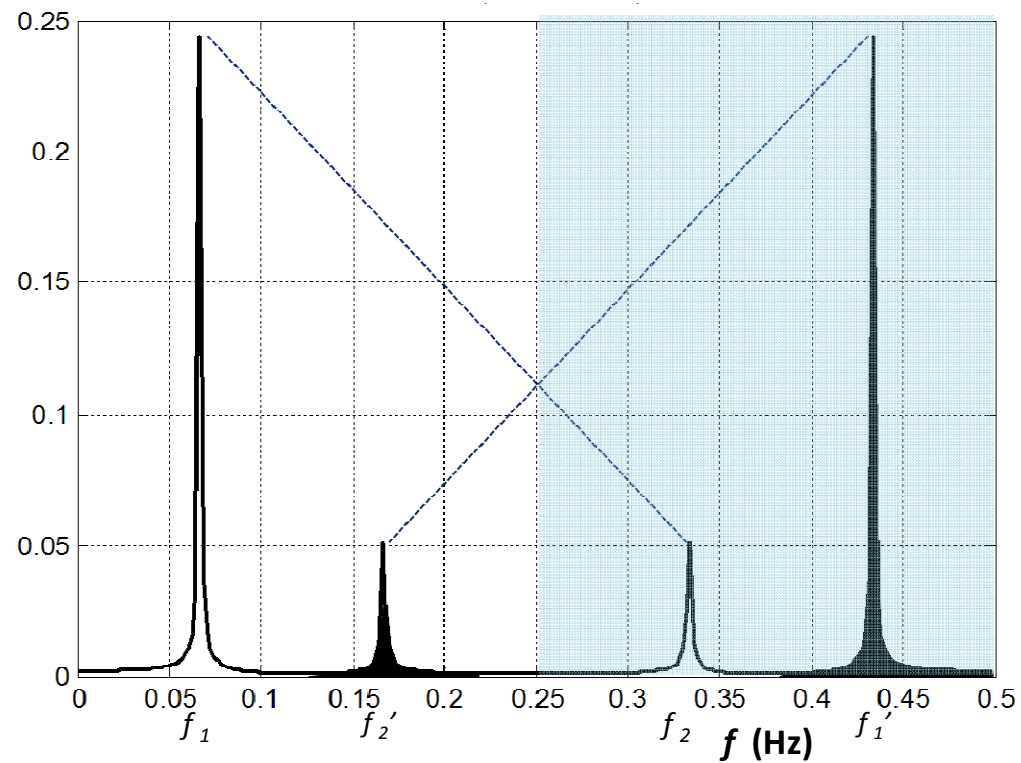
Επικάλυψη (aliasing) - πεδίο χρόνου

Δειγματοληψία και D/A με παρεμβολή, $F_s=0.5$ ($<2f_o$)

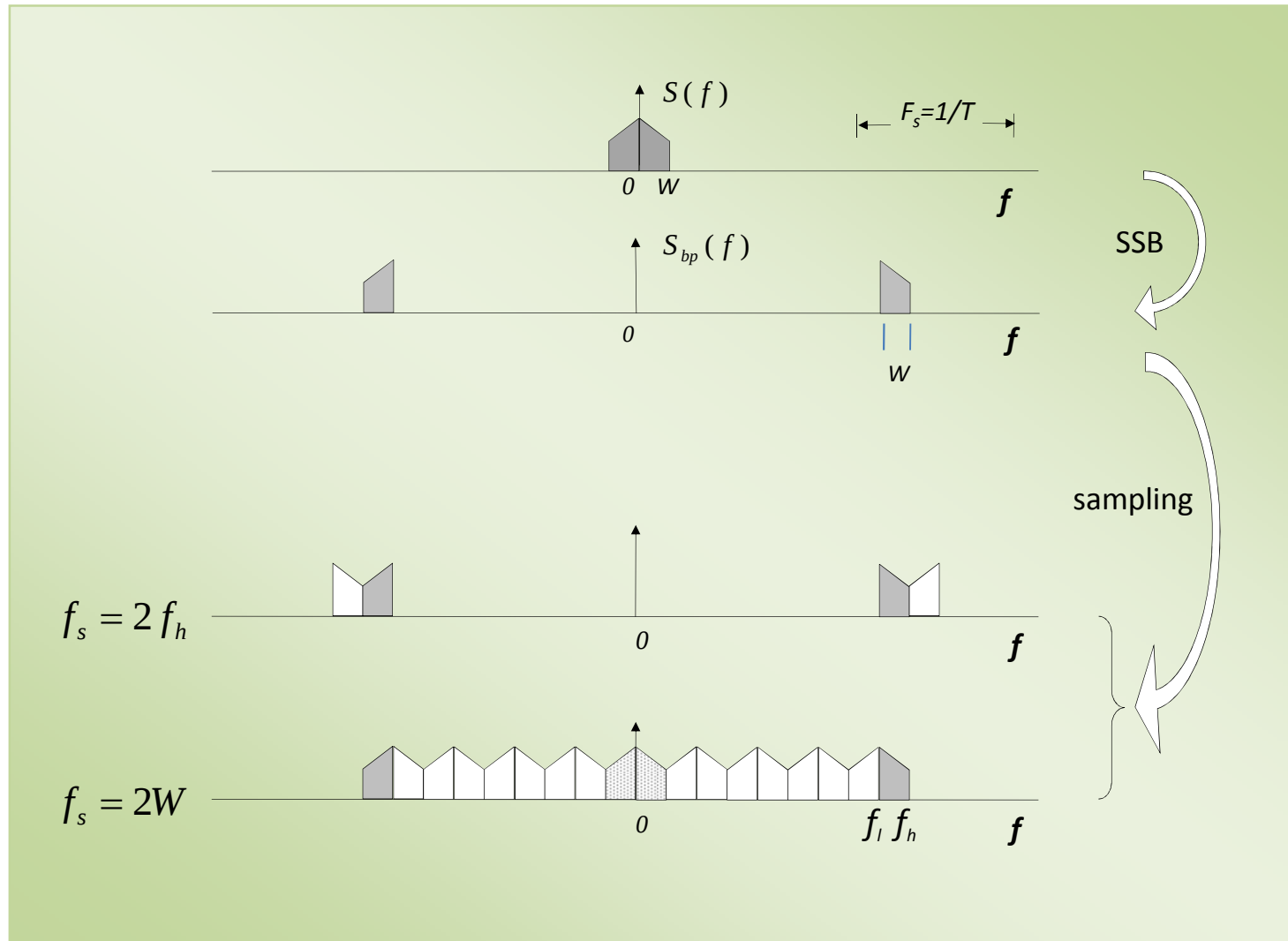


Επικάλυψη (aliasing) - πεδίο συχνότητας

Φάσμα διακριτού χρόνου δύο ημιτονικών $f_1=0.066667$, $f_2=0.33333$, $F_s=0.5$

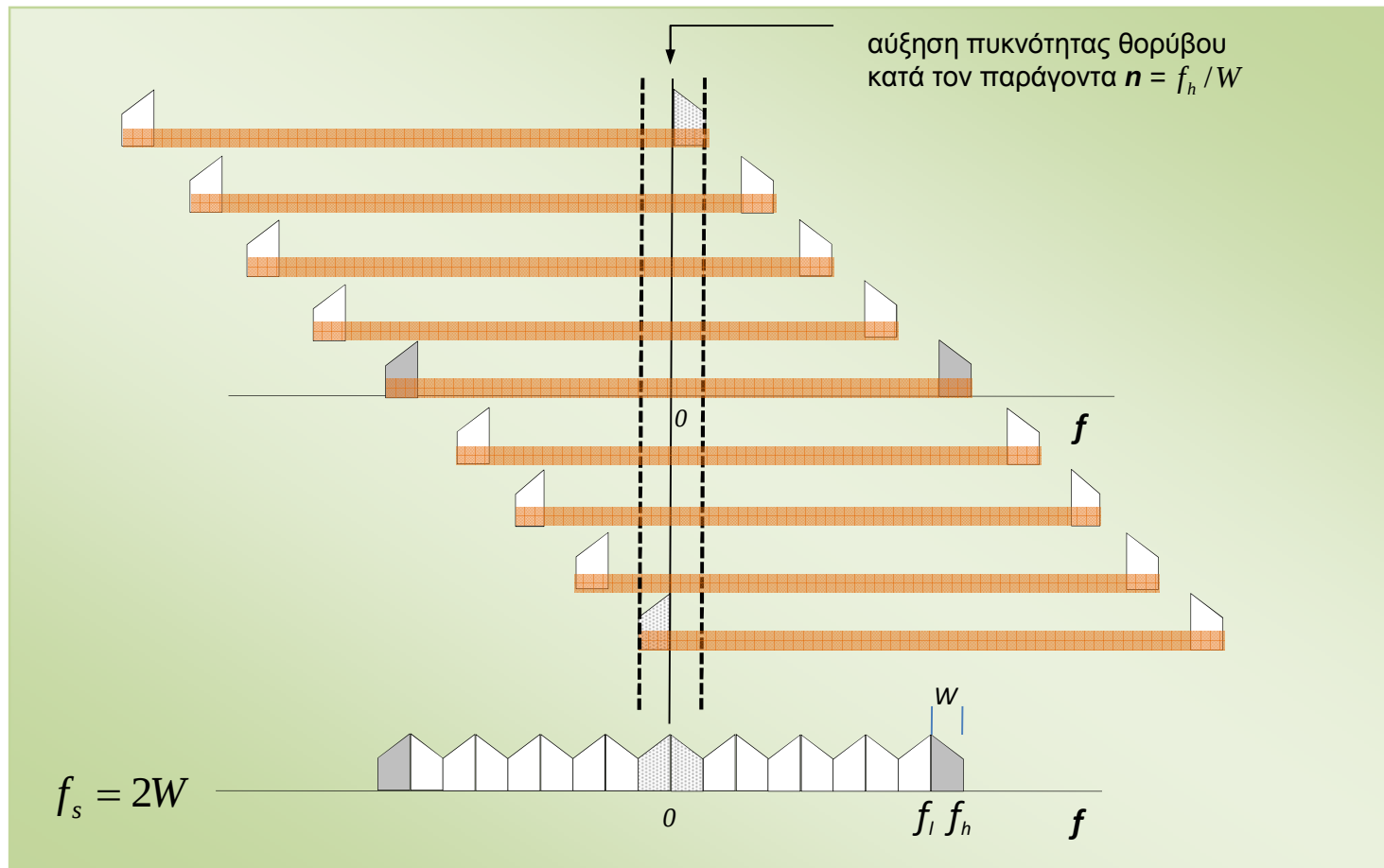


Δειγματοληψία ζωνοπερατού σήματος (1/2)

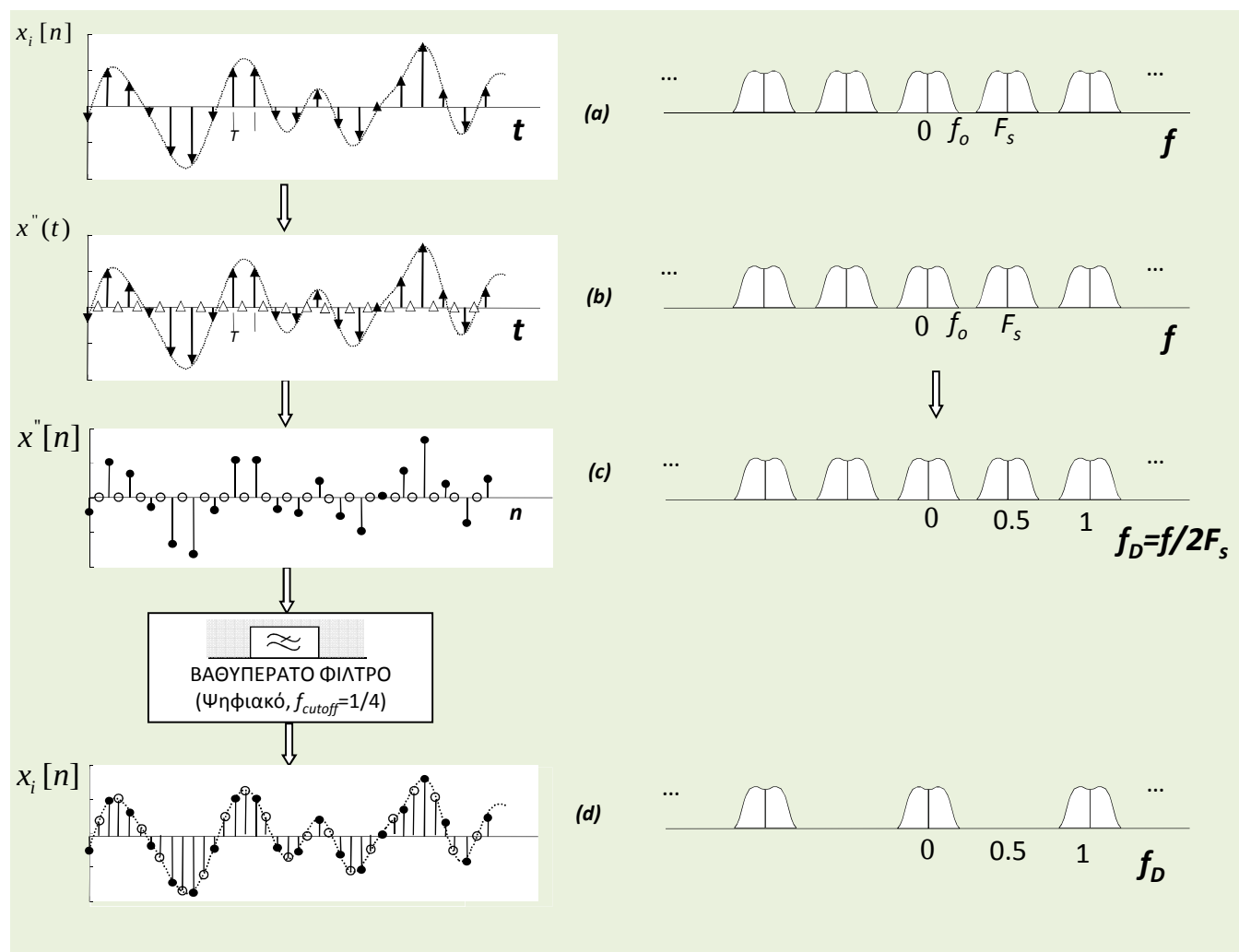


Δειγματοληψία ζωνοπερατού σήματος (2/2)

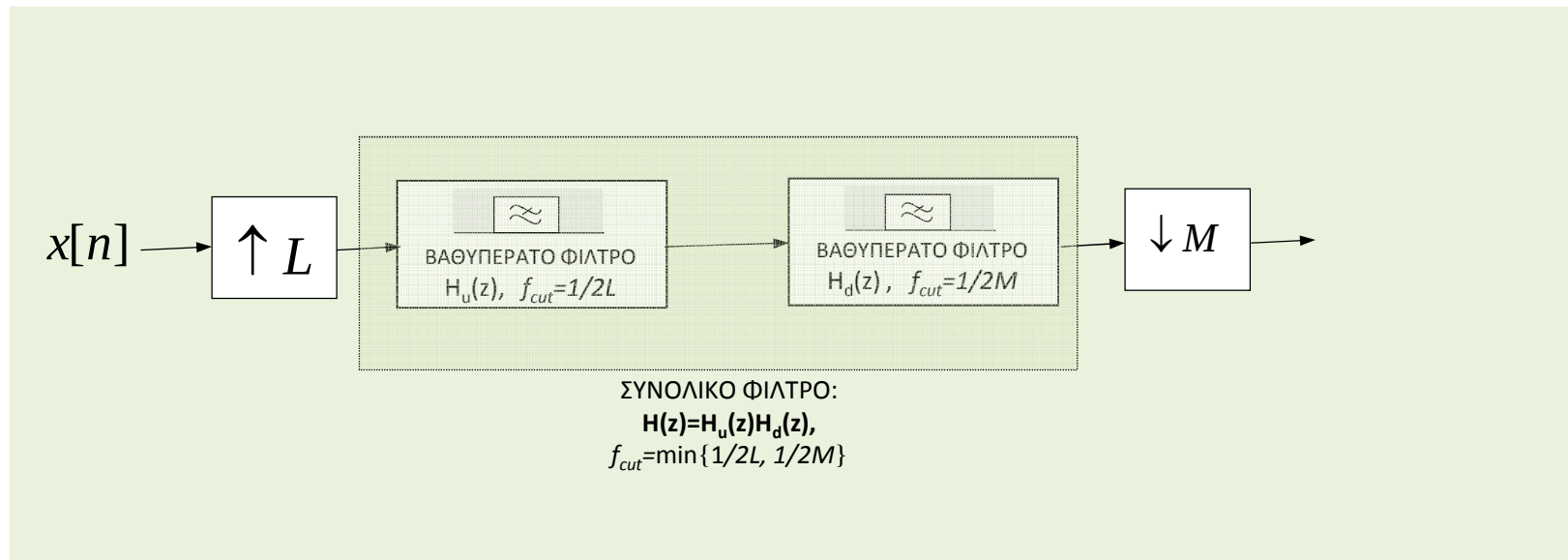
Το πρόβλημα του θορύβου



Διακριτή παρεμβολή & αραίωση

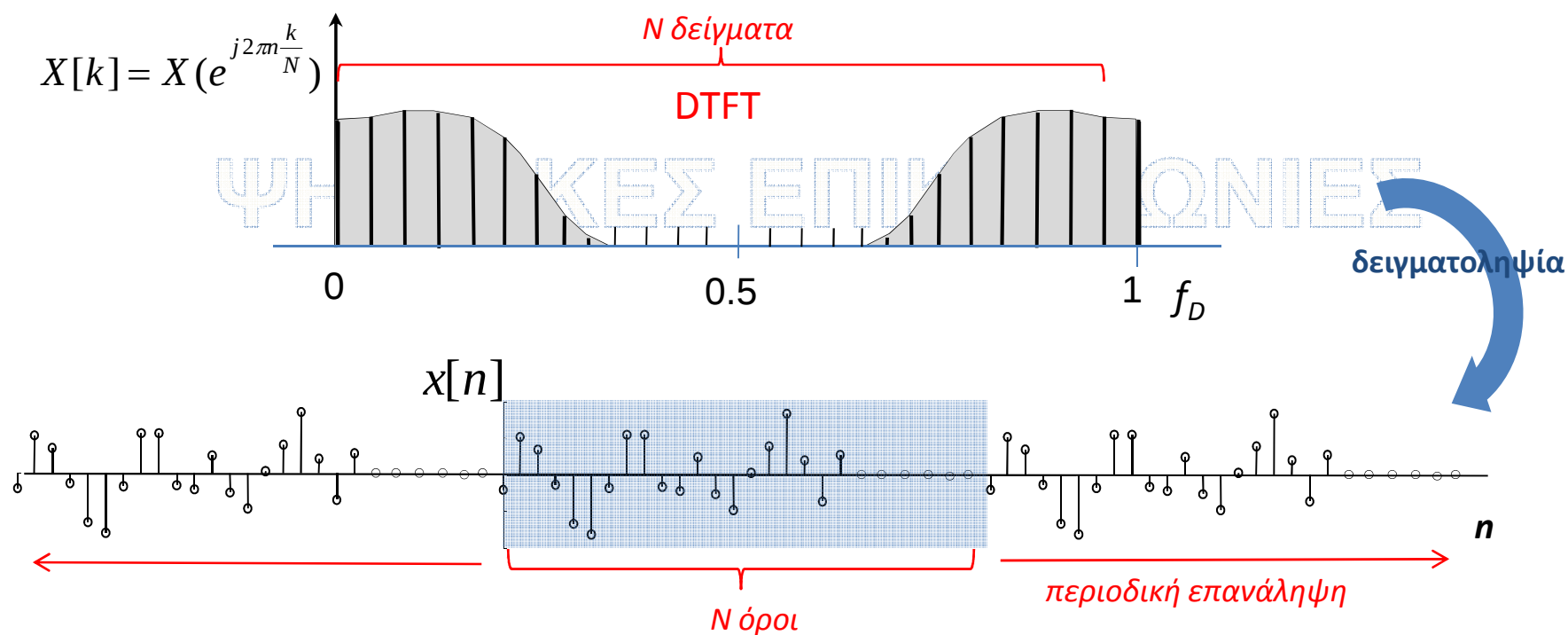


Αλλαγή πλέγματος δειγματοληψίας L/M



Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier (DFT)

$$X(k) \equiv \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi kn/N} = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{nk}, \quad k \in [0, N-1], \quad W_N \equiv e^{-j\frac{2\pi}{N}}$$



Σχέση μετασχηματισμών FT - $DTFT$ - DFT - Z

- Ο μετασχηματισμός Fourier συσχετίζει τα δύο συνεχή πεδία. Δίνει, δηλαδή, το συνεχές φάσμα συνεχών σημάτων. Δειγματοληψία στο πεδίο του χρόνου στο πλέγμα $\{nT_s\}$ δίνει περιοδική επανάληψη του συνεχούς φάσματος στο πλέγμα $\{n/T_s\}$. Δεν έχουμε επικάλυψη στο πεδίο συχνοτήτων όταν το φάσμα του σήματος περιορίζεται σε συχνότητες κάτω της $1/(2T_s)$.
- Ο $DTFT$ συσχετίζει το διακριτό πεδίο χρόνου με το συνεχές πεδίο συχνοτήτων, στην κανονικοποιημένη περιοχή $[0, 1)$. Προκύπτει δηλαδή από τον FT του διακριτοποιημένου σήματος, αφού τεθεί $T_s=1$.
- Δειγματοληψία στο πεδίο συχνοτήτων στο πλέγμα $\{k/T_s\}$ δίνει περιοδική επανάληψη στο πεδίο του χρόνου στο πλέγμα $\{kT_s\}$. Δεν έχουμε επικάλυψη στο πεδίο του χρόνου αν το σήμα είναι πεπερασμένης διάρκειας μικρότερης του T_s .
- Ο DFT συσχετίζει τα δύο διακριτά πεδία: σήμα N δειγμάτων με φάσμα N δειγμάτων (δειγματοληψίας του $DTFT$).

$$z = e^{j2\pi f_D}$$

Σχέση μ/σμών FT - $DTFT$ - DFT - Z (συνέχεια)

- Οι FFT είναι αλγόριθμοι γρήγορου υπολογισμού του DFT .
- Για την αντίστροφη μετάβαση, δηλαδή από τους διακριτούς μετασχηματισμούς ($DTFT$ και DFT) στον μετασχηματισμό Fourier φυσικής κλίμακας χρόνου και συχνότητας, αρκεί να καθοριστεί επιπλέον η συχνότητα δειγματοληψίας $F_s = 1/T_s$, οπότε καθορίζεται: τόσο η διάρκεια σήματος, $\tau = NT_s$, όσο και το εύρος συχνοτήτων του φάσματός του, $(0, F_s)$.
- Ο $DTFT$ προκύπτει από τον υπολογισμό του μετασχηματισμού Z στη μοναδιαία μιγαδική περιφέρεια και ο DFT σε N διακριτά, ισαπέχοντα σημεία επί της περιφέρειας αυτής.
- Ο $DTFT$ προκύπτει από τον DFT με παρεμβολή, όπως ακριβώς και το συνεχές σήμα από τα δείγματά του.

Ψηφιακά φίλτρα (1/8)

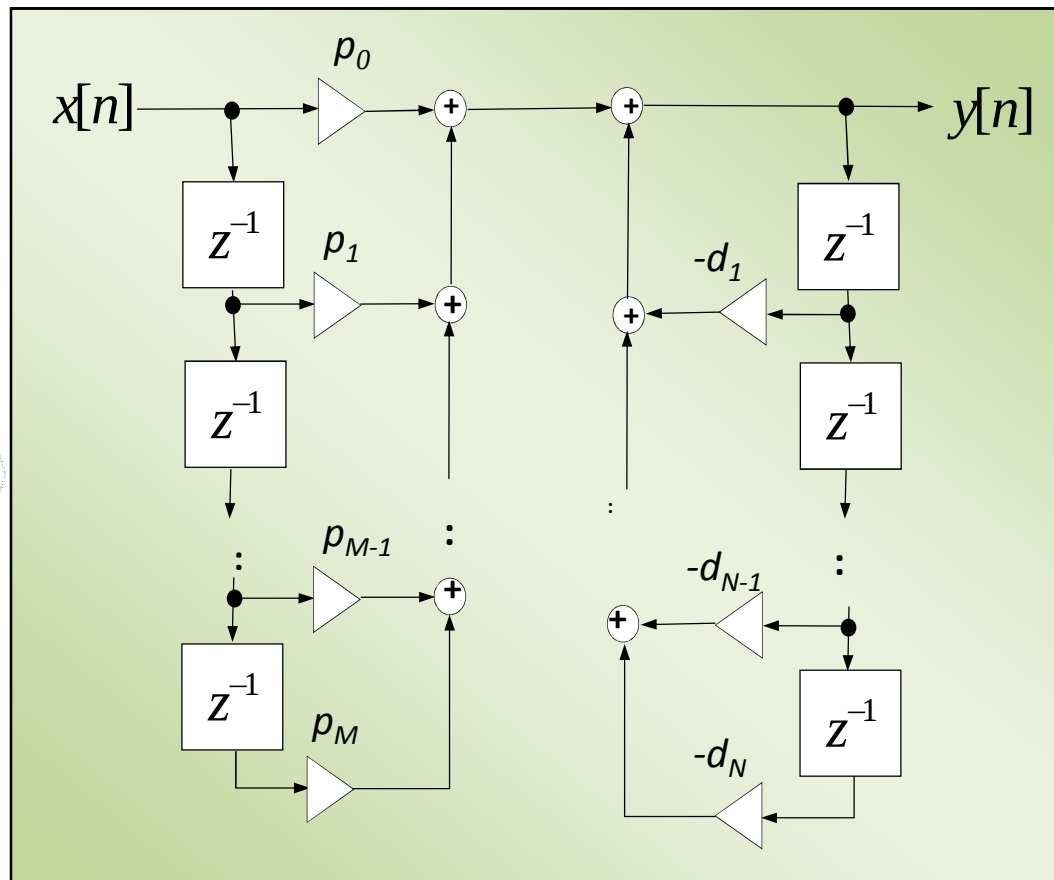
Εξίσωση διαφορών & συνάρτηση μεταφοράς

$$y[n] + \sum_{k=1}^N d_k y[n-k] = \sum_{k=0}^M p_k x[n-k]$$

$$H(z) \equiv \frac{Z\{y\}}{Z\{x\}} = \frac{\sum_{k=0}^M p_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N d_k z^{-k}}$$

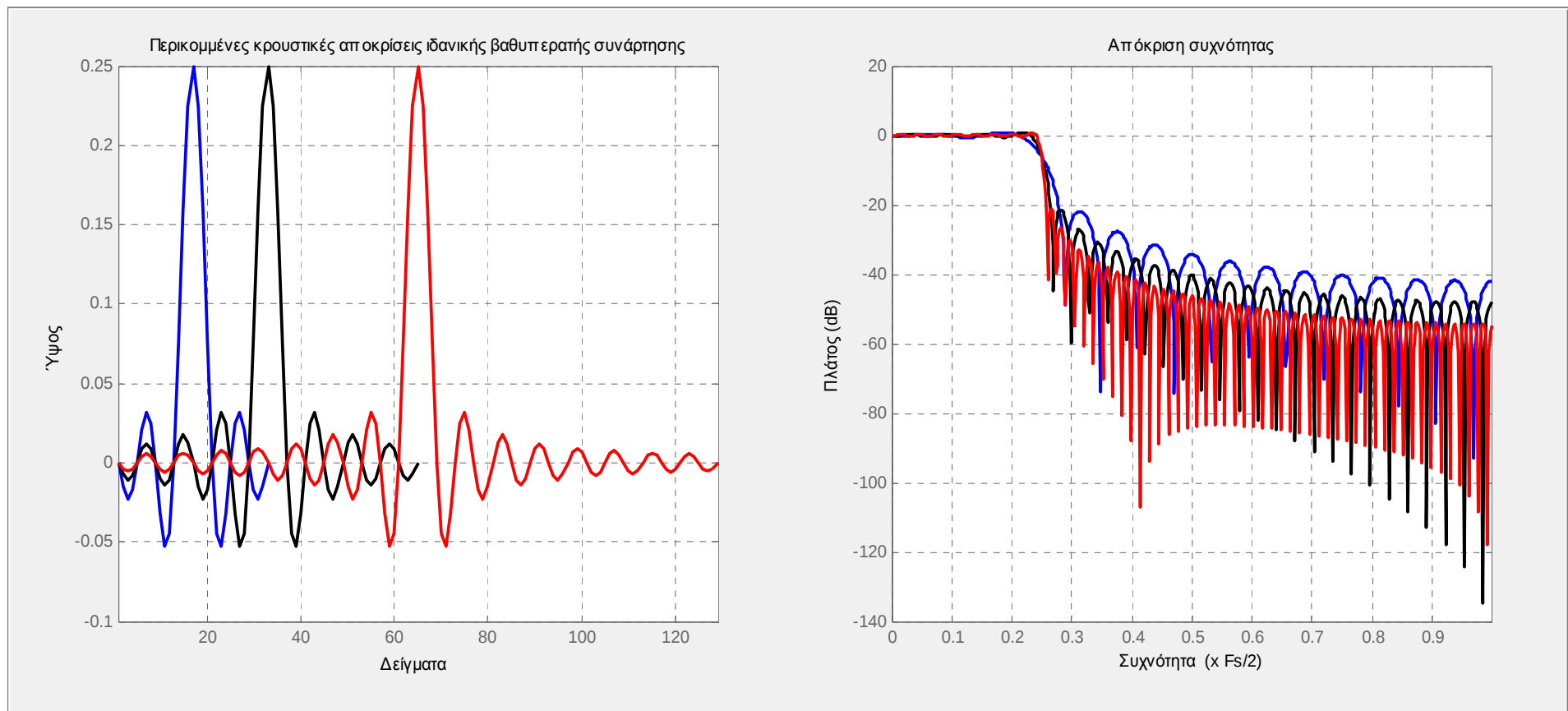
Ψηφιακά φίλτρα (2/8)

Υλοποίηση



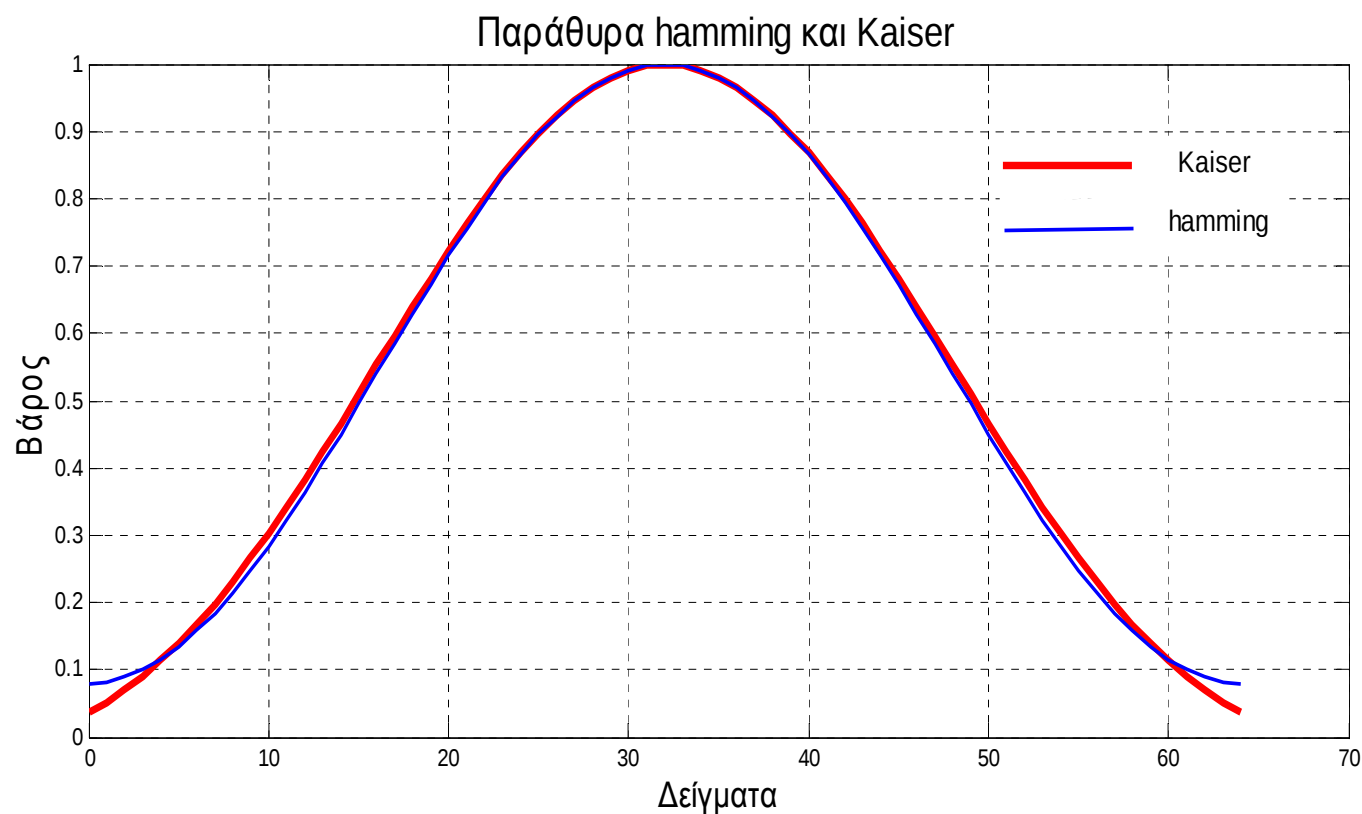
Ψηφιακά φίλτρα (3/8)

FIR φίλτρα: περικοπή ιδανικής κρουστικής απόκρισης



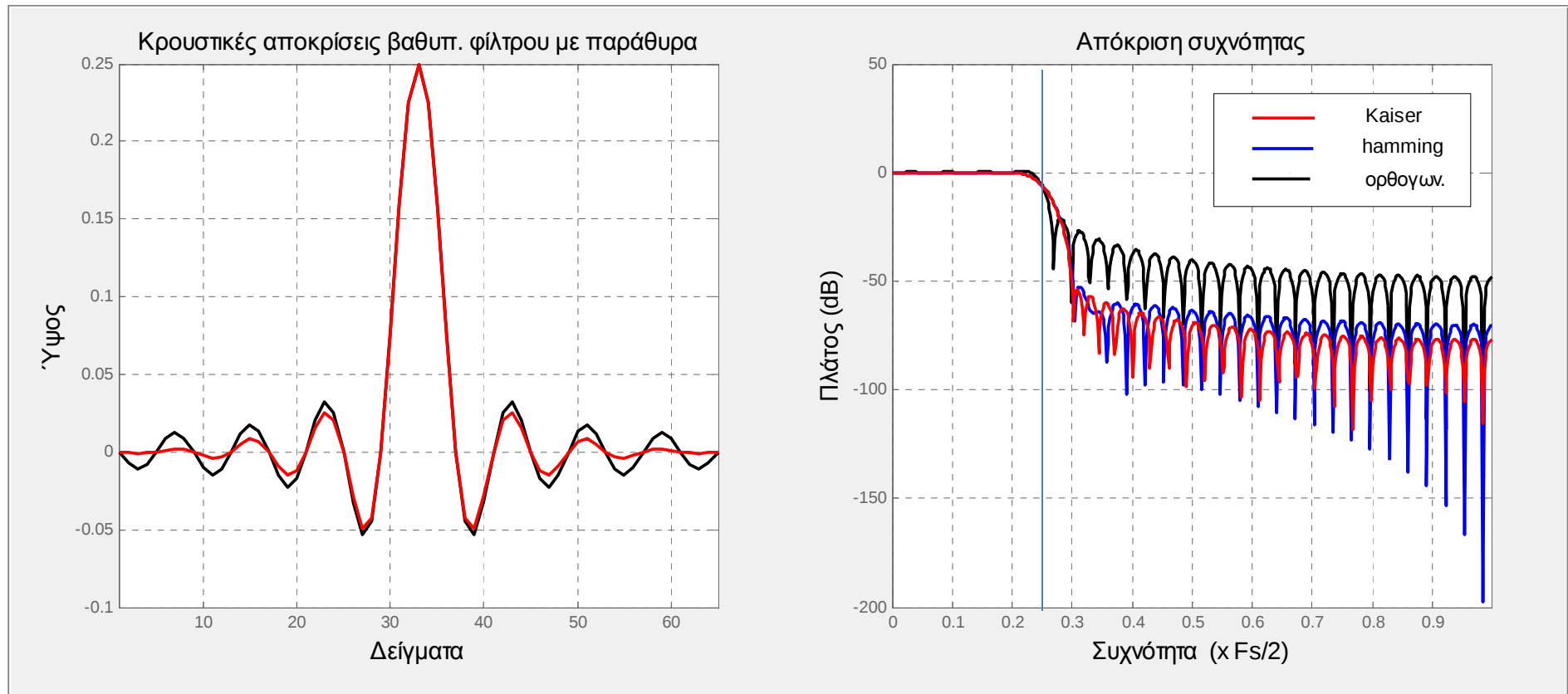
Ψηφιακά φίλτρα (4/8)

FIR φίλτρα: μέθοδος παραθύρων



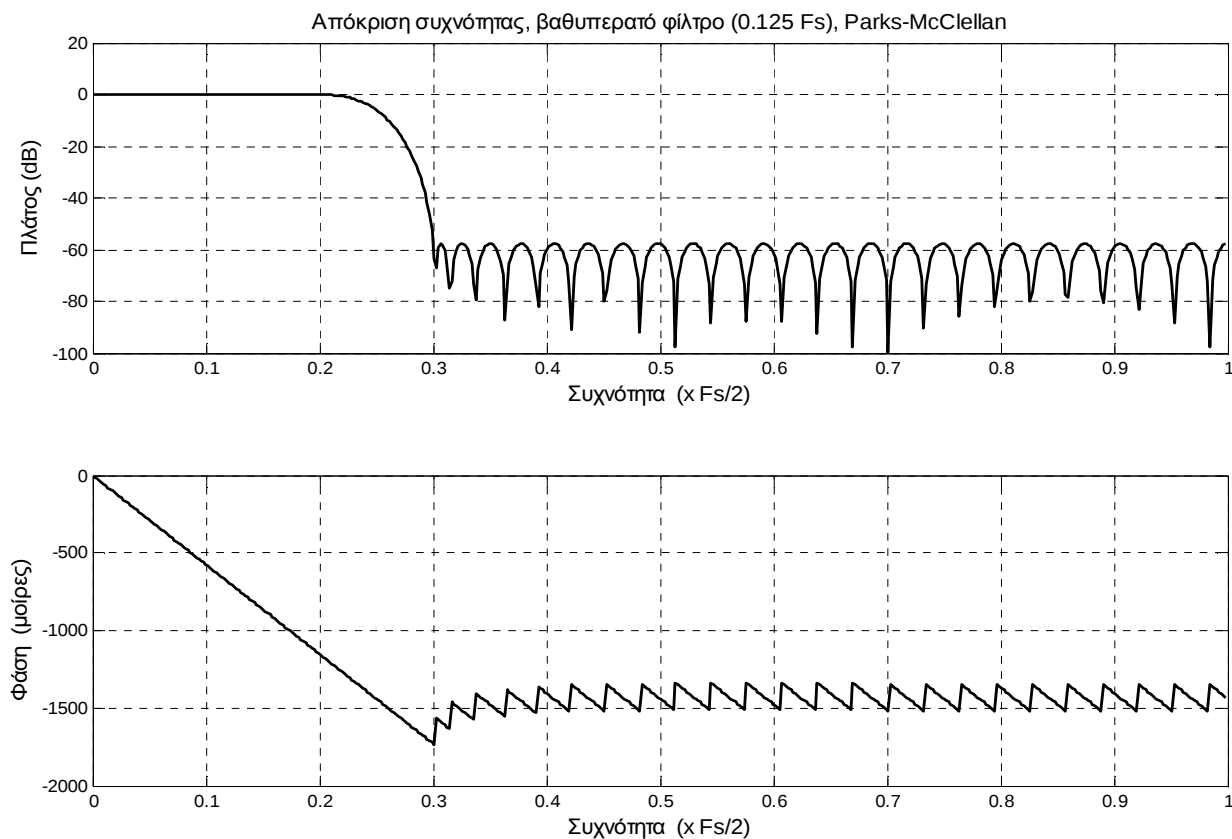
Ψηφιακά φίλτρα (5/8)

FIR φίλτρα: μέθοδος παραθύρων - βαθυπερατό φίλτρο

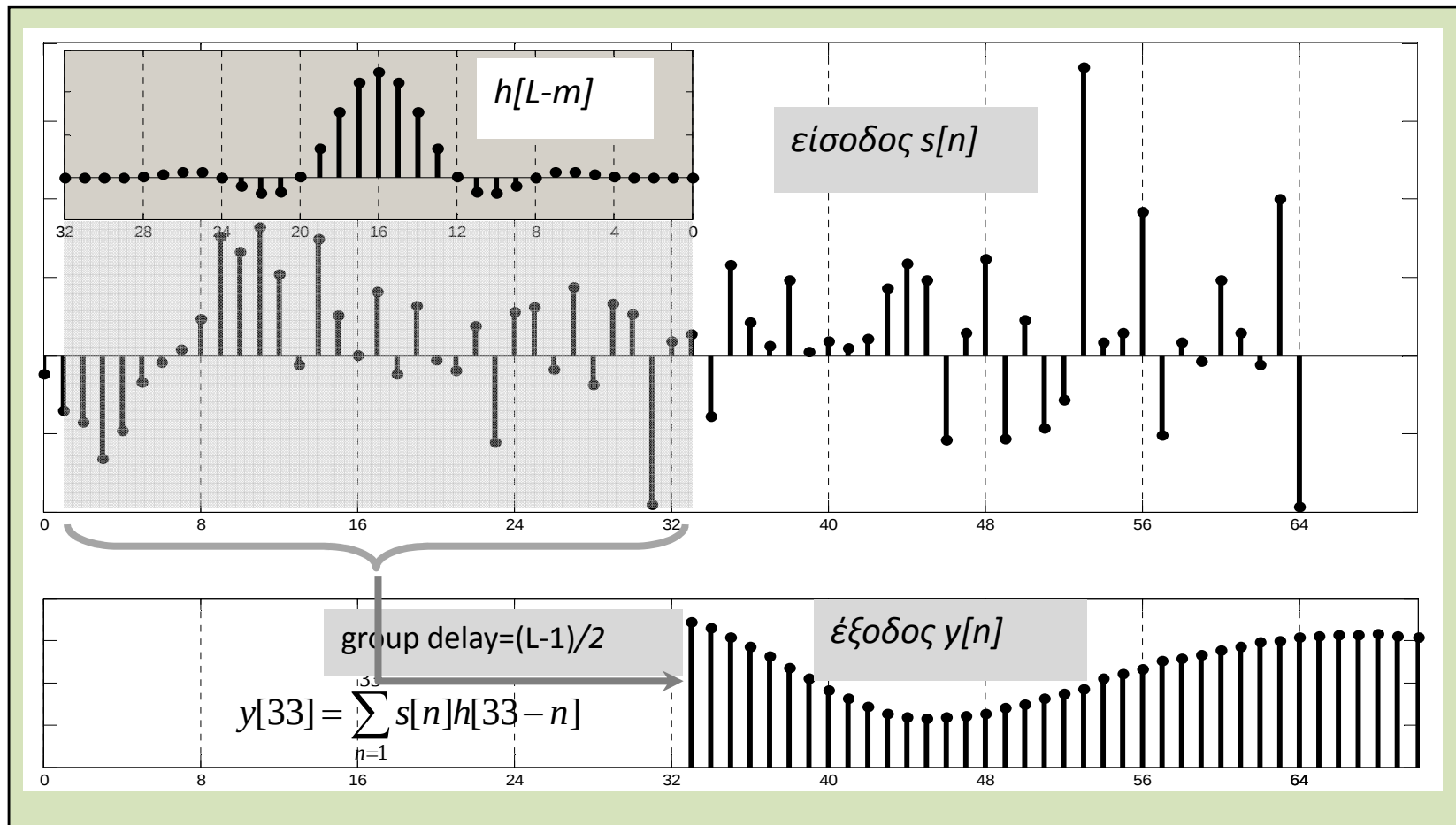


Ψηφιακά φίλτρα (6/8)

FIR φίλτρα: μέθοδος ισοϋψών κυματώσεων (Parks-McClellan)

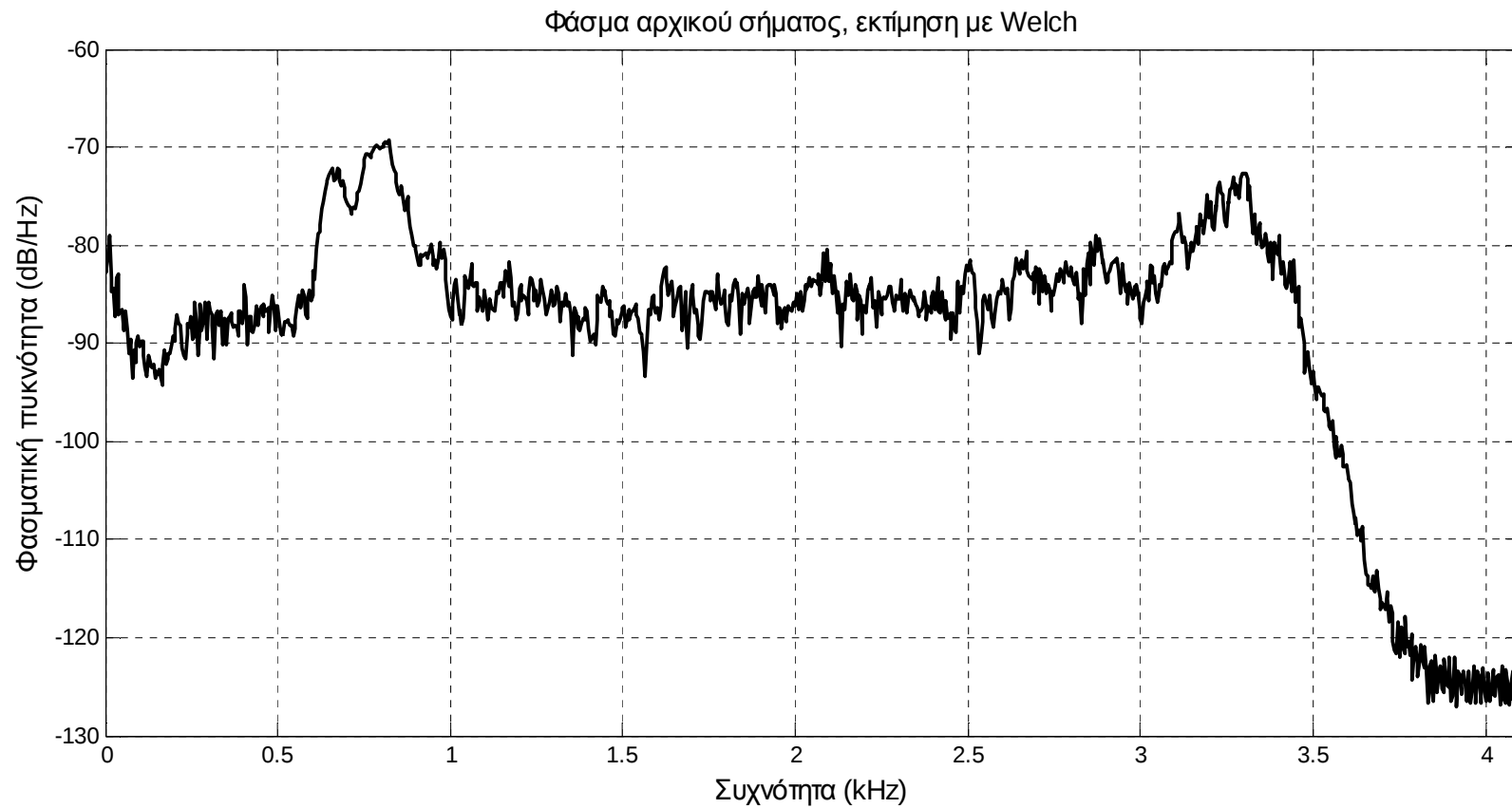


Συνέλιξη, ως τρόπος υλοποίησης FIR φίλτρων



Ψηφιακά φίλτρα (7/8)

Φάσμα αρχικού σήματος



Ψηφιακά φίλτρα (8/8)

Εφαρμογή βαθυπερατού φίλτρου

