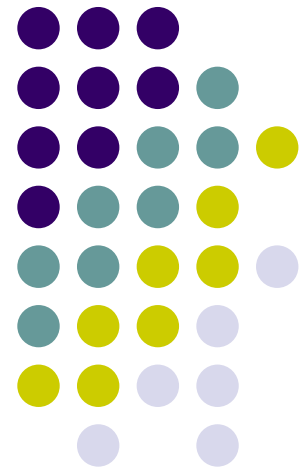
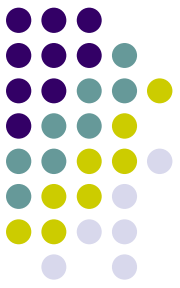


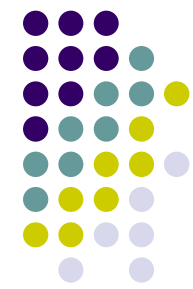
Μοντέλο συστήματος αποδιαμόρφωσης παρουσία θορύβου



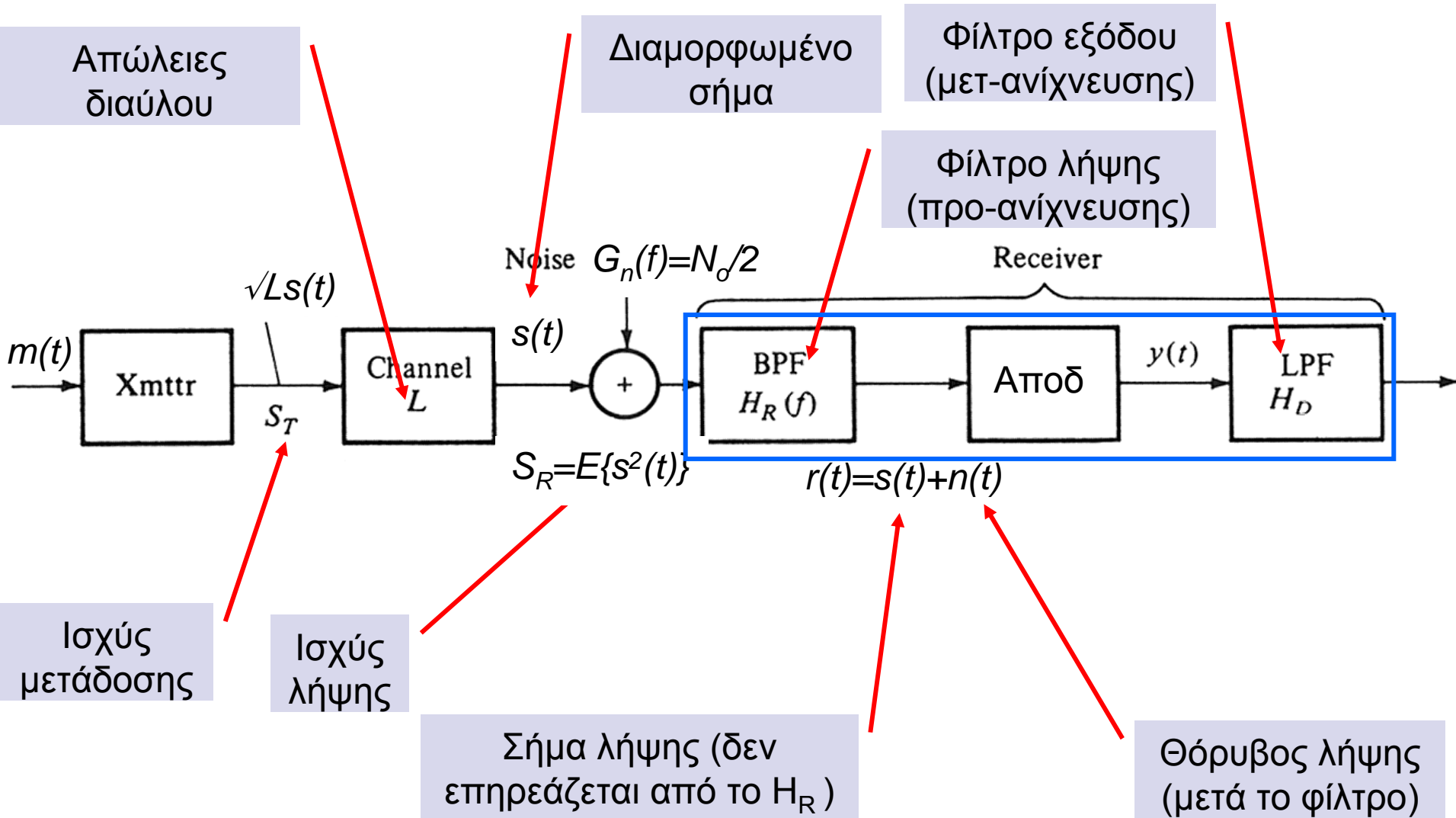
Επίδοση παρουσία θορύβου

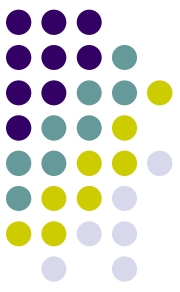


- Η ανάλυση της επίδοσης των συστημάτων διαμόρφωσης παρουσία θορύβου είναι εξαιρετικά σημαντική για τη σχεδίαση των διαφόρων επικοινωνιακών συστημάτων
- Ο τελικός σκοπός είναι να αναπτυχθεί ένα σύστημα όπου οι επιδράσεις του θορύβου να ελαχιστοποιούνται
- Εάν η επίδραση του θορύβου ελαχιστοποιηθεί, τότε είναι δυνατό να μειωθεί η ισχύς εκπομπής στον πομπό
 - Εξαιρετικά σημαντικό στην κινητή τηλεφωνία
 - επαναχρησιμοποίηση του φάσματος
 - Δορυφορικές (deep space) επικοινωνίες
 - μεγάλες αποσβέσεις



Μοντέλο συστήματος





Ο δέκτης

- Το μέρος του δέκτη πριν την αποδιαμόρφωση μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ζωνοπερατό φίλτρο με μοναδιαίο κέρδος και εύρος ζώνης ίσο με το εύρος ζώνης μετάδοσης
 - Το φίλτρο αυτό υλοποιείται στην **ενδιάμεση** βαθμίδα
 - Στην πράξη το εύρος ζώνης είναι αρκετά μεγαλύτερο του απαιτούμενου (τόσο στην είσοδο όσο και στην ενδιάμεση βαθμίδα του δέκτη)
- Η επίδραση της μίξης και ενίσχυσης στην πρώτη βαθμίδα είναι ταυτόσημες για το σήμα πληροφορίας και τον θόρυβο, οπότε δεν χρειάζεται να ληφθούν υπόψη



Το σήμα πληροφορίας

- Θεωρούμε κανονικοποιημένο αναλογικό σήμα πληροφορίας $|m(t)| \leq 1$ με ισχύ
 $S_m = \langle m^2(t) \rangle = E\{m^2(t)\}$
- Υποθέτουμε ότι το σήμα πληροφορίας είναι εργοδικό, δηλαδή, ότι οι χρονικές και οι χωρικές μέσες τιμές ισούνται

$$\langle m(t) \rangle = E\{m(t)\}, \quad \langle m^2(t) \rangle = E\{m^2(t)\}$$

$$\langle m(t)m(t-\tau) \rangle = E\{m(t)m(t-\tau)\}$$

- Με τη χρονική μέση τιμή να ορίζεται ως

$$\langle m(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} m(t) dt$$



Ο διάυλος

- Εισάγει μόνο απόσβεση L στο σήμα χωρίς να προκαλεί καμία παραμόρφωση πλην της προσθήκης θορύβου
- Ο διάυλος υποτίθεται ότι είναι προσθετικού λευκού θορύβου Gauss (AGWN)
- όπου ο θόρυβος στο διάυλο έχει πυκνότητα φάσματος ισχύος

$$G(f) = N_0 / 2$$



Το διαμορφωμένο σήμα

- Το διαμορφωμένο σήμα $s(t)$ στην έξοδο του διαύλου (είσοδο του δέκτη) έχει πλάτος A_c και ισχύ S_R

$$S_R = \frac{S_T}{L} = E \{ s^2(t) \}$$

- όπου S_T η ισχύς μετάδοσης
- Το εκπεμπόμενο σήμα στο πομπό είναι

$$\sqrt{L}s(t)$$



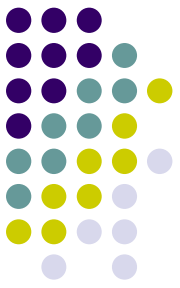
Το σήμα λήψης

- Το προς αποδιαμόρφωση σήμα στην είσοδο του δέκτη είναι

$$r(t) = s(t) + n(t)$$

- όπου το $n(t)$ αναπαριστά το θόρυβο μετά το φίλτρο λήψης (προ-ανίχνευσης)
- Το φίλτρο λήψης $H_R(f)$ δεν επηρεάζει το διαμορφωμένο σήμα, αλλά καθιστά τον θόρυβο **ζωνοπερατό**

$$\begin{aligned} r(t) &= A_r(t) \cos[2\pi f_c t + \phi_r(t)] \\ &= r_c(t) \cos(2\pi f_c t) - r_s(t) \sin(2\pi f_c t) \end{aligned}$$



Το αποδιαμορφωμένο σήμα

- Το σήμα μετά την αποδιαμόρφωση μπορεί να γραφθεί σύμφωνα με το είδος φωρατή

$$y(t) = \begin{cases} r_c(t) & \text{ομόδυνος αποδιαμορφωτής} \\ A_r(t) - \overline{A_r} & \text{φωρατής περιβάλλουσας} \\ \phi_r(t) & \text{φωρατής PM} \\ \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \phi_r(t) & \text{φωρατής FM} \end{cases}$$

Αποδιαμορφωτής



- Υποτίθεται ότι υπάρχει τέλειος συγχρονισμός του φέροντος στον δέκτη
- Ο όρος $\overline{A_r}$ αφορά την αφαίρεση της συνιστώσας DC για αποδιαμόρφωση με φωρατή περιβάλλουσας (πιθανώς να ισχύει και στις άλλες περιπτώσεις)
- Η σταθερά αποδιαμόρφωσης μπορεί να μην είναι μοναδιαία, αλλά η επίδρασή της είναι η ίδια όσον αφορά το σήμα πληροφορίας και τον θόρυβο
 - Την παραλείπουμε χωρίς βλάβη της γενικότητας
- Το μέρος του δέκτη μετά τον αποδιαμορφωτή είναι συνήθως ένα βαθυπερατό φίλτρο
 - Φίλτρο από-έμφασης στην FM



Θόρυβος λήψης

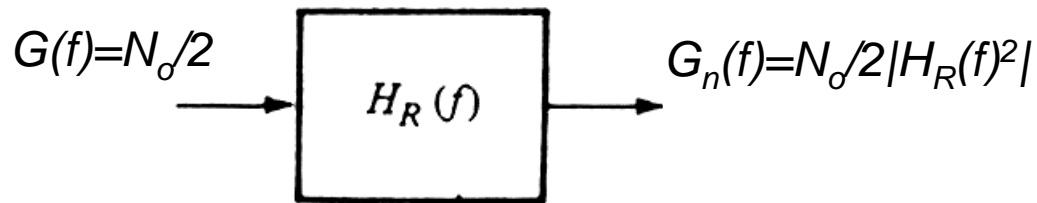
- Το σήμα και ο θόρυβος είναι στατιστικά ανεξάρτητα, άρα μπορούν να προστεθούν οι ισχύεις ώστε να ληφθεί η συνολική ισχύς λήψης

$$r^2 = s^2 + n^2 = S_R + N_R$$

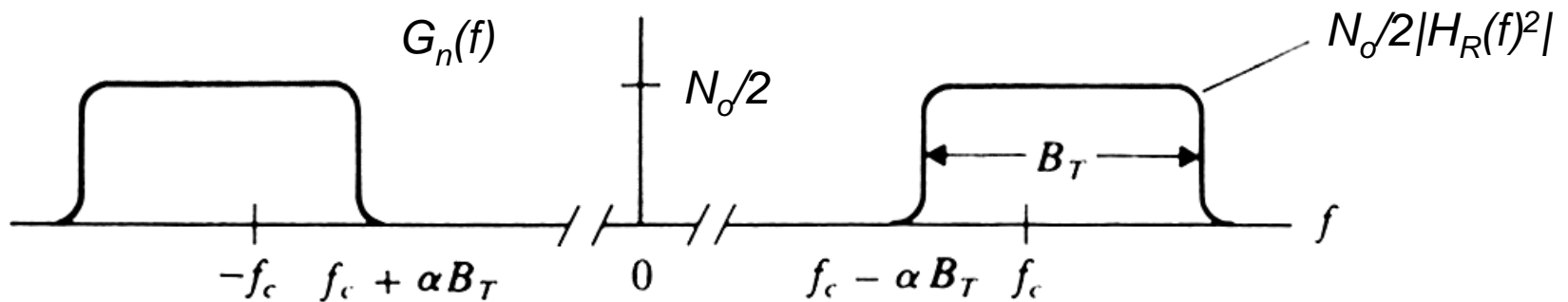
- όπου N_R η ισχύς του θορύβου στη λήψη (είσοδο του δέκτη)
- Ο θόρυβος λήψης (πριν τη φώραση) είναι φιλτραρισμένη εκδοχή του θορύβου που εισάγει ο δίαυλος

$$G_n(f) = \frac{N_0}{2} |H_R(f)|^2$$

Θόρυβος λήψης



(a)



(b)



Ισχύς θορύβου λήψης

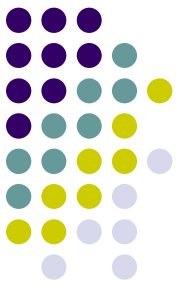
- Για λευκό θόρυβο στον δίαυλο

$$G_n(f) = \frac{N_0}{2} |H_R(f)|^2$$

- όπου $N_0/2$ η πυκνότητα φάσματος ισχύος του λευκού θορύβου
- Επομένως η ισχύς του θορύβου λήψης υποθέτοντας ιδανικό ζωνεπερατό φίλτρο εύρους ζώνης B_T είναι

$$N_R = \int_{-\infty}^{\infty} G_n(f) df = N_0 B_T$$

Σηματοθορυβική σχέση εισόδου

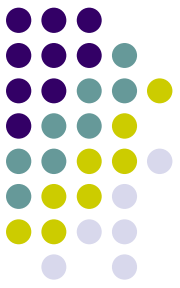


- Η σηματοθορυβική σχέση στην είσοδο του δέκτη ορίζεται ως

$$SNR_c \triangleq \frac{S_R}{N_R} = \frac{S_R}{N_0 B_T}$$

- Σημειώστε ότι το B_T είναι το **εύρος ζώνης μετάδοσης** μέσα στο οποίο όσος θόρυβος διαύλου εμφανισθεί θα οδηγείται προς τον φωρατή

Σηματοθορυβική σχέση εισόδου στη βασική ζώνη



- Για λόγους σύγκρισης ορίζουμε τη σηματοθορυβική σχέση εισόδου του **συστήματος βασικής ζώνης** (χωρίς διαμόρφωση) με ταυτόσημες ισχείς σήματος και θορύβου
- Τότε ως εύρος ζώνης (για τον θόρυβο) χρησιμοποιούμε το **εύρος ζώνης σήματος πληροφορίας**

Σηματοθορυβική σχέση εισόδου στη βασική ζώνη



$$SNR_b \triangleq \frac{S_R}{N_0 W}$$

$$SNR_c = \frac{W}{B_T} SNR_b, \quad SNR_c \leq SNR_b, \quad B_T \geq W$$

- όπου στην ακραία περίπτωση για το SSB ισχύουν οι ισότητες
- Η φυσική σημασία του SNR_b είναι ότι αποτελεί τη **μέγιστη** σηματοθορυβική σχέση στην είσοδο για αναλογική μετάδοση στη βασική ζώνη

Σηματοθορυβική σχέση εξόδου



- Εάν ο θόρυβος στην έξοδο του δέκτη μετά την αποδιαμόρφωση εμφανίζεται με μορφή προσθετικής συνιστώσας, η σηματοθορυβική σχέση στην έξοδο του δέκτη ορίζεται ως

$$SNR_o \triangleq \frac{S_D}{N_D}$$

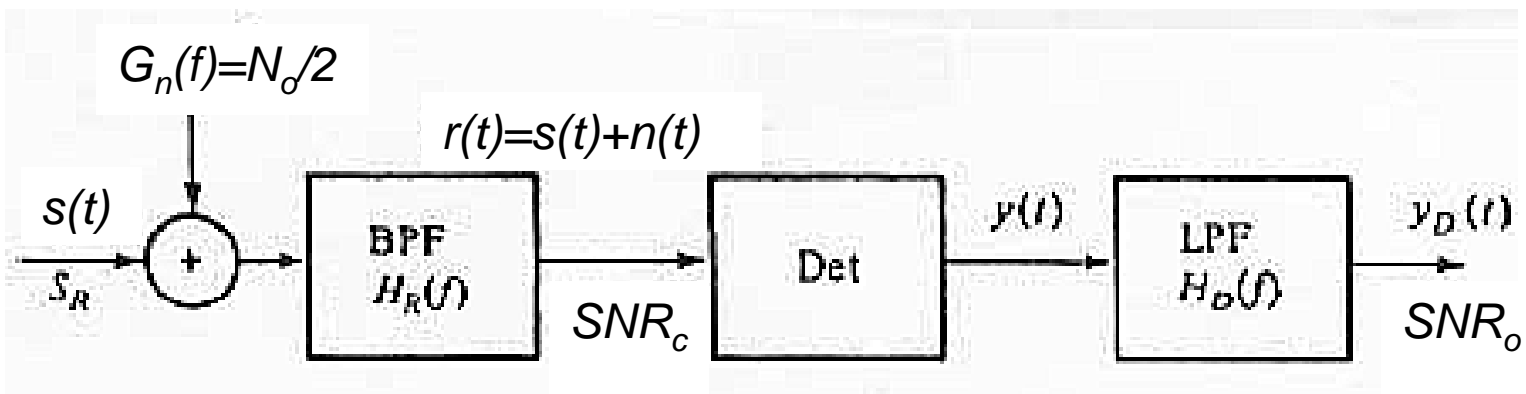
- όπου N_D η ισχύς του θορύβου στην έξοδο του δέκτη



Το βασικό πρόβλημα

- Η ερώτηση είναι: δοθέντος του $r(t)$ και του είδους του φωρατή (α) να βρεθεί το σήμα (με θόρυβο) στην τελική έξοδο $y_D(t)$ και (β) εάν ο θόρυβος εμφανίζεται προσθετικά να βρεθεί η σηματοθορυβική σχέση στην έξοδο

$$SNR_o = \frac{S_D}{N_D}$$





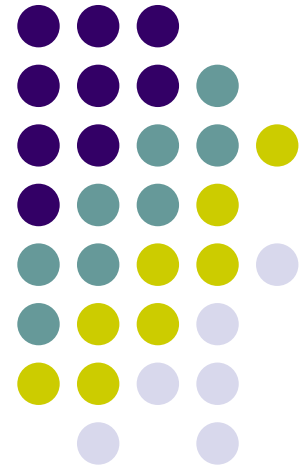
Επίδοση

- Η επίδοση του δέκτη προσδιορίζεται από τον λόγο των σηματοθορυβικών σχέσεων

$$\text{Επίδοση} = \frac{SNR_o}{SNR_c}$$

- Όσο υψηλότερη η τιμή του, τόσο καλύτερος είναι ο δέκτης

Ζωνοπερατός θόρυβος





Ζωνοπερατός θόρυβος

- Θεωρούμε ότι ο θόρυβος στον δίαυλο είναι **λευκός**, δηλαδή, αναπαριστάνεται από στατική, μηδενικής μέσης τιμής διαδικασία Gauss

$$\bar{n} = 0, \quad \overline{n^2} = \sigma_n^2 = N_R$$

- Ο ζωνοπερατός θόρυβος λήψης μπορεί να γραφτεί συναρτήσει των ορθογωνίων συνιστωσών του ως εξής

$$n(t) = n_c(t) \cos(2\pi f_c t) - n_s(t) \sin(2\pi f_c t)$$



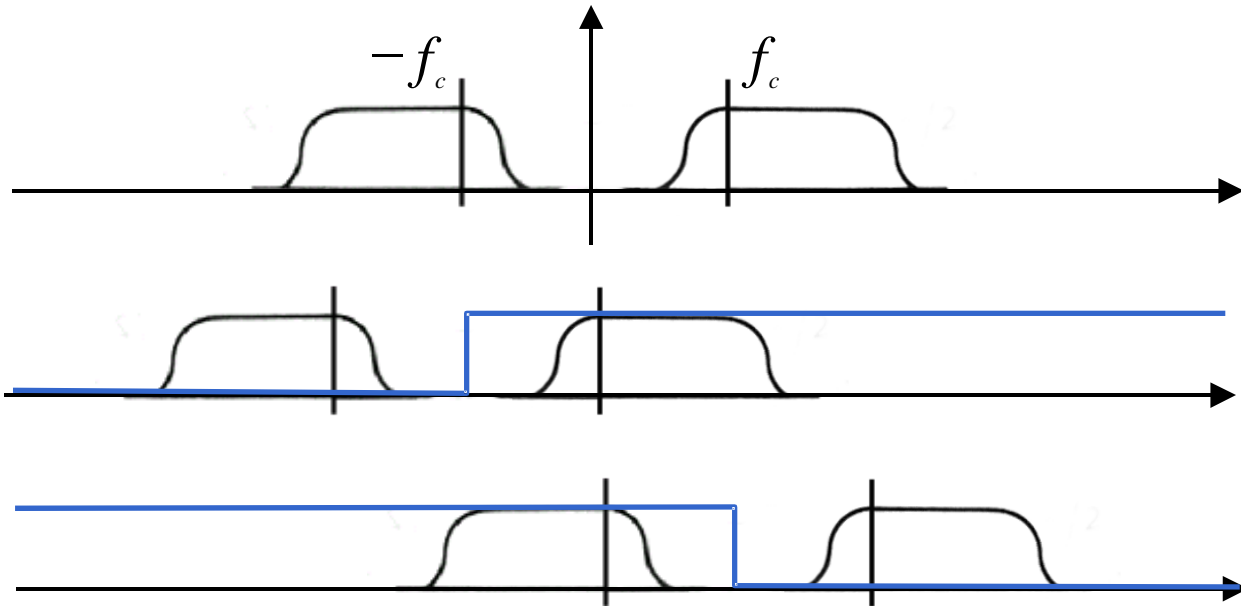
Ζωνοπερατός θόρυβος

- Όπου οι πυκνότητες φάσματος ισχύος των δύο συνιστωσών είναι ταυτόσημες

$$\begin{aligned}G_{n_c}(f) &= G_{n_s}(f) \\ &= \frac{1}{2}G_n(f - f_c)[1 - \text{sgn}(f - f_c)] \\ &\quad + \frac{1}{2}G_n(f + f_c)[1 + \text{sgn}(f + f_c)]\end{aligned}$$

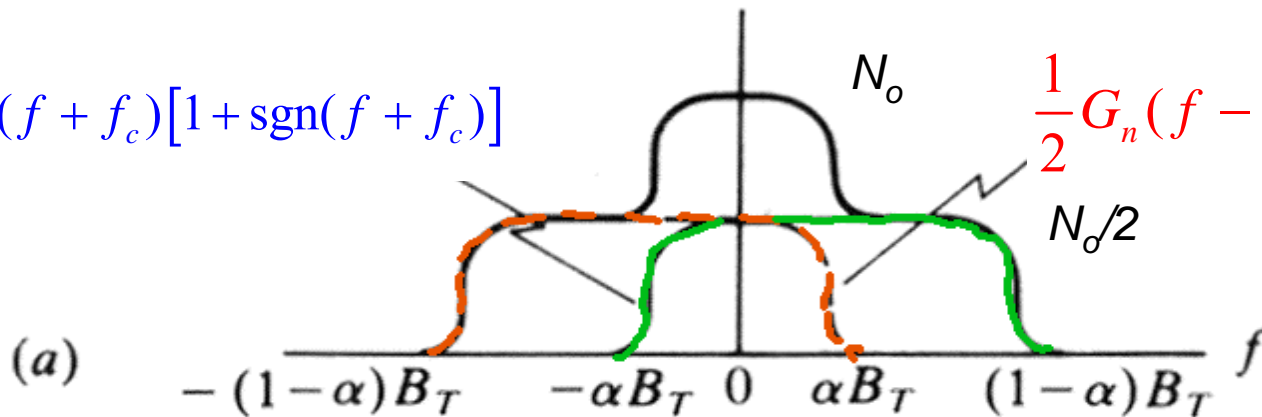
- Ο πρώτος όρος αντιστοιχεί σε **μετακίνηση προς τα επάνω των αρνητικών συχνοτήτων**, ενώ ο δεύτερος σε μετακίνηση των **θετικών συχνοτήτων προς τα κάτω**

Πώς βρίσκουμε τις ορθογώνιες συνιστώσες



$$\frac{1}{2}G_n(f + f_c)[1 + \text{sgn}(f + f_c)]$$

$$\frac{1}{2}G_n(f - f_c)[1 - \text{sgn}(f - f_c)]$$

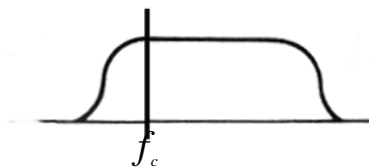


Ορθογώνιες συνιστώσες ζωνοπερατού θορύβου

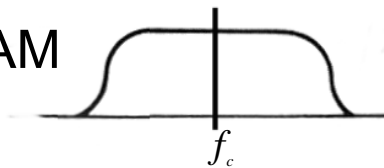


- Η φασματική μορφή των ορθογώνιων συνιστωσών μπορεί να διαφέρει σημαντικά από τη φασματική μορφή του ζωνοπερατού θορύβου λόγω του συστήματος διαμόρφωσης

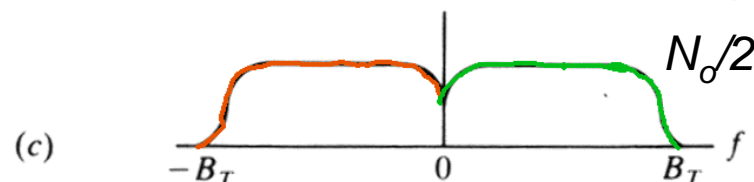
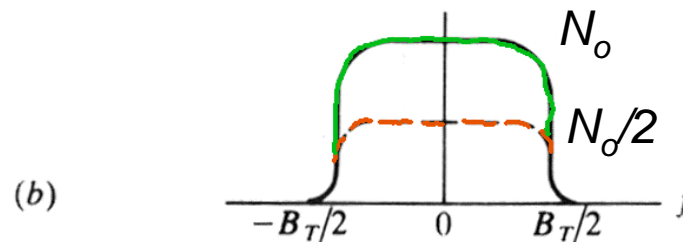
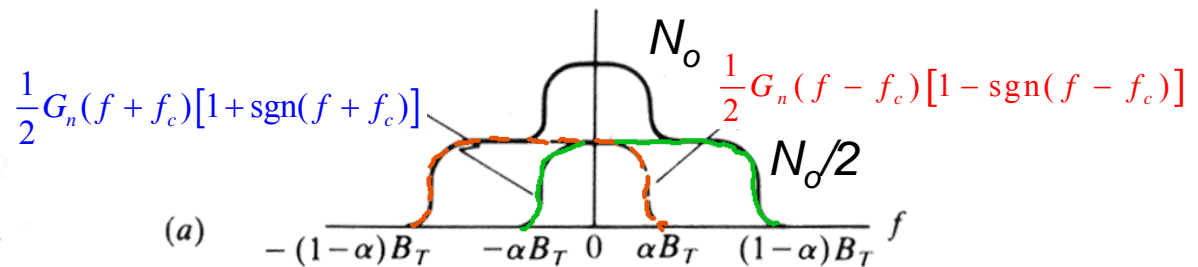
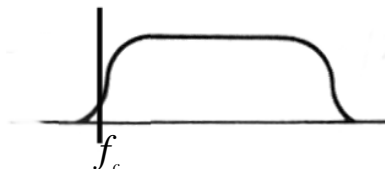
VSB

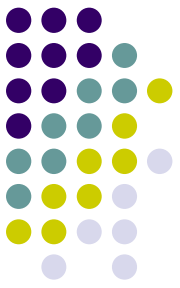


FM, PM
DSB, AM



USB





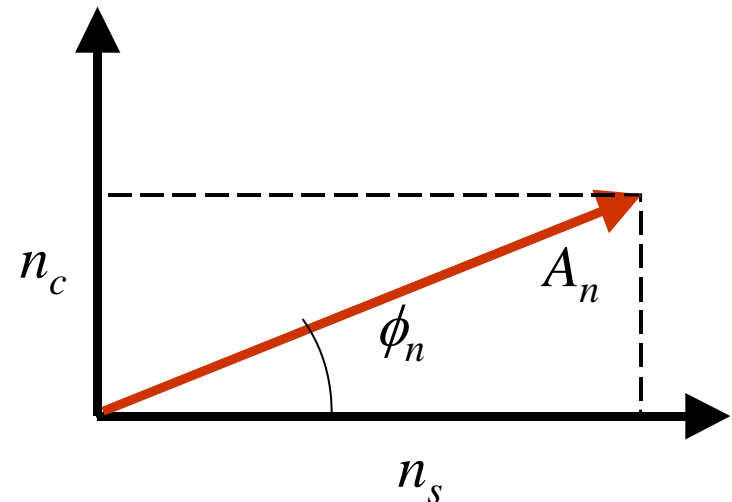
Ζωνοπερατός θόρυβος

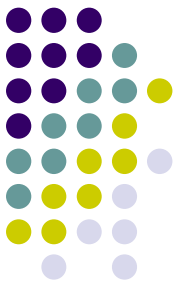
- Οι δύο συνιστώσες **συμφασική** και **ορθογωνική** είναι
 - Βαθυπερατές
 - Ανεξάρτητες
 - Μηδενικής μέσης τιμής
 - Ίδιας ισχύος

$$\overline{n_c} = \overline{n_s} = 0,$$

$$\overline{n_c(t)n_s(t)} = 0$$

$$\overline{n_c^2} = \overline{n_s^2} = \overline{n^2} = N_R = N_0 B_T$$





Κατανομή πλάτους θορύβου

- Ο ζωνοπερατός θόρυβος εκφρασμένος στη μορφή περιβάλλουσας-φάσης

$$n(t) = A_n(t) \cos[2\pi f_c t + \phi_n(t)]$$

- Το πλάτος $A_n^2(t) = n_c^2 + n_s^2$ έχει κατανομή Rayleigh

$$p_{A_n}(a) = \frac{a}{N_R} \exp\left\{-\frac{a^2}{2N_R}\right\}, \quad a \geq 0$$

- με μέση τιμή και μεταβλητότητα

$$\overline{A_n} = \sqrt{\frac{\pi N_R}{2}}, \quad \overline{A_n^2} = 2N_R, \quad P(A_n > a) = \exp\left\{-\frac{a^2}{2N_R}\right\}$$



Κατανομή φάσης θορύβου

- ενώ η φάση

$$\phi_n = \arctan \frac{n_s}{n_c}$$

- είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη, με αποτέλεσμα

$$\overline{n^2} = \overline{A_n^2 \cos^2 [2\pi f_c t + \phi_n]} = \overline{A_n^2} \times \frac{1}{2} = N_R$$